Mulreedy, Carlos

Aplicación y evaluación de una metodología de trabajo que incluye actividades de modelización matemática y el empleo de videos docentes para mejorar el rendimiento académico de estudiantes universitarios

Carlos Mulreedy, Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto,
Mayo de 2023, pp. 315,
http://ridaa.unq.edu.ar,
Universidad Nacional de Quilmes, Secretaría de Posgrado,
Doctorado en Ciencia y Tecnología

Aplicación y evaluación de una metodología de trabajo que incluye actividades de modelización matemática y el empleo de videos docentes para mejorar el rendimiento académico de estudiantes universitarios

TESIS DOCTORAL

Carlos Mulreedy

cmulreedy@gmail.com

Resumen

A pesar de que la idea de que la Matemática es la base de la ciencia y la tecnología (National Research Council, 1989) esté instalada en nuestra cultura, entre los jóvenes está arraigada la creencia de que no pueden con la Matemática (Cantú Martínez et al., 2012). Dicha creencia se pone de manifiesto aún entre el alumnado que cursa asignaturas del Área Matemática del Departamento de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Quilmes (UNQ), y se observa que muchos estudiantes cursan varias veces algunas de las asignaturas que allí se dictan, llegando en casos extremos a abandonan la Universidad después de reiterados fracasos. En el presente estudio exploramos estrategias y recursos que ayuden a mejorar el rendimiento académico de dicho grupo de alumnos, introduciendo en las clases de Matemática actividades vinculadas con temas propios de las carreras de Ingeniería. Entre dichas actividades se incluyen algunas de modelización, que cuentan con el apoyo de recursos tecnológicos. El estudio tuvo lugar durante la última fase de la pandemia, durante la cual las clases se dictaron en forma virtual, pero el objetivo era el de adaptar las estrategias, actividades y recursos para que fuesen aplicados al regresar a las clases presenciales.
Palabras clave: rendimiento académico, modelos matemáticos, videos docentes, simulaciones dinámicas

Abstract

Despite the fact that the idea that Mathematics is the basis of science and technology (National Research Council, 1989) is installed in our culture, among young people the belief that they cannot cope with Mathematics is deeply rooted (Cantú Martínez et al., 2012). This belief is evident even among the students who take subjects in the Mathematics Area of the Department of Science and Technology of the National University of Quilmes (UNQ), and it is observed that many students take several times some of the subjects that are taught there, arriving in extreme cases to abandon the University after repeated failures. In the present study we explore strategies and resources that help improve the academic performance of this group of students, introducing activities related to topics typical of Engineering careers in Mathematics classes. These activities include some modeling, which are supported by technological resources. The study took place during the last phase of the pandemic, during which classes were taught virtually, but the objective was to adapt those strategies, activities, and resources so that they could be applied when returning to face-to-face classes.
Keywords: academic performance, mathematical models, teaching videos, dynamic simulations.

Tesis Doctoral

Aplicación y evaluación de una metodología de trabajo que incluye actividades de modelización matemática y el empleo de videos docentes para mejorar el rendimiento académico de estudiantes universitarios

Autor: Ing. Carlos Mulreedy (UBA)

Área Matemática – Departamento de Ciencia y Tecnología

de la Universidad Nacional de Quilmes

Director: Dr. Hernan San Martín (UNLP)

Codirectora: Dra. Cecilia Jarne (UNLP)

Mayo de 2023

A Liliana, Lucila y Constanza

Agradecimientos

Son muchas las personas que me han ayudado en esta empresa. Por empezar, Alejandra Zini, a quien años atrás me animara a comentarle mi intención de doctorarme a la edad a la que la mayoría de las personas decide iniciar los trámites jubilatorios. Ella se entusiasmó con la idea y yo decidí posponer mi consulta con una abogada laboral para dentro de un par de años y pasar por la oficina de Posgrados.

No dudé demasiado en lo que respecta a quien habría de ser mi Director, Hernán San Martín. Él ya había dirigido mi Tesis de Maestría y tuvo la brillante idea de sugerirme que hablara con Cecilia Jarne para que fuese mi Codirectora. Ella también aceptó con entusiasmo (sin imaginar que meses después pasaría varias noches sin dormir para enviarme las correcciones en tiempo record).

La pandemia me obligó a modificar en parte mi plan de trabajo original. Claudia Pellet y Vanesa Brunovski se convirtieron entonces en coprotagonistas de esta historia, permitiéndome incluir simulaciones dinámicas y programas de computadora en las clases prácticas. Además, gracias a la información que generosa y oportunamente me brindaran Paula Sceni y Carolina Reid conté con datos experimentales que permitieron confrontar los modelos matemáticos presentados durante algunas de las clases con la realidad.

Por otro lado, debo agradecer también a la Doctora Gabriela Arévalo, con quien acordara sobre la metodología y recursos que habría de aplicar en el curso de Matemática III a mi cargo durante el presente estudio. No puedo olvidar tampoco la cordialidad de Silvia Porro y de Cristina Wainmayer, quienes supieron brindarme su consejo y ayuda en el momento preciso.

Finalmente, quiero darle las gracias a Matías Cerrudo, quien me ofreciera los datos de sus cursos de Álgebra y Geometría Analítica mediante los que pude confeccionar algunas de las cartas que aparecen en el último capítulo del presente trabajo, en la sección en la que propongo líneas para la continuación del presente trabajo.

Capítulo 1

I. Introducción

¿Qué es la Matemática? ¿Por qué es importante aprenderla?

La Matemática podría definirse como una ciencia cuyo dominio no se corresponde con elementos concretos, como pueden serlo las células en las Ciencias Biológicas o los átomos en la Física y la Química. Estudia entes abstractos como los números, las superficies y los cuerpos, los algoritmos o las probabilidades. Se apoya más en la lógica que en la observación, *pero necesita de ésta última y de la experimentación para asegurarse de que los patrones que se crean a partir de ella sean compatibles con el mundo real.*

Vincula datos, mediciones y observaciones que le brindan las demás ciencias, ya sean naturales o sociales y se caracteriza por inferir, deducir y probar, permitiendo construir *modelos matemáticos* que se utilizan para describir y analizar todo tipo de fenómenos naturales, desde el clima al comportamiento humano.

En definitiva, la Matemática nos ayuda a comprender mejor al mundo que nos rodea al revelarnos patrones aparentemente ocultos a nuestros sentidos y nos ofrece una forma particular de pensar, versátil y poderosa, que incluye el modelado, la abstracción, la optimización, el análisis lógico, la inferencia a partir de datos y el empleo de símbolos.

Además, dado que la ciencia y la tecnología se van integrando cada vez más a todos los aspectos de la vida de las personas, resulta fundamental que éstas la aprendan, pues la Matemática es la base de la ciencia y la tecnología (National Research Council, 1989).

Al referirse a la modelización matemática, tema que hemos de abordar oportunamente en el desarrollo del presente trabajo, Mortem Blomhøj (2004) justifica a la misma como elemento esencial para la enseñanza de la Matemática, utilizando para ello una serie de argumentos. Dos de ellos, a nuestro entender, presentan un singular interés:

1.- Las competencias para establecer, analizar y criticar modelos matemáticos son sumamente importantes en el marco de las sociedades altamente tecnológicas.

2.- El desarrollo de competencias que habilite a criticar modelos matemáticos y la forma en que son empleados para la toma de decisiones es fundamental para el mantenimiento y futuro desarrollo democrático en sociedades basadas en alta tecnología.

No se trata tan solo de ser capaz de crear un modelo matemático para comprender mejor la realidad que nos rodea: el futuro ciudadano debe estar preparado para mantener y desarrollar una sociedad democrática basada en una alta tecnología. Ello, sin lugar a dudas, representa un enorme desafío dentro de la *sociedad del conocimiento,* que define al paradigma del tercer milenio.

Tal vez de un modo menos dramático (y típicamente inglés), Cockcroft señala que, sin bien la Matemática es una más de las distintas materias incluidas en el currículo escolar, existe una presión mayor para que los estudiantes tengan éxito en dicha materia que, por ejemplo, en Historia o Geografía. Ello sugiere que, de algún modo, las Matemáticas tienen especial importancia por ser *particularmente útiles,* entre otras cosas, por haberse convertido en un poderoso, conciso y nada ambiguo medio de comunicación (Cockcroft, 1982).

Entonces… ¿es sencillo enseñar Matemática?

“Tenemos que aprender, pero no queremos hacerlo”

Sin embargo, aun cuando la creencia de que la Matemática es particularmente útil este instalada en nuestra cultura, se observa que en el momento de abandonar la escuela secundaria para elegir una carrera universitaria los jóvenes se inclinan por las humanísticas en lugar de elegir las ingenierías o las ciencias duras (Kantor, 2014). El fenómeno no solo se observa en nuestro medio, sino que viene observándose más allá de nuestras fronteras (Jaim Etcheverry, 2006). Un elevado número de estudiantes manifiestan hacia la materia una actitud negativa que se refleja en la antipatía (Gowers, 2008), el rechazo (Hidalgo Alonso, 2004) y el aburrimiento (Gil Ignacio, 2006) que aquella les provoca, de modo que resulta natural que finalmente eviten las carreras de ingeniería y ciencias duras, caracterizadas por su alto nivel de exigencia (Dillon, 2016).

Idalía Cantú Martínez, Rita Arenas Velazco y María Teresa Flores (2012), al referirse a los estudiantes actuales, expresan lo siguiente:

> Se observa en ellos una marcada tendencia a aprender mediante medios tecnológicos y visuales como internet. Adicionalmente presentan cierta resistencia al uso del razonamiento, y es común en ellos aplicar la ley del menor esfuerzo, tratando de aprobar la materia sin verse en la necesidad de estudiar. Es palpable su necesidad de obtener gratificación inmediata, siendo proclives a trabajar bajo un patrón de estímulo-respuesta, si no reciben un premio a cambio no cumplen con la tarea asignada (p. 137).

Lamentablemente, el párrafo anterior brinda un diagnóstico que seguramente comparte un gran número de docentes de todos los niveles, desde hace muchos años y a nivel global.

“Tenemos que aprender, pero no sabemos cómo hacerlo”

El escenario que acabamos de describir llega a situaciones extremas cuando la baja tolerancia a la frustración que prevalece entre los jóvenes los lleva a elegir su carrera entre aquellas que tengan la menor cantidad posible de materias que entren dentro del área de la Matemática (Cantú Martínez, et al., 2012), dejando de lado motivaciones o intereses más profundos.

No es este el caso que nos ocupa: los estudiantes del Departamento de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Quilmes (UNQ) han seguido su vocación y saben que deberán aprobar varias de las asignaturas correspondientes al Área Matemática del Departamento desde el momento en que se inscriben en la Universidad. Pero ello no impide que muchos de ellos tengan la falsa idea de que *no pueden con la Matemática.* Tal creencia se pone de manifiesto cuando observamos que muchos cursan varias veces cada una de las asignaturas de nuestra área, y que algunos llegan al extremo de abandonar la carrera después de reiterados fracasos.

Por ejemplo, al analizar los datos de cinco cuatrimestres (correspondientes al período comprendido entre el segundo del año 2019 y el segundo del año 2021) en dos de los cursos que tomaron parte del presente estudio, se observó que la tasa de aprobación promedio en uno de ellos fue de alrededor del 25 % (ver Tabla 9.4), mientras que en el otro apenas llegó al 15 % (ver Tabla 9.5).

El panorama que acabamos de presentar no es exclusivo de nuestra Universidad. Un gran número de estudios consultados recogen dicha problemática, mencionando factores culturales, sociales, económicos y afectivos que influyen no solo en la decisión de los jóvenes de seguir una carrera universitaria, sino también en su permanencia en dicho trayecto de su formación. Muchos alumnos manifiestan carecer de recursos suficientes para continuar sus estudios o desaliento por no alcanzar los resultados académicos esperados a pesar del esfuerzo puesto en el estudio (Alcoba et al., 2006). En un trabajo llevado a cabo en la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Avellaneda (UTN-FRA) se recogen comentarios de estudiantes que abandonaron sus estudios que consideramos oportuno mencionar: algunos jóvenes dijeron carecer de tiempo suficiente para estudiar debido a la elevada carga horaria de sus empleos; otros admitieron que les costaba seguir el ritmo del estudio, o que sus dificultades en Matemática se debían a la base deficiente que traían del colegio secundario (Kozak et al., 2006).

Otra de las circunstancias que pone en riesgo la retención de los alumnos se presenta cuando aquellos que por algún motivo no regularizaron una materia intentan rendirla en condición de libres. Los exámenes de éste tipo son generalmente desaprobados, lo que desalienta aún más a los estudiantes. Algunos de ellos deciden abandonar temporalmente la carrera, para, finalmente, desertar (Figueroa y Martínez, 2006).

Varios de los estudios mencionados muestran como tutorías y cursos de nivelación reducen el abandono en los ingresantes a la Universidad. En ese sentido, nuestra Universidad también aplica tales recursos. El autor puede dar fe de ello por haber tomado parte de charlas en Talleres de Vida Universitaria años atrás, mientras era parte de la Coordinación del Curso de Ingreso a la UNQ. Sin embargo, Lazarte (2006) observa que es muy elevado el número de alumnos que vuelven a cursar las materias de los primeros años, siendo particularmente alto el porcentaje de fracasos y deserciones en los dos primeros años de estudio.

“¿Para qué estudiar Matemática?: ¡la computadora resolverá todos mis problemas!”

Ya a principios de la década del 80, Cockcroft (1982) hacía referencia al hecho de que los rápidos cambios que se estaban produciendo desde el punto de vista tecnológico y social no permitían determinar con claridad cuáles habrían de ser los conocimientos matemáticos que pudieran exigir muchas profesiones, inexistentes en ese momento, pero que sin duda habrían de crearse en el futuro. El tema sobrepasa el ámbito académico y la prensa se hace eco de dicha realidad, por ejemplo, al señalar que nos enfrentamos con el dilema de enseñar en el presente para quienes en el futuro se dediquen *a profesiones que hoy no existen* (Samela, 2014).

En ese escenario, resulta curioso que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), que ocupan un lugar preponderante en el mundo del trabajo y del tiempo libre, no se empleen con todo su potencial en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Eso es particularmente llamativo en el caso de las ciencias, que presentan un alto nivel de formalización. La mayoría de los alumnos que llegan a la universidad están familiarizados con el uso de Computadoras Personales (PCs), pero pocos las han empleado para la simulación y el análisis de sistemas físicos (Navone y Turner, 2008).

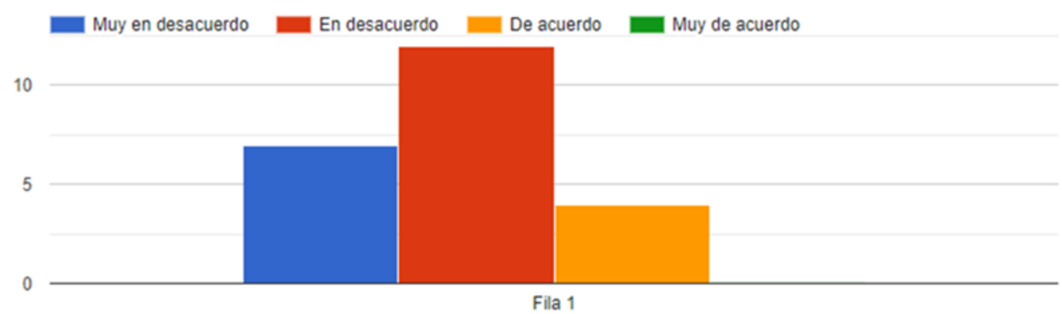
A modo de ejemplo, al comenzar el segundo cuatrimestre del año 2021, alumnas y alumnos respondieron a una encuesta vinculada con sus opiniones y expectativas respecto de la asignatura Análisis Matemático II de las carreras de Ingeniería de los Alimentos e Ingeniería en Automatización de la Universidad Nacional de Quilmes (UNQ). Alrededor del 20 % de las personas que respondieron la encuesta opinaron que *con un buen programa de computadora podrán resolver cualquier problema en el futuro* (Figura 1.1). A nuestro criterio, el hecho de que futuros profesionales del campo de la Ciencia y Tecnología se vean a sí mismos como simples usuarios y no tengan en cuenta la potencialidad del recurso resulta sorprendente y preocupante.

Como profesionales utilizamos desde hace décadas paquetes informáticos que nos permiten resolver un sinnúmero de problemas. Sin embargo, la experiencia no indica que en algunas ocasiones pueden ser ineficientes para aplicaciones específicas, viéndonos entonces obligados a desarrollar un programa ad-hoc. Al hacerlo, sabemos cuáles fueron las hipótesis y restricciones del modelo adoptado, qué técnicas numéricas utilizamos y cómo funciona exactamente (Scenna, 1999). Además, disponemos de entornos como el Dev-C++ (https://www.bloodshed.net/) o programas como el GNU Octave (http://www.octave.org/), que no requieren de equipos de gran capacidad para su empleo y que son libres.

El hecho de que muchos *nativos digitales* (Prenski, 2001) crean que la solución a cualquier problema que se les presente se encuentra a un *click* de distancia refleja el hecho de que no han comprendido las enormes posibilidades que brinda actualmente la tecnología en el campo de la creación del conocimiento. En el próximo capítulo hablaremos sobre lo que se conoce como la sociedad de la información (Sánchez-Torres et al., 2012) y veremos que buena parte de la sociedad parece compartir las creencias de quienes vinieron al mundo con un teléfono celular bajo el brazo.

Figura 1.1

Respuesta de un grupo de estudiantes de Análisis Matemático II al ítem "no comprendo porque tengo tantas materias del área matemática en mi carrera si como futuro profesional, utilizando un buen programa de computadora, podré resolver cualquier problema que se me presente"



Nota: Cada grupo de estudiantes se agrupa de acuerdo a la respuesta ofrecida al ítem con distinto color, y el grupo que aparece en el extremo derecho (en color naranja) representa al que fue mencionado en el texto

(https://docs.google.com/forms/d/1OLFAq_cmBmFkNep1s2e-RpkumqjpF7cMIspjpcAMhwA/edit#responses)

Preguntas de la Investigación y Objetivos del presente estudio

Hemos presentado algunas cifras que reflejan el bajo porcentaje de aprobados en dos cursos de Análisis Matemático II de las carreras de Ingeniería de la UNQ, y la consecuencia inmediata es el elevado número de estudiantes que cursan varias veces una misma asignatura de las que se dictan en el Área Matemática del Departamento de Ciencia y Tecnología. El problema que estamos describiendo se ve agudizado por el hecho de que muchos de ellos terminan abandonando la Universidad después de reiterados fracasos. Nos preguntamos, entonces, **¿cómo podemos evitar dicho fracaso?**

Esta primera pregunta nos conducen al **objetivo general** del estudio**, buscar estrategias y recursos que permitan mejorar el rendimiento académico del**

alumnado en los cursos del Área Matemática del Departamento de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Quilmes (UNQ)

¿Qué recursos tecnológicos emplean nuestros estudiantes?

Pero la pandemia también obligó a los docentes a desarrollar prácticas de enseñanza innovadoras y nuevas formas de comunicación educativa, algunas de las cuales se siguieron practicando al regresar al régimen de clases presenciales (Kummer, 2021)

Herramientas como las tabletas digitalizadoras para la grabación de videos de asignaturas como Análisis Matemático ya se habían utilizado con anterioridad (Calm et al.,2013), al igual que videos educacionales en los que se brindan conceptos teóricos o se resuelven problemas de Matemática, y en los que se emplea software matemático, como el GeoGebra (Kinnari-Korpela, 2019)

Muchos docentes pusieron a disposición de sus alumnos material existente en plataformas virtuales, pero solo después de un registro cuidadoso, ya que buena parte del material subido a la web presenta errores en la notación o en los razonamientos matemáticos (Beltrán-Pellicer et al., 2018)

Surge entonces otra pregunta: **¿qué recursos tecnológicos emplean habitualmente los estudiantes de las asignaturas dictadas dentro del Área Matemática del Departamento de Ciencia y Tecnología de la UNQ?**

Para responder dicha pregunta nos propusimos como primer objetivo específico **analizar los recursos tecnológicos utilizados por nuestro alumnado, evaluando fortalezas y debilidades de aquellos**

La motivación

En el Capítulo 3 veremos que el valor de la dimensión afectiva en lo que respecta a la Matemática llevó a muchos investigadores a estudiar de qué modo los aspectos emocionales influyen en el éxito o fracaso de los estudiantes en dicha asignatura, observándose que reaccionan positivamente cuando sienten que los problemas que se les proponen tienen sabor a mundo real (McLeod, 1989 a) y que experimentan una particular *motivación* al ver que los contenidos del curso pueden aplicarse a resolver problemas de otras asignaturas (Martínez Luaces, 2001).

En el campo de la Ingeniería, uno de los recursos empleado es la modelización matemática (MM), que permite vincular el conocimiento académico con la realidad empírica del mundo laboral (Plaza Gálvez, 2017; Pérez Navarro et al., 2020).

Entonces nos preguntamos: **¿podremos motivar a nuestros alumnos incluyendo en las clases actividades que muestren el valor de la Matemática para la resolución de problemas del mundo real?**

Esta pregunta nos lleva al segundo de los objetivos específicos de la siguiente investigación, **diseñar actividades que permitan mostrar en clase de qué modo los contenidos de la asignatura se aplican a la resolución de problemas básicos de ingeniería**

Virtudes y debilidades de la modelización matemática

En el Capítulo 6 nos referiremos extensamente a la metodología de la MM, y veremos que muchos trabajos publicados brindan interesantes sugerencias para aplicarla en el aula, (Brito-Vallina et al., 2011; Juárez y Navarro, 2013; Pochulu, 2018). Sin embargo, la bibliografía consultada (García Euceda et al., 2014; Ferrando y Cabassut, 2015; Hernández et al., 2017; Plaza Gálvez, 2016; López et al., 2017; Cuenca et al., 2019) muestra que en el momento de aplicarla se presentan una serie de dificultades , entre las que se encuentran el tiempo requerido por la actividad, los recursos tecnológicos para llevarla adelante, el número de estudiantes de los cursos (Aparisi y Pochulu, 2013), la dificultad que se manifiesta en la interpretación del contexto por parte del alumnado y la falta de perfeccionamiento en los saberes requeridos para la modelización por parte de los docentes (Villareal, 2019).

Teniendo en cuenta las condiciones en las que dictamos las asignaturas en el Área Matemática nos preguntamos **¿cuál será la forma más eficiente de introducir actividades de modelización u otras vinculadas a problemas reales en nuestros cursos?**

El tercero de los objetivos específicos es en consecuencia e**valuar cuáles son los recursos tecnológicos que nos permitirán poner a disposición del alumnado y del modo más eficiente las actividades a las que nos referimos en la sección anterior.**

Recursos disponibles para registrar y analizar la información

La última de las preguntas de esta investigación está vinculada con la necesidad de registrar la información en plena pandemia: **¿cómo pueden utilizarse los recursos tecnológicos disponibles en los cursos de Matemática de las carreras de Ingeniería que se dictan en la UNQ para llevar adelante la investigación y para medir y analizar sus resultados?**

Definimos así al último de los objetivos específicos**, aplicar recursos estadísticos tradicionales (como las encuestas) y explorar el potencial de otros menos convencionales (como las cartas de control, los datos que brindan un canal de You Tube o el campus institucional) para la recopilación y el análisis de la información obtenida.**

Justificación del estudio

En definitiva, diseñamos actividades vinculadas con problemas propios de la Ingeniería que permitieran aplicar los conocimientos matemáticos que se hubiesen estudiado en el curso, de tal modo que aquellas se convirtiesen en un vehículo para que el alumnado aprenda Matemática (Julie y Mudaly, 2007). Las clases sincrónicas se grabaron parcialmente, y se pusieron a disposición del alumnado a través del campus de la UNQ, junto con otros videos de corta duración. Muchos de éstos incluyeron simulaciones dinámicas o pequeños programas de computadora que permitieron validar los modelos matemáticos con los que se trabajara en clase mediante datos experimentales que se obtuvieran a partir de la bibliografía o que fueran facilitados por docentes de otras asignaturas. Y originalmente se adoptó como *variable de salida* al porcentaje de aprobados en cada curso, aún cuando después se analizaron otras variables vinculadas, como la cantidad de vistas a cada uno de los videos o retención de cada uno de ellos en función de su contenido

Y a partir de lo expresado hasta el momento, consideramos que la presente investigación posee **implicaciones prácticas**, dado que busca resolver un problema concreto, el fracaso académico de los estudiantes de asignaturas del Área Matemática. Posee además una **utilidad metodológica**, pues algunas de las herramientas empleadas, como las cartas de control (Calandra y Vericat, 2006; Calandra y Argeri, 2009; Costa et al., 2019) o el cruce de información estadístico entre el campus y el canal de You Tube poseen un gran potencial para su aplicación en futuras investigaciones. El análisis que llevamos a cabo en el Capítulo 11 podrá resultar particularmente interesante para quien lea el presente estudio.

Sin embargo, creemos que la **relevancia social** del problema representa la **justificación principal** del estudio, ya que el fracaso de un estudiante no solo representa un daño para el individuo, sino también para la sociedad que con su esfuerzo sostiene a las Universidades Públicas.

Factibilidad del estudio

El campus de la UNQ disponía de un gran número de recursos, pero las clases presenciales sincrónicas se desarrollaban en plataformas como el Zoom o el Google meet, que eran ajenas a la institución. Las dos mencionadas fueron las más empleadas por los docentes del Departamento de Ciencia y Tecnología de la UNQ: una encuesta llevada a cabo en dicho Departamento una vez finalizado el primer año de la pandemia señaló que más del 57 % de los 158 docentes que tomaron parte en la misma empleaba a la primera de las plataformas mencionadas para el dictado de sus clases sincrónicas, en tanto que alrededor del 36 % lo hacía utilizando la segunda de ellas.

Recordemos que la plataforma Zoom de uso gratuito permitía la grabación de dichas clases, pero la sesión se interrumpía después de 40 minutos, debiéndose renovar al menos una o más veces (de acuerdo a la duración de la clase); la plataforma Google meet, en cambio, no se interrumpía, pero no permitía la grabación de su contenido.

La situación cambió a mediados del año 2021, ya que el campus institucional sumó a todos los recursos que ya venía ofreciendo a los docentes la posibilidad de reservar sesiones de zoom. De ese modo, aquellos de nosotros que hasta ese momento utilizáramos la plataforma de Google pudimos grabar en forma total o parcial nuestras clases.

Paralelamente, la experiencia adquirida a lo largo de los meses transcurridos desde el comienzo de la pandemia nos llevó a sumar a las clases grabadas (que de acuerdo al estudio mencionado anteriormente, era un recurso utilizado por casi el 64 % de los docentes que respondieran a la encuesta llevada a cabo en el Departamento de ciencia y Tecnología de la UNQ) videos docentes de corta duración. Éstos pueden grabarse en breves sesiones de Zoom para luego ser compartidos por Google drive o por un canal de YouTube.

La posibilidad de contar en forma gratuita con la plataforma Zoom, sumada a la de crear un canal de YouTube resultaron claves en el momento de llevar adelante el presente estudio. El material que habría de ofrecerse al alumnado pudo ser fácilmente registrado y subido al campus. Pero, además, tanto el campus como el canal nos brindaron invalorable información, como podrá observarse en los últimos capítulos del presente trabajo.

Finalmente, creemos que es necesario agregar que para poder redactar los programas o construir las animaciones dinámicas que se ofrecieron al alumnado resulto fundamental el software libre disponible (Octave y GeoGebra, respectivamente).

II - MARCO TEÓRICO

Capítulo 2

La sociedad de la información y la sociedad del conocimiento

Introducción

Cuando hablamos de revolución tecnológica nos referimos al proceso histórico durante el cual se producen grandes cambios debido a la introducción de una o varias tecnologías nuevas. Si pensamos entonces en los descubrimientos en campos tan disímiles como la biotecnología, la ingeniería genética o el desarrollo de nuevas fuentes de energía, que tuvieron lugar desde fines del Siglo XX, podemos asegurar que somos protagonistas de una nueva revolución tecnológica.

La Real Academia Española (RAE) define la palabra disrupción como “rotura o interrupción brusca”, y debido a los cambios que están produciendo en la humanidad no resulta absurdo calificar a buena parte de las tecnologías a las que acabamos de hacer referencia como disruptivas.

Independientemente de los beneficios que dichos descubrimientos puedan brindarle a las personas, un detenido análisis nos muestra que la aparición de invenciones disruptivas es exponencial (Campanario, 2017), lo que lleva a la humanidad a permanecer en un estadio tecnológico durante períodos de tiempo cada vez más breves. Y, en el campo de la docencia, el tema no es menor, ya que en la actualidad, las clásicas diferencias generacionales entre alumnos y docentes quedan plasmadas en la clasificación acuñada por Marc Prensky: mientras aquellos pueden considerarse como *nativos digitales*, éstos (que tuvieron que acostumbrarse a leer un texto a través de una pantalla después de años de manejarse mediante libros) se conocen como *emigrantes digitales*. Para los jóvenes, la comunicación sincrónica a través de sus celulares resulta algo muy natural y han dejado de ser meros consumidores pasivos de información para controlar su gestión a través de Internet (Pozo y Monereo, 2009).

Y fue justamente la capacidad de penetrar en todo ámbito de la actividad humana de Internet, otra de las creaciones disruptivas creadas en los últimos años del Siglo XX, lo que dio origen a un nuevo tipo de sociedad, la sociedad de la información.

¿Sociedad de la información o sociedad del conocimiento?

La vertiginosa evolución tecnológica y el incremento exponencial en los niveles de información generada y difundida a través de Internet han transformado todos los ámbitos de la actividad humana, revolucionando la vida social, cultural y económica a nivel global. Este fenómeno dio lugar a un nuevo tipo de sociedad, a la que se define como *sociedad de la información* (Sánchez-Torres et al., 2012).

Resulta evidente que la irrupción de esta cultura informática que cambió radicalmente la vida de millones de personas en todo el mundo generó en ellas una fuerte dependencia tecnológica (Pérez Zuñiga et al., 2018). Ello obliga a las instituciones educativas (y muy especialmente las universidades) a promover procesos de aprendizaje permanentes, que permitan a los ciudadanos desarrollarse adecuadamente dentro de un nuevo contexto (Méndez et al., 2013).

Se observa que en el ámbito educativo se habla frecuentemente de *sociedad de la información* o de *sociedad del conocimiento* cuando se hace referencia al empleo de dispositivos digitales en el aula para facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje (Pérez Zuñiga et al., 2018) Por eso creemos que es necesario aclarar que mientras la sociedad de la información está directamente vinculada con la innovación tecnológica, la sociedad del conocimiento posee una dimensión más profunda, siendo su objetivo la transformación de la información para la generación de nuevos conocimientos. Es lógico pensar que la existencia de la primera es condición necesaria para la de la segunda, y que la íntima relación entre ambas puede llevar a confundirlas (Araiza, 2012). Pero es conveniente recordar que mientras que en la sociedad de la información el entorno digital solo facilita el acceso a la información a todas las personas, la sociedad del conocimiento busca que sus miembros posean las capacidades y competencias que les permitan formar parte de la construcción social del conocimiento a partir de dicha información (Barroso, 2013).

El empleo cotidiano de la tecnología para comunicarnos y la discrecional disponibilidad de información nos permiten asegurar que somos miembros de la sociedad de la información. Aquellas dos condiciones hacen posible que las personas desarrollen capacidades y habilidades individuales mediante las cuales se puede construir el conocimiento. De ese modo se confirmaría lo planteado en el párrafo anterior, pudiendo afirmarse que la existencia de la sociedad de la información representa una condición necesaria para la existencia de la sociedad del conocimiento. Pero la existencia de la sociedad de la información no garantiza la existencia de la sociedad del conocimiento, pues la construcción del conocimiento responde al proceso evolutivo del desarrollo humano (Pérez Zuñiga et al., 2018). Los descubrimientos científicos y la innovación tecnológica dependen de un complejo conjunto de factores (entre los cuales no podemos dejar de lado la invención e iniciativas personales), razón por la cual no puede asegurarse que la sociedad dicte el curso del cambio tecnológico (Castells, 1996).

Resulta lógico pensar que la innovación y la creatividad representan los factores fundamentales para el desarrollo y progreso de la sociedad del conocimiento. Sin embargo, se observa que en una sociedad que depende cada día más de la tecnología, la creatividad no parece representar un valor esencial en la formación de las personas que la conforman (Summo et al., 2016). El hecho crea un nuevo desafío para las universidades, que deben desarrollar herramientas y estrategias educativas para facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje y promover una mejora educativa continua. Solo mediante aquellas podrá promoverse el interés de alumnas y alumnos, con el objeto de que alcancen mejores resultados a nivel académico y en la construcción del saber en las distintas áreas del conocimiento, utilizando para ello los recursos tecnológicos disponibles (Pérez Zuñiga et al., 2018).

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación y las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento

Aun cuando a lo largo de los últimos años los docentes han recibido capacitación en el uso de las TIC, es necesario recordar que los recursos que brinda la tecnología tienen por objeto mejorar la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Pérez et al.,2016). Ello dio origen al surgimiento de las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), que no se limitan al uso de las TIC, sino que tienen como objetivo brindar a los docentes la formación pedagógica que les permita emplearlas adecuadamente, adaptando de ese modo la metodología de trabajo a las desafiantes condiciones del presente (Enríquez, 2012).

Las TAC brindan insospechables posibilidades, que no deberían limitares a la gestión de la información y el acceso al conocimiento. Si bien es cierto que permiten a los estudiantes seleccionar las herramientas que consideren más adecuadas a su proceso de aprendizaje (redes sociales, YouTube, Google Drive, etc.), el software libre pone también a su alcance recursos que pueden permitirles generar conocimientos. Ello resulta particularmente deseable en el caso de estudiantes de carreras científicas, y sobre el particular habremos de deteneros más adelante, al detallar algunas de las actividades pedagógicas propuestas en los cursos que tomaran parte del presente estudio.

¿Sociedad de la incertidumbre?

La calidad de la información disponible gracias a las TIC muchas veces no puede garantizarse, suele ser innecesariamente excesiva y, en definitiva, su valor puede ser discutible en la mayoría de los casos. Además, el volumen de dicha información puede llegar a saturarnos, impidiendo que la misma pueda ser convenientemente gestionada para convertirse en verdadero conocimiento (Pozo y Monereo, 2009).

Es conveniente recordar que en un sentido estricto, la información puede definirse como *aquello que reduce la incertidumbre de un sistema*. Paradójicamente, recursos inimaginables hace pocos años atrás (como los algoritmos que aparentan buscar información de acuerdo a nuestros intereses o los procesadores de texto que completan las palabras u oraciones que estamos redactando a partir de un análisis de tipo estadístico, cuya existencia ya hemos naturalizado inconscientemente) nos ofrecen mucha más información de la que podemos procesar; todo parece igualmente importante y urgente, y la inexperiencia y la falta de criterio, lejos de reducir la incertidumbre, la aumentan.

Los jóvenes (a quienes podemos calificar como *nativos digitales*), acostumbrados desde la niñez a hacer varias cosas a la vez (comportamiento al que muchos denominan *multitasking* y que ya dejó de ser exclusivo de las últimas generaciones), adquirieron una estructura de pensamiento fragmentada, menos profunda que la de sus padres. Creen que disponer de más información les permitirá tomar mejores decisiones, sin detenerse a pensar que no disponen de tiempo suficiente para analizarla, cotejarla y asimilarla. La falta de experiencia hace que toda esa información les parezca igualmente relevante. En definitiva, el exceso de información provoca en ellos (¡y en muchas personas de otras generaciones que conviven dentro de esta sociedad de la información!) confusión, estrés y abatimiento, que bloquean la capacidad de análisis y procesamiento. En definitiva, se convierten en víctimas de la *infoxificación,* término acuñado por algunos especialistas al referirse a la intoxicación de información (Ensink, 2010).

Más allá de la sociedad de la información o la del conocimiento, en el ámbito académico podemos decir que nos encontramos ante una edad de la incertidumbre (Morin, 1999), donde lejos de aprender verdades indiscutibles, el individuo debe construir su propio punto de vista a partir de múltiples interpretaciones de la realidad.

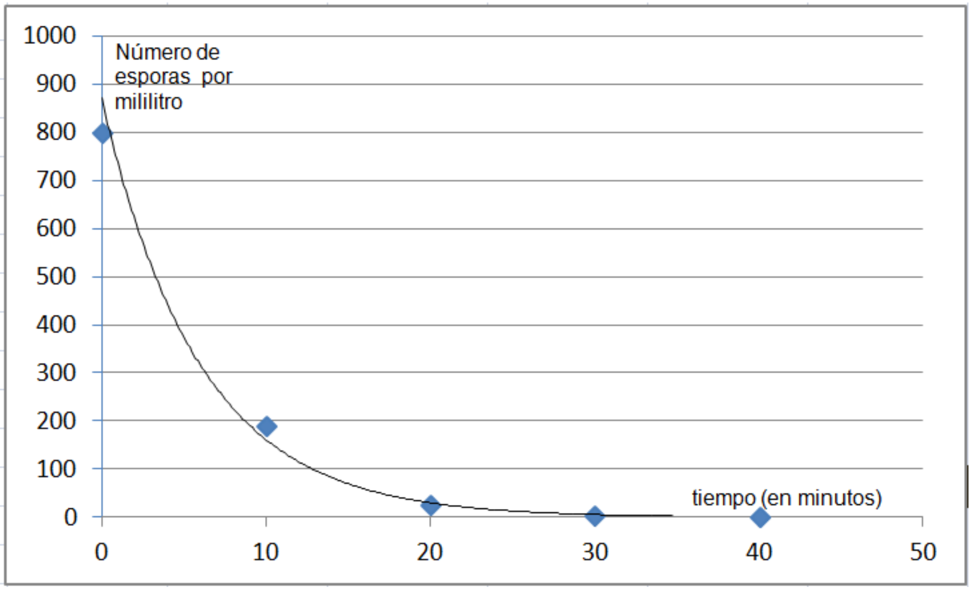
Ese estado de incertidumbre creciente, que se manifiesta tanto en nuestra vida profesional como en la personal, parece poner en duda la existencia de una verdad. Pero, lejos de caer en un relativismo extremo, debemos asumir que la propia ciencia ha evolucionado de tal modo que su función ha dejado de ser la búsqueda de una verdad absoluta, válida en todo contexto y situación. Su objetivo es el de generar o construir *modelos* que permitan interpretar la realidad y solucionar problemas.

Al alejarnos de la concepción positivista clásica de la ciencia podremos entender que cualquier afirmación o postulado científico es válido dentro de un determinado marco teórico, y que una teoría será mejor que otra cuando brinde un modelo de la realidad que permita resolver un mayor número de problemas. Al hacerlo nos habremos acercado a un nuevo enfoque epistemológico. Nuestros conocimientos habrán de convertirse en modelos que intentan reconstruir la realidad pero que nunca habrán de hacerlo exactamente. Es más: nos enfrentaremos con el hecho de que nunca podremos construir un modelo que represente fielmente a la realidad (Pozo y Monereo, 2009).

Más adelante nos detendremos particularmente en los modelos matemáticos, que permiten relacionar procesos o fenómenos de naturaleza no matemática con objetos matemáticos, ya sean ecuaciones o sistemas de ecuaciones, gráficos o expresiones comúnmente conocidas como fórmulas. Consideramos que introducir la modelización en nuestros cursos de Matemática resulta muy valioso para estudiantes de carreras científico tecnológicas, particularmente cuando se aplica a la resolución de problemas propios de cada carrera. Por ejemplo, en la Figura 2.1 se observa la curva correspondiente al decrecimiento de un cultivo de esporas sometidas a alta temperatura. La validez del modelo se verificó en clase confrontándolo con valores experimentales.

Figura 2.1

Gráfica obtenida a partir de un modelo matemático



Nota: La curva en color azul representa el número de esporas sobrevivientes en función del tiempo. Los rombos azules corresponden a los valores experimentales que nos permiten validar el modelo matemático utilizado.

CAPÍTULO 3

Influencia de los factores afectivos y emocionales en el proceso de enseñanza y aprendizaje

¿El origen del problema?

Si bien la Matemática es solo una de las materias incluidas en el currículum escolar, niños y niñas sienten que se los presiona más en tener éxito en dicha materia que en, por ejemplo, Historia o Geografía. Y ello no es casual, ya que se la percibe como particularmente *útil* por ser *un medio de comunicación* poderoso, conciso y para nada ambiguo. No debe sorprendernos que en los programas educativos de todos los países la lengua nativa y la Matemática representen los pilares de la enseñanza. Pero los problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de ésta última como medio de comunicación son muy diferentes a los que se presentan con aquella. Aun cuando niñas y niños adquieren un mejor manejo de la lengua dentro del aula, la utilizan y practican permanentemente. Además, en general, los errores que puedan cometerse al hablar o escribir no necesariamente convertirán al mensaje en algo ininteligible. La Matemática, en cambio, debe ser aprendida y practicada; un pequeño error puede tener serias consecuencias, y por ese motivo la mayoría de las personas deben dedicar mucho tiempo y esfuerzo para adquirir las destrezas que les permitan dominar su idioma (Cockroft, 1982).

Por otro lado, existen creencias instaladas en la sociedad que resultan difíciles de combatir. No resulta infrecuente observar que los padres de muchos estudiantes del nivel secundario aceptan con resignación y naturalidad el fracaso de sus hijos en Matemática, en tanto que reaccionan de un modo muy distinto en el caso de otras asignaturas. Aquellos parecen asumir que *la Matemática es difícil,* y mientras los jóvenes afirman que la materia los supera. Su baja autoestima, falta de confianza y de seguridad en sí mismos les genera ansiedad y angustia en el momento de enfrentar cualquier actividad vinculada con la materia (Salazar León, 2019).

El valor de la dimensión afectiva en lo que respecta a las Matemáticas ha llevado a los docentes, desde los años ochenta, a estudiar de qué modo los aspectos emocionales influyen en el éxito o fracaso de los estudiantes. El *dominio afectivo* (McLeod,1989 b) incluye un conjunto de disposiciones entre los que se incluyen las actitudes, las creencias y las emociones. Éstas representan un rango de sentimientos y estados de ánimo que se diferencia claramente de la cognición pura.

Actitudes, creencias y emociones

El término *actitud* puede entenderse como una predisposición evaluativa (o sea, que puede clasificarse como positiva o negativa) que condiciona al sujeto a percibir y reaccionar de una manera determinada ante diversos objetos y situaciones con las que se relaciona. Consta de tres componentes:

(i) la *cognitiva*, que se manifiesta a partir de creencias subyacentes a dicha actitud;

(ii) la *afectiva*, que se manifiesta a través de sentimientos de aceptación o de rechazo hacia la tarea o la materia de que se trate; y

(iii) la *intencional,* vinculada con la tendencia a un determinado tipo de comportamiento.

Dentro de las actitudes hacia la Matemática deben distinguirse las “actitudes hacia la Matemática” de las “actitudes matemáticas” (Callejo, 1994). En las primeras prima la componente afectiva sobre la cognitiva, y se relacionan con la valoración y el aprecio que el alumno pueda tener por la asignatura, y el interés que la misma le despierte. En cambio, las actitudes matemáticas presentan un carácter puramente cognitivo, vinculado especialmente a capacidades del individuo como la flexibilidad de pensamiento o su apertura mental.

En lo que respecta a las actitudes hacia la Matemática, pueden manifestarse de dos formas distintas. Por un lado, como reacción automática ante una tarea conocida, cuyo origen debe encontrarse en experiencias de tipo emocional que se repitieron en el pasado. Por otro lado pueden presentarse cuando el alumno se enfrenta a un contenido nuevo que pueda estar vinculado con otro hacia el cual ya haya desarrollado previamente algún tipo de actitud (McLeod, 1989a).

En lo que respecta a las creencias, son de naturaleza cognitiva y se consolidan a lo largo del tiempo. En el caso particular de las que se relacionan con la Matemática, su enseñanza y aprendizaje, se basan fundamentalmente en la experiencia personal, aun cuando algunas se encuentran firmemente instaladas en la sociedad y vinculadas con su importancia, su complejidad y su rigor.

Las creencias del estudiante pueden categorizarse a partir del objeto de la creencia, de modo que puede hablarse de:

(i) creencias acerca de la Matemática (por ejemplo, “la Matemática es difícil y está basada en reglas estrictas”);
(ii) creencias acerca del individuo frente a ella (por ejemplo, “no nací para la Matemática”);
(iii) creencias acerca de su enseñanza (por ejemplo, “el profesor se limita a llenar el pizarrón para que nosotros copiemos todo en nuestros cuadernos”); y
(iv) acerca del contexto dentro del cual se enseña (por ejemplo, “el aprendizaje es muy competitivo”).

Aún aunque algunos investigadores opinen que las creencias en general no deberían incluirse dentro del dominio afectivo, por su carácter cognitivo, el papel que juegan en las respuestas de tipo emocional, al menos en el caso de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, llevan a incluirlas en la descripción del dominio afectivo (McLeod, 1992)

Las emociones son intensas y de corta duración. Surgen en respuesta de sucesos internos o externos al individuo (Hidalgo Alonso et al., 2004) y pueden aparecer o desaparecer rápidamente, involucrando muy poco a la cognición y presentando una alta intensidad (McLeod, 1989a). No pueden medirse empleando cuestionarios (herramienta clásica en el estudio de otros factores afectivos) debido a su falta de estabilidad y por reflejar el comportamiento de individuos, de modo que el carácter de su estudio resulta mucho menos amplio que el de las creencias o las actitudes (McLeod, 1992)

En resumidas cuentas, estos tres tipos de respuesta se diferencian entre sí en su estabilidad e intensidad: a diferencia de las creencias y actitudes, que son generalmente estables y de baja intensidad, las emociones resultan ser espontáneas e intensas. Por otro lado, las creencias presentan un componente cognitivo mayor que las actitudes y las emociones, y se desarrollan en períodos relativamente prolongados en el tiempo, lo que motiva su estabilidad.

Un estudio llevado a cabo con alumnos de Ciencias de la Salud de la Universidad de Buenos Aires señala que las actitudes afectiva y emocional de los alumnos hacia la Matemática podían representar un obstáculo en el aprendizaje de la misma (Dodera, 2014). En ese sentido McLeod (1989 a) observa que las reacciones afectivas de los alumnos al resolver un problema durante la clase pueden ser variadas en lo que respecta a su sentido, ya que pueden ser positivas o negativas. Agrega que la frustración que sienten los alumnos al no saber de qué modo avanzar con la actividad es una de las más frecuentes, intensas y negativas. Pero también señala que reaccionan positivamente cuando sienten que los problemas que se les proponen tienen alguna aplicación, un "sabor a mundo real". Ello se ve reflejado en el hecho de que la resolución en cursos de Matemática de problemas concretos de otras asignaturas genere una fuerte motivación en los estudiantes (Martínez Luaces, 2001).

En un trabajo llevado a cabo en la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ) con alumnas y alumnos de la carrera Bioquímica (Mulreedy, 2020) se buscó mejorar las actitudes hacia la Matemática que manifestaran al cursar Análisis Matemático I, aplicando para ello un programa que incluía actividades de modelización matemática (crecimiento bacteriológico, decaimiento radioactivo, viscosidad en fluidos, etc.).

Tomaron parte del estudio los dos cursos de Análisis Matemático II; en uno de ellos se aplicó la metodología antes mencionada (convirtiéndose de ese modo en el curso piloto de la experiencia), en tanto que en el otro se trabajó con la metodología tradicional, dentro de la cual primó la resolución de ejercicios.

Una vez finalizada la cursada los estudiantes fueron invitados a responder en forma anónima y voluntaria una encuesta de tipo Likert. Se observó que la aplicación del programa en el que se hizo énfasis en la resolución de problemas vinculados con la carrera Bioquímica generó en los alumnos dos reacciones significativamente opuestas. Por un lado, desde una perspectiva objetiva, los alumnos del curso piloto adquirieron conciencia de la importancia de la Matemática por sus aplicaciones concretas. A modo de ejemplo, más del 90 % opinó estar en desacuerdo o muy en desacuerdo con el ítem "las destrezas matemáticas que uso en clase no son las que empleo para resolver problemas reales", en tanto que menos del 40 % de los estudiantes del curso testigo opinó del mismo modo. Sin embargo, desde un punto de vista subjetivo, su autopercepción como aprendices de la Matemática resultó ser más negativa que la que tuvieron los estudiantes del curso testigo. Alrededor del 30% de los alumnos del curso piloto dijeron estar de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem “tardo demasiado en resolver cada ejercicio y eso me provoca desaliento”, mientras solo el 20 % de los estudiantes del curso testigo opinó del mismo modo.

Sin embargo, al comparar el rendimiento académico de los dos cursos, se observó que prácticamente el 50 % de los estudiantes del curso piloto promocionaron la materia, prácticamente un 10 % más de los que lo hicieron en el curso testigo (Mulreedy, 2020). Resulta lógico suponer que la motivación que provoca trabajar en las clases con las herramientas que habrán de aplicarse en tantos otros campos del conocimiento, ya sea en cinética química como en el método de descenso por gradiente (algoritmo de optimización empleado en el campo de las redes neuronales), favorece tanto al proceso de aprendizaje de la Matemática como a la formación integral de los futuros profesionales.

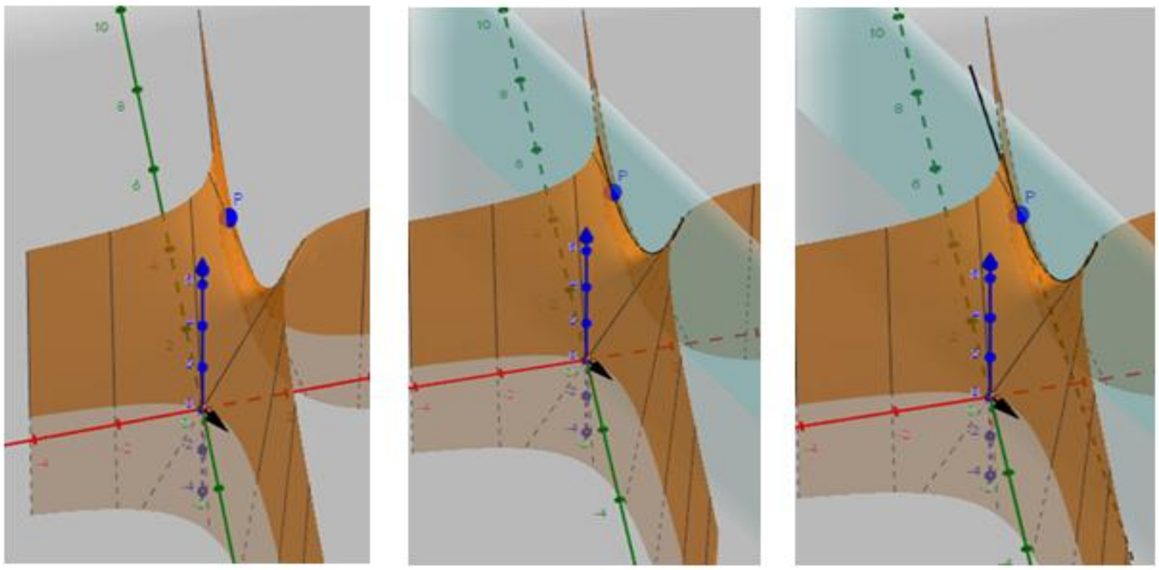
Influencia del empleo de las TIC en las actitudes hacia la Matemática

La aplicación de la tecnología consigue potenciar la capacidad del alumno para enfrentar tareas complejas. Abre amplios horizontes para los jóvenes, influyendo en sus procesos cognitivos. En ese aspecto, las computadoras y la web se convierten en poderosas herramientas, que utilizadas con adecuados criterios pedagógicos, pueden provocar profundos cambios en las formas de pensamiento, generando sorprendentes avances en el campo de la educación. Por ejemplo, el empleo de programas como el GeoGebra al trabajar con funciones de dos variables independientes permite representarlas gráficamente en el espacio, facilitando la interpretación de los conceptos involucrados en su estudio. Además, el hecho de que alumnas y alumnos no se limiten a ver las imágenes que el docente proyecta sobre una pantalla sino que puedan trabajar simultáneamente frente a una computadora los aleja del tradicional rol pasivo del aprendiz para convertirlos en protagonistas de su proceso de aprendizaje (Figura 3.1).

Sin embargo, el empleo de este tipo de recurso no es suficiente para facilitar el aprendizaje de la Matemática en forma significativa, ya que si las creencias del estudiante respecto de la materia son negativas, hará un uso superficial de la tecnología, que no favorecerá su aprendizaje (Córdoba Gómez, 2014). No debe entonces sorprendernos el hecho de que, aun cuando en general la mayoría de los estudiantes manifiesten una actitud positiva hacia el empleo de la tecnología, ello no se refleje necesariamente en su rendimiento académico (Sánchez Ruíz y Ursini, 2010).

Figura 3.1.

Sucesión de imágenes de una simulación utilizada durante una clase de Matemática



Nota: En la imagen de la izquierda se señala un punto P sobre la gráfica de un campo escalar; en la imagen central se interseca a la superficie con un plano vertical que contiene a P y en la imagen de la derecha se traza la recta tangente a la curva obtenida a partir de dicha intersección.

La actitud positiva de los jóvenes hacia el uso de la tecnología en clase que suele manifestarse inicialmente está vinculada con sus experiencias personales, y la creencia sobre aprender utilizando para ello la computadora les resulta incluso divertida (Gómez Chacón, 2010). Hemos visto en secciones anteriores que es frecuente confundir a la sociedad de la información con la del conocimiento, lo que también puede dar lugar a una predisposición positiva hacia el empleo de recursos informáticos en el aula que no se condiga con la experiencia directa. Por ejemplo, en un estudio llevado a cabo con estudiantes que aprobaran el módulo de un curso preuniversitario para carreras de Ingeniería en Informática, Ingeniería de Producción e Ingeniería Telemática (Bullones García et al., 2015), más del 52 % de los encuestados admitieron que empleaban habitualmente recursos tecnológicos para realizar actividades académicas. Sin embargo, solo el 18 % de las personas que tomaran parte del estudio dijeron haber empleado alguna vez software para la solución de ejercicios de Matemática.

La confianza que les brinda a los jóvenes el uso habitual de Internet los predispone positivamente cuando el objetivo de la actividad que se lleve a cabo en el aula sea, por ejemplo, la búsqueda de información. Pero la confianza en su capacidad cambia notablemente cuando debe resolver una actividad concreta de carácter matemático. Percibe entonces que el proceso de aprendizaje presenta un nivel de exigencia superior, y que su dominio del software será inútil si carece de los conocimientos matemáticos necesarios. Volviendo al ejemplo del uso del GeoGebra, aquellos estudiantes que poseen un dominio matemático y técnico en el tratamiento de objetos y construcciones dinámicas llegan a expresar satisfacción (e incluso disfrutar) al trabajar en clase con dicho software. En cambio, aquellos que no encuentran la forma de volcar la información estática e inerte que le brinda el enunciado de un problema al marco dinámico que le brinda el programa, o no tienen éxito en el momento de resolver una actividad, expresan insatisfacción e indiferencia. No basta, entonces, con el estímulo instrumental que inicialmente pueda generar el empleo de la tecnología, sino que son necesarias actitudes matemáticas que habrán de ser potenciadas gracias a las herramientas informáticas. Y dichas actitudes dependerán de una serie de factores, entre los cuales cabe destacar la influencia de la gestión del docente, que se verá reflejada en las actividades didácticas que proponga al curso (Gómez Chacón, 2010).

CAPÍTULO 4

La formación en competencias

Introducción

Nadie puede saber exactamente cuáles de los conocimientos que hoy les brindamos a las jóvenes generaciones que habrán de serles útiles dentro de apenas unos pocos años (Robinson, 2015). El ritmo vertiginoso del avance en ciencia y tecnología nos impide asegurar que todo lo que les estamos enseñando hoy les sea realmente útil mañana. Por eso, la tarea del docente universitario consiste en formar a los futuros profesionales para que se conviertan en aprendices flexibles, eficaces y autónomos, brindándoles una fuerte formación de base y dotándolos de capacidades de aprendizaje que les permitan seguir formándose a lo largo de toda su vida. Educar por competencias permite alcanzar ese objetivo, al estimular al alumnado a desarrollar diversos tipos de competencias (Sartor, 2006).

¿Qué entendemos al hablar de un profesional competente?

Decir que alguien sea competente puede admitir diversas interpretaciones. Por ejemplo, puede entenderse que debe poseer la habilidad para llevar adelante una determinada tarea. Una persona competente es, en definitiva, aquella que "sabe hacer algo con lo que sabe" (López et al., 2006).Teniendo en cuenta que el presente trabajo está enfocado fundamentalmente en los estudiantes de las carreras de Ciencia y Tecnología (más específicamente, los de Ingeniería en Alimentos y los de Ingeniería en Automatización y Control Industrial), buscaremos definir qué puede entenderse por un ingeniero competente.

Para comenzar, podríamos decir que un ingeniero competente es aquél que está capacitado para desempeñarse dentro de una empresa, optimizando el empleo de los recursos de la misma para lograr que opere de un modo eficiente. Esa persona, además, deberá actuar de un modo ético, debe estar motivado y comprometido con la calidad de su desempeño dentro de un contexto social determinado (Sartor, 2016). Como corresponde a todo profesional de las áreas científico tecnológicas, debe poseer la capacidad de encontrar soluciones a problemas científicos y tecnológicos (Pedros et al., 2006).

Mucho tiempo pasó desde el momento en que quienes creaban los *ingenium*, las máquinas empleadas por los romanos para la guerra, abandonaron el campo de batalla para levantar ciudades, convirtiéndose así en los primeros Ingenieros *Civiles.* La incorporación de la automatización a los procesos productivos, por ejemplo, exige que el profesional cuente con una sólida formación general, posea una forma de pensar abstracta altamente desarrollada y tenga una sólida formación lógico matemática, estadística e informática que le permita comprender claramente los procesos tecnológicos (Salinas et al., 2006).

La educación basada en competencias

Así como en la sección anterior comenzamos definiendo qué significaba que una persona fuese competente, buscaremos seguidamente la forma de definir qué es lo que se entiendo por competencia. Por empezar, podemos decir que se trata del conjunto de conocimientos, capacidades durables y habilidades adquiridas gracias a la adquisición de conocimientos y las experiencias llevadas a cabo, vinculados a un determinado campo de acción. La competencia representa así un saber validado y ejercitado, que habrá de ser reconocido por quienes rodeen a quien lo posee (Lucero de Aguado et al., 2007).

Si seguidamente nos enfocamos en las distintas etapas en la formación de un estudiante de carreras científico técnicas, las competencias que se esperan que posea en cada una de ellas pueden clasificarse en básicas, genéricas y específicas. Las primeras son las que debe tener todo aspirante a este tipo de carreras: lectura fluida y comprensiva, adecuada expresión oral y adecuado manejo de la gramática. Además, deberá contar con conocimientos básicos de Matemática para formular y resolver distintos tipos de problemas elementales, ya sean geométricos o numéricos.

Las competencias genéricas, que deberá adquirir a lo largo del Ciclo Básico de la carrera, se refieren en cambio a la formación de la alumna o el alumno de carreras científico- tecnológicas en Ciencias Básicas, fundamentalmente Física, Química y Matemática.

Finalmente, los conocimientos especializados y la práctica que habrán de permitirle al futuro profesional llevar adelante su actividad conforman las llamadas competencias específicas, que se adquieren durante el Ciclo de especialización de la carrera (López et al., 2006).

Ahora bien, al detenernos en las dos últimas etapas no podemos dejar de lado el hecho de que una de las características que define a la sociedad del siglo XXI es el gran número de centros de producción del conocimiento. Si a ello se le suma **la facilidad con la que dicho conocimiento** puede distribuirse, *resulta lógico que aun en el marco de las disciplinas más especializadas y acotadas el mismo parezca inabarcable*. Además, la creciente caducidad de algunos de ellos (consecuencia del acelerado ritmo de producción del conocimiento y la velocidad con la que los mismos se transmiten), y la incertidumbre respecto a cuáles seguirán siendo relevantes en el mediano o corto plazo convierten en un verdadero desafío poder seleccionar cuáles son los saberes que habrán de brindarse en las aulas.

Quienes se ocupan de la gestión social del conocimiento en la sociedad actual deben aprender a convivir con la incertidumbre propia del carácter relativo de aquél sin caer en un relativismo total que podría resultar paralizante. Como docentes debemos poner énfasis en la flexibilidad, fiabilidad y carácter constructivo del conocimiento que brindemos en las aulas. Nuestras alumnas y alumnos deben aprender a gestionar sus conocimientos de un modo flexible, conectándolos entre sí, de tal modo de poder participar en los procesos de producción del conocimiento. La Universidad debe fomentar en alumnas y alumnos la capacidad de adquirir estrategias y competencias mediante las cuales sean capaces de adquirir nuevos conocimientos en forma autónoma, para después poder aplicarlos criteriosamente a cada nuevo desafío que su actividad profesional les presente. Su capacidad de *aprender a aprender* habrá de permitirles dejar de lado el rol de *profesionales técnicos* (que se limitan a aplicar soluciones creadas por otros) para convertirse en *profesionales estratégicos*, capaces de generar nuevos conocimientos y de aplicar los adquiridos para solucionar nuevos problemas.

Paralelamente, la tendencia a la especialización y fragmentación creciente de los saberes, característica del conocimiento actual, agrava el panorama: aún en el caso de materias básicas, los docentes comprobamos que nuestras alumnas y alumnos poseen conocimientos de otras materias que resultan imprescindibles y que son ajenas a nuestro propio campo de estudio. Nos encontramos ante una serie de factores que representan verdaderos desafíos a la hora de integrar saberes y seleccionar los contenidos más apropiados para la asignatura que estemos dictando. Es frecuente que los docentes ignoren lo que sus colegas de otras asignaturas dictan, concibiendo los contenidos que transmiten como un fin en sí mismo. Los alumnos se encuentran así ante una acumulación de saberes que parecen no tener ningún tipo de relación entre sí, y terminan limitándose a sumar créditos para finalizar su carrera, incapaces de poder articular e integrar los conocimientos recibidos (Pozo y Monereo, 2009).

En definitiva, los docentes universitarios debemos ayudar a alumnas y alumnos para que aprendan a gestionar de un modo eficiente la información que la sociedad de la información les brinda más que generosamente; brindarles contenidos adecuados a su futuro perfil profesional, de tal modo que puedan integrarlos fácilmente a los que adquieren en el resto de las asignaturas; y, finalmente, fomentar su capacidad de aprender a aprender durante el resto de sus vidas.

Competencias propias de la sociedad de la información

En algunos pasajes de las secciones anteriores hemos hecho referencia al tema de las competencias desde un enfoque parcial, vinculado con las que son propias de profesionales en el campo de la ciencia y la tecnología. Y si bien es cierto que las competencias no pueden desligarse de los contextos en los que se adquieren o en aquellos en los que habrán de aplicarse, no debemos perder de vista que la enseñanza en términos de competencias pone énfasis en la movilización articulada de diferentes tipos de conocimiento.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) auspició diversos proyectos vinculados con la reforma de los sistemas educativos, con el fin de adaptarlos a las nuevas formas de entender los procesos de enseñanza y aprendizaje. Uno de ellos, enfocado justamente en la educación basada en competencias, fue el proyecto Definición y Selección de Competencias (DeSeCo). Y uno de los resultados del estudio (OCDE, 2005) fue reconocer tres competencias clave, siendo la primera de ellas el empleo de herramientas socioculturales (como el lenguaje) y físicas (como las computadoras) que le permitan al individuo interactuar dentro de la sociedad.

En ese sentido podríamos suponer que nuestras alumnas y alumnos, *nativos digitales* (Prenski, 2001) son naturalmente competentes en el empleo de la tecnología. Ya que han estado familiarizados durante todas sus vidas con computadoras, video juegos, teléfonos digitales y muchos otros juguetes y aparatos propios de la era digital.

Sin embargo, el uso de las herramientas en forma interactiva no puede limitarse al acceso a las mismas y a la destreza para manejarlas. Acceder a un texto en formato pdf o utilizar un determinado software no garantiza que una persona esté realmente familiarizada con la herramienta, que comprenda que la misma representa un medio activo para interactuar con el mundo y que puede utilizarla para alcanzar metas más ambiciosas. Es por ello que las actuales evaluaciones internacionales, entre las que cabe destacar a las PISA (Programme for International Student Assessment) contemplan dentro de la primera categoría de competencias clave a las siguientes:

(i) Habilidad para el empleo del lenguaje, los símbolos y textos en forma interactiva, es decir, la persona debe poder hacer un uso efectivo de destrezas lingüísticas orales y escritas, sumadas a destrezas en computación y Matemática.

(ii) Capacidad para utilizar el conocimiento y la información de manera interactiva, como base para formar opiniones, tomar decisiones y llevar adelante acciones responsables. El empleo de la información y el conocimiento en forma interactiva obliga al individuo a identificar, ubicar y acceder a fuentes de información adecuadas, pudiendo evaluar la calidad y el valor de la información obtenida y de sus fuentes.

(iii) Habilidad para utilizar la tecnología en forma interactiva: las personas no solo deben reflexionar sobre el potencial de los avances tecnológicos, sino que deben descubrir el modo de aplicarlos para alcanzar sus propios objetivos. Por ello es conveniente que incorporen la tecnología en forma paulatina, partiendo de prácticas habituales. Ello les permitirá familiarizarse adecuadamente con las mismas para luego poder explotar todo su potencial (OCDE, 2005).

El desarrollo de dichas competencias es impensable dentro de los contextos formativos tradicionales, basados en el aprendizaje por repetición. Requiere de una actividad cognitiva más compleja y de un diseño de actividades de enseñanza más sofisticado por parte de los docentes, que favorezcan la actividad cognitiva de alumnas y alumnos. El profesor, además, deja de ser la única fuente de saber y su autoridad ya no pasa exclusivamente por sus conocimientos sino por su capacidad para enseñar a sus alumnas y alumnos a elaborar la información disponible (de Pablos, 2010). Es él quien, en su condición de *inmigrante digital* (Prenski, 2001) puede y debe enseñar a sus estudiantes a identificar, ubicar y acceder a fuentes de información adecuadas, y motivarlos a explorar el potencial de los recursos que les brinda la tecnología.

Integración de los saberes

Una de las características que define a la sociedad del siglo XXI es el gran número de centros de producción del conocimiento. Si a ello se le suma la facilidad con la que dicho conocimiento puede distribuirse, resulta lógico que aun en el marco de las disciplinas más especializadas y acotadas el mismo parezca inabarcable. Como consecuencia de ello, la tarea de seleccionar los saberes que habrán de brindarse en las aulas resulta cada vez más compleja.

Paralelamente, la tendencia a la especialización y fragmentación creciente de los saberes, característica del conocimiento actual, agrava el panorama: aún en el caso de materias básicas, los docentes comprueban que sus alumnas y alumnos poseen conocimientos de otras materias que resultan imprescindibles y que ignoran por ser ajenas a su propio campo de estudio. Muchos optan por mantener una actitud tradicional, que concibe los contenidos que se transmiten como un fin en sí mismo. Los alumnos se encuentran así ante una acumulación de saberes que parecen no tener ningún tipo de relación entre sí, y terminan limitándose a sumar créditos para finalizar su carrera, incapaces de poder articular e integrar los conocimientos recibidos (Pozo y Monereo, 2009).

A las dificultades ya mencionadas para la selección de contenidos se suma la creciente caducidad de algunos de ellos (consecuencia del acelerado ritmo de producción del conocimiento y la velocidad con la que los mismos se transmiten), y la incertidumbre respecto a cuáles seguirán siendo relevantes en el mediano o corto plazo.

En definitiva, existen serie de factores que representan verdaderos desafíos a la hora de integrar saberes y seleccionar los contenidos más apropiados. La naturaleza del conocimiento que debe enseñarse en la Universidad, difícilmente abarcable, fragmentario y perecedero, lleva a adoptar una concepción perspectivista del conocimiento, sin por ello dejar de lado aquellos saberes indiscutibles que son de conocimiento obligatorio (Pozo y Monereo, 2009).

En el primer capítulo se hizo alusión a un trabajo llevado a cabo hace más de veinte años (Martínez Luaces, 2001), en el cual se concluía en la fuerte motivación que manifestaban los estudiantes de Matemática al aplicar los conocimientos de la materia a la resolución de problemas reales.

Creemos apropiado detenernos entonces en definir claramente qué es lo que se entiende por motivación. Rafael Bisquerra Alsina (2000) lo hace expresando que:

> La motivación es un constructo teórico-hipotético que designa un proceso compelo que causa la conducta. En la motivación intervienen múltiples variables (biológicas y adquiridas) que influyen activamente en la actividad, direccionalidad, intensidad y coordinación del comportamiento encaminado a lograr determinadas metas (p. 165).

Por su parte, John Santrock (2002) define a la motivación como:

> El conjunto de razones por las que las personas se comportan de las formas en que lo hacen. El comportamiento es vigoroso, dirigido y sostenido (p. 432).

María Luisa Naranjo Pereira (2009), al estudiar el tema de la motivación en el ámbito educativo, señala que:

> Existen tres perspectivas fundamentales sobre la motivación: la conductista, la humanista y la cognitiva. La perspectiva conductual enfatiza que las recompensas motivan la conducta y dirigen la atención de las personas hacia las acciones adecuadas y la distancian de las inadecuadas. La perspectiva humanista subraya la capacidad humana para crecer, las cualidades personales y la libertad de elección. La teoría cognitiva enfatiza en las ideas y considera que lo que la persona piensa que puede ocurrir es importante porque determina lo que ocurre (p. 167).

El fenómeno de la motivación es complejo, y cada una de las tres perspectivas señaladas facilita la comprensión integral del fenómeno. En el momento de planificar actividades, por ejemplo, es necesario tener en cuenta que enfrentar a los estudiantes a desafíos académicos que estén fuera de sus alcances puede llenarlos de frustración, mientras que si dichos desafíos resultasen pobres, la actividad sencillamente habrá de aburrirlos. Ambas situaciones los desmotivan, de modo que el docentes deberá captar la atención y el interés de su curso a través de actividades en las que, por ejemplo, la persona estudiante le encuentre sentido al aprendizaje (Naranjo Pereira, 2009).

Enfocándonos específicamente en la enseñanza de la Matemática, la mayoría de los problemas que se resuelven durante las clases carecen de contexto o suelen ser creados de un modo un tanto artificial, con el único fin de introducir un tema o aplicar un contenido estudiado previamente. En ese sentido, Marisa Reid, María Inés Gareis, Araceli Hernández y Marina Roldán (2012) opinan que:

> Este tipo de prácticas hace que sea difícil convencer a los alumnos de que las aplicaciones de ésta área de conocimiento de la vida real realmente existen (p. 91).

Para ejemplificar lo anterior, detengámonos en el enunciado del siguiente ejercicio:

"Hallar la solución particular de la ecuación diferencial $\frac{dQ}{dt} = kQ$***, sabiendo Q(0)=800 y Q(30)=6"***

La consigna es clara y carece de contexto y la alumna o el alumno se limitarán a repetir mecánicamente una serie de pasos de cálculo.

Comparemos dicha actividad con la siguiente:

"Un cultivo que contiene 800 esporas por mililitro se divide entre cuatro recipientes que se someten a una temperatura de 245 ºC por distintos períodos de tiempo. La cantidad de esporas supervivientes para cada uno de los distintos períodos de tiempo se reproduce en la Tabla 4.1. Si se sabe que la velocidad de decrecimiento del número de esporas en un instante dado es proporcional a la cantidad de esporas presentes en ese instante, se pide obtener una expresión matemática aproximada que nos permita conocer la cantidad de esporas supervivientes en función del tiempo"

Tabla 4.1

Número de esporas sobrevivientes en función del tiempo

Tiempo (en minutos)	Número de esporas por mililitro
0	800
10	190
20	27
30	6
40	1

Nota: Los datos corresponden a un proceso de decrecimiento bacteriano. Más allá de la resolución de la ecuación diferencial, la selección de los valores que habrán de permitir obtener la solución particular buscada y la discusión de los resultados obtenidos generan el interés del curso, motivándolo. Los valores fueron tomados de *Ingeniería de los Alimentos. Operaciones Unitarias y prácticas de laboratorio* (p. 87), por Sharma,S., Mulvaney, S. y Rizvi, S. ,2003, Editorial Limusa, S.A.

Lo anterior ilustra perfectamente el hecho de que la Matemática, más allá de brindar teoremas o teorías, ofrece innumerables herramientas para estudiar los datos, mediciones y observaciones recogidos por otras ciencias y revelar patrones ocultos que permiten comprender mejor el mundo que nos rodea.

Al estudiar cualquier fenómeno real, es natural que se lo observe detenidamente y se registre toda la información posible sobre el mismo. La interpretación y análisis del “mundo real” terminará llevándose a cabo fuera de éste, en el “mundo de los conceptos” (Dym, 2004, p. 4). Allí es donde habrán de gestarse los modelos, representaciones de aquellos fenómenos para las que pueden utilizarse diversos lenguajes (por ejemplo, palabras, dibujos o expresiones matemáticas), que en muchos casos se emplean en forma simultánea.

Los modelos facilitan la descripción y comprensión del fenómeno que nos interesa estudiar, y cuando la representación se lleve a cabo en términos matemáticos, hablaremos específicamente de un *modelo matemático*. Desde hace muchos años, el empleo de estos para la resolución de problemas se ha convertido en un recurso aceptado en el campo de la educación matemática (Blum, 1993).

En ese sentido Blomhøj (2004, p. 146) hace hincapié en las "significativas implicaciones didácticas" de relacionar "objetos matemáticos" con "situaciones o fenómenos de naturaleza no matemática". Los resultados obtenidos por diversos investigadores al aplicar modelización para introducir conceptos como el de funciones (Reid et al., 2012) para interpretar matemáticamente fenómenos físicos, químicos o biológicos utilizando ecuaciones diferenciales (Zang y Fernández von Metzen, 2015) brindan evidencias de la motivación que genera en alumnas y alumnos la integración de saberes.

Aprendizaje autónomo

Nos hemos referido anteriormente al proyecto DeSeCo, cuyos primeros resultados fueron publicados en el año 2001 a través del informe titulado *Defining and selecting key competencies* (editado en español en 2004 como *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida*, México, Fondo de Cultura Económica). Dicho proyecto finalizó dos años más tarde, publicándose ese mismo año un segundo informe, *Key competencies for a successful life and well-functioning society* (publicado en español en el 2006 con el título *Las competencias clave para el bienestar personal, social y económico,* Málaga, Aljibe). Señalamos que el primer grupo de competencias clave definidas y descriptas en dichos documentos correspondían al uso de herramientas para la interacción, ya fueran socioculturales (como el uso del lenguaje) como físicas (refiriéndose específicamente a las que ofrece la tecnología de la información).

El segundo grupo de competencias clave, de acuerdo a estos mismos documentos, se refiere a la capacidad de los individuos para interactuar en grupos heterogéneos. La dependencia de cada persona con su entorno resulta vital para su supervivencia material y psicológica, y ello se pone aún más de manifiesto en una sociedad cada vez más fragmentada y diversa.

En la presente sección nos detendremos en el tercer grupo de competencias clave, conformada por aquellas que le permitan al individuo asumir la responsabilidad de su propia vida, para poder desarrollarla dentro de un contexto social amplio, aprendiendo a actuar de manera autónoma.

La autonomía a la que se hace referencia resulta particularmente importante dentro de una sociedad dinámica y cambiante, y presupone que cada persona adquiera la habilidad de transformar sus necesidades y deseos en actos de voluntad, sintetizados en su decisión, la elección del camino para cumplir con sus objetivos y, finalmente, la acción para alcanzarlos. El individuo deberá comprender que su vida se desarrolla dentro de un sistema dentro del cual le caben una serie de derechos y deberes, donde sus acciones tendrán consecuencias que dependerán del rumbo de acción que decida adoptar. Deberá además tener presente que su lugar dentro de la sociedad dependerá del proyecto y las metas que se fije, y que al hacerlo deberá identificar los recursos de que dispone, aprender de sus acciones pasadas para proyectar sus pasos futuros y monitorear el progreso y hacer los ajustes necesarios para alcanzar sus metas (OCDE, 2005).

Al pensar en la sociedad del conocimiento dentro de la cual habrá de desenvolverse cada persona no puede dejar de tenerse en cuenta el ritmo con el que avanzan la ciencia y la tecnología que le son propias. Dicho avance obliga al individuo a adaptarse permanentemente a un contexto cambiante, adquiriendo competencias para el autoaprendizaje o aprendizaje autónomo que habrán de permitirle seguir aprendiendo a lo largo de toda su vida, sin contar necesariamente con un marco formal para hacerlo (Moreno y Martínez, 2007).En el campo profesional, dichas competencias no solo deben permitirle adquirir en forma autónoma los conocimientos que su actividad le exija para aplicarlos adecuadamente sino que, además, deben capacitarlo para tomar parte activamente en el proceso de creación de nuevos conocimientos. Por ese motivo, el alumno universitario deberá convertirse en un aprendiz capacitado para aprender a aprender, único modo de llegar a ser un profesional reflexivo; su formación deberá brindarle los conocimientos teóricos que le permitan enfrentar todos los desafíos a los que deba enfrentarse en su futuro, estimulándolo a emplearlos para encontrar soluciones creativas a problemas complejos (Pozo y Monereo, 2009).

En definitiva, una de las competencias que los docentes deben fomentar en sus alumnas y alumnos es la de aprender a aprender, practicando para ello el aprendizaje autónomo; éste puede definirse como la capacidad que adquiere la persona sin el concurso de otros, es decir, no siendo consecuencia de agente personal o material distinto al propio sujeto de aprendizaje. El aprendizaje autónomo es un proceso de progreso gradual, en el que cada nivel se alcanza cuando el individuo se va independizando del nivel anterior, pero partiendo de los logros alcanzados en el mismo. Los primeros niveles son entonces la base y condición previa de los superiores o sustitutivos, y, en principio, podemos calificar como actividades autónomas propias de los niveles iniciales a la resolución de problemas y ejercicios, la realización de investigaciones, la discusión en grupo de algún tema o cualquier otra actividad que se realice fuera de las horas de clase o sin la intervención del docente. La autonomía del aprendizaje se manifiesta más claramente a medida que aumentan la independencia respecto a referentes ajenos al individuo y la dependencia de sus propias actividades, alcanzando su máximo nivel en el momento en que consigue prescindir de lo ajeno, creando las circunstancias que favorezcan al objetivo de aprender a aprender o enseñarse a sí mismo. En definitiva, aprender a aprender implica entre otras cosas diseñar aprendizajes no referenciales, lo que resulta fundamental para la formación del individuo a lo largo de su vida (Moreno y Martínez, 2007).

En el caso de la enseñanza de la Matemática, las actividades de aprendizaje que se empleen inicialmente son generalmente ejercicios que habrán de ir complejizándose progresivamente hasta convertirse en problemas que el alumno habrá de resolver sin esperar ayuda alguna del docente. Este proceso gradual se basa en la cesión progresiva del control por parte del profesor, de tal modo que el alumno llegue naturalmente a tener todo el control y ser quien tome todas las decisiones, por ejemplo, en el momento de la evaluación. El docente también debe asumir su tarea como un problema complejo y abierto, para cuya resolución habrá de adoptar distintas estrategias que se adapten a diversos contextos y grupos de estudiantes. Si propone permanentemente actividades monótonas, resultará imposible esperar que sus alumnos desarrollen la autonomía deseada; proponer, en cambio, actividades que admitan diversos caminos para su resolución y discutir las alternativas con sus estudiantes favorecerá al objetivo buscado, que se conviertan en profesionales competentes. La psicología cognitiva actual sostiene que los procesos cognitivos no son independientes del contenido y el contexto del área en la que se utilizan y por ello la gestión efectiva del conocimiento resulta imposible si no se cuenta con una base mínima de saberes propios del campo específico del problema que se desea resolver, de ahí la importancia de no dejar de lado una fuerte base teórica en el proceso de enseñanza (la efectividad de la gestión metacognitiva del conocimiento estará en directa relación con los conocimientos específicos que la persona posea respecto del dominio de la tarea que ha de llevar a cabo). La competencia de aprender a aprender parte entonces de una base de conocimientos específicos y por ello solo podrá adquirirse dentro de ámbitos donde se brinden dichos conocimientos (Pozo y Monereo, 2009)

Capítulo 5

Contenidos y evaluación

Introducción

Un gran número de factores han ido cambiando el enfoque tradicional de las instituciones universitarias, que debido a su condición de productoras de conocimiento y al desarrollo cognitivo de sus estudiantes no recurrían en gran medida al conocimiento pedagógico. Al ritmo al que se produce el conocimiento (dificultando la selección de los que debe brindar a sus alumnas y alumnos) y la creciente especialización, comunes a todas la Universidades, se les suman la masificación de la enseñanza universitaria, el aumento en el nivel de exigencia para los nuevos perfiles profesionales y la diversificación de la oferta universitaria (ya que, actualmente, no en todas las universidades se investiga o se produce conocimiento). La inclusión de jóvenes que carecen de tradición universitaria y la creciente oferta de nuevas carreras ponen de manifiesto la imperiosa necesidad de brindar un tratamiento pedagógico especializado acorde con los nuevos desafíos de la enseñanza en las casa de altos estudios (Feldman & Palamidesi, 2001).

Es por eso que la planificación educativa, que se encarga básicamente de delimitar los fines, objetivos y metas de la educación dentro de un marco dado, representa una herramienta fundamental para el docente. La inmediatez y la imprevisibilidad condicionan a toda situación de enseñanza, de modo que la planificación permite reducir el grado de incertidumbre, brindando rigurosidad y coherencia a la tarea pedagógica diseñada en el marco de un programa (Carriazo Díaz et al., 2020).

La planificación no podrá verse materializada solamente a través de la selección de contenidos o la elaboración de actividades didácticas. La forma de evaluar la incorporación de los conocimientos por parte de alumnas y alumnos no puede seguir siendo la etapa final de un curso sino que debe contemplarse como parte integral de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Camilloni et al., 1998)

Los contenidos

Una definición de “contenido” que no por sencilla deja de ser completa es la que define a aquél como “aquello que se enseña” (Feldman y Palamidesi, 2001, p. 25), y en el momento de programar un curso habrán de llevarse a cabo tres operaciones básicas que son la selección, la organización y la secuenciación de los contenidos.

Selección de los contenidos

En el proceso de selección es necesario tener en cuenta que existen distintos tipos de contenidos:

(i) el “saber qué”, conformado por conceptos, principios o teorías;

(ii) el “saber cómo”, que involucra metodologías, procedimientos y técnicas, y que incluye la capacidad de plantear y resolver problemas propios de un campo de estudio;

(iii) las prácticas, que definen acciones complejas irreductibles a componentes; y

(iv) las actitudes y disposiciones, que representan uno de los aspectos más importantes del proceso formativo. El mensaje educacional debe transmitir mucho más que un conocimiento o una técnica, y en el caso particular de la Matemática puede vincularse con el pensamiento matemático (Schoenfeld, 1992) que se aplica en la metodología de resolución de problemas (a la que habremos de referirnos más adelante).

Además, en la enseñanza a nivel universitario resulta particularmente importante la relación entre los conocimientos adquiridos y el modo en que los mismos sean empleados en el futuro. Es evidente que lo que una persona aprende dentro de una institución educativa debería poder aplicarse dentro de un contexto productivo ajeno a la misma, pero en muchos casos esto no sucede. De hecho, el fenómeno puede observarse aún dentro del marco de la propia institución. Un enfoque tradicional, muy difundido en el ámbito universitario, supone que el conocimiento adquirido en forma proposicional (por ejemplo, durante una clase teórica) debería permitir al estudiante llevar adelante exitosamente actividades prácticas de producción. Este criterio no parece contemplar que para ello el aprendiz debe llevar adelante un proceso de transferencia desde un contexto de aprendizaje a un contexto de producción, lo que no es habitual. El conocimiento teórico representa una condición necesaria pero no suficiente para que pueda cumplirse con las todos los objetivos que declaran los planes de estudio, y ello debe contemplarse en el momento en que se seleccionan los contenidos y la forma de enseñarlos.

Al relacionar las condiciones de aprendizaje y las condiciones de uso de cualquier saber, surgen las siguientes tres orientaciones para el conocimiento:

(i) *como biblioteca*, aproximación informativa al conocimiento que va mucho más allá del mero almacenamiento. Tal como lo expresamos en secciones anteriores, el volumen de datos disponibles requiere de estrategias de almacenamiento y recuperación de la misma, y es por ello que la enseñanza universitaria debe brindar un panorama amplio (pero no profundo), que oriente al futuro profesional en cualquier proceso de indagación, producción o desarrollo de soluciones a los problemas a los que deba enfrentarse;

(ii) *como herramienta*, de modo que teorías, metodologías o técnicas deberán tener como objetivo brindar instrumentos para el análisis, la investigación o la producción. Dentro de esta categoría se encuentran las teorías sustantivas (que interpretan simbólicamente una serie de fenómenos) y las metodologías (dentro de las cuales encontramos instrumentos fundamentales para la investigación como el análisis factorial o el control de variables); y

(iii) *como práctica,* cuando se pone énfasis en la capacidad de operar con la realidad en forma directa. En estos casos el conocimiento debe ser aprendido a través de prácticas reales (Feldman & Palamidesi, 2001).

Donald Schön (1992, pp. 45-47) denomina “practicum” a los diversos ambientes diseñados para el aprendizaje de una práctica, donde los contextos son similares a los del mundo real, pero libres de sus presiones. Mencionaremos exclusivamente a uno de dichos ambientes, el “técnico”, que corresponde al conocimiento profesional no vinculado en forma directa con procedimientos instrumentales, donde el docente transmite y demuestra la aplicación de determinadas reglas a la práctica. El hecho de que este tipo de ambiente sea adecuado para aprender un lenguaje de computación o métodos de análisis estadístico resulta de particular interés para la metodología aplicada en el presente estudio, como se verá más adelante.

Organización de los contenidos

La acción de organizar, en cualquier contexto, consiste en disponer a las diversas partes de un todo de tal forma que éste pueda funcionar. En lo que respecta a los contenidos pedagógicos, José Gimeno Sacristán (1996) señala que la organización de los contenidos es de vital importancia, y que, a pesar de ello, son muchos los docentes que tienen dificultades en hacerlo por carecer de la adecuada capacitación técnico-pedagógica. Es necesario determinar los diversos tipos de contenidos que han de brindarse (ya sean conceptuales, procedimentales o actitudinales), y definir la profundidad con la que ello habrá de hacerse, siempre en función de los objetivos de la enseñanza previstos. Además, deben diseñarse actividades que conviertan al conocimiento en algo que provoque interés en los estudiantes, quienes deberán reconocer la finalidad del aprendizaje (Carriazo Díaz et al., 2020). Es necesario recordar que el aprendizaje significativo (Ausubel, 1989) se fundamenta en la construcción de nuevos significados a partir de los adquiridos previamente. Los estudiantes tienen dificultades para lograr dichos vínculos cuando su actitud para aprender no es favorable, cuando carece de interés o no está motivado para hacer un esfuerzo intencionado para lograrlo, o "cuando la información de que dispone se le presenta en forma desordenada y aparentemente carece de sentido" (Lara Guerrero, 1997, p. 43)

Un factor clave dentro de la organización de los contenidos en el nivel universitario es el de conocer claramente el perfil académico del futuro profesional, es decir, el carácter académico y personal que la institución educativa desea formar, que responda a las necesidades y expectativas de cambio social, cultural, científico, tecnológico y laboral. Dicho perfil depende, en primer lugar, del objetivo de estudio de la carrera. Este nace de la relación entre el objeto de estudio de la disciplina, la razón que lleva a dicha Universidad a formar profesionales en esa disciplina y el valor que dichos profesionales tienen para la sociedad.

Los aspectos esenciales de la formación profesional conforman los ejes curriculares de la carrera, es decir, las ideas que traducen la intencionalidad del proceso educativo en el plan de estudios. El nivel intermedio en la organización de los contenidos curriculares se podría materializar gráficamente mediante líneas o áreas curriculares, que delimitan un contenido núcleo. Éste agrupa una serie de unidades temáticas, contenidos programáticos que se desarrollan en cada una de las asignaturas que componen el plan de estudios. De ese modo, los contenidos programáticos representan el nivel más específico dentro de la organización de los contenidos curriculares, deben ser congruentes con aquellos, y conformar un sistema organizado de unidades temáticas, habilidades, destrezas, actitudes y valores propios de las ciencias o técnicas propias de la asignatura. La organización de los contenidos programáticos no puede dejar de lado otros elementos curriculares, como las estrategias metodológicas y los criterios de evaluación, ya que la interrelación entre todos ellos permitirá vincular la teoría y la práctica con la realidad (Mora Vargas, 2001).

Secuenciación de los contenidos

Hablar de secuencia refiere a un ordenamiento en el tiempo, y todo proceso educativo implica una linealidad que permite organizar cronológicamente diversos elementos, ya sean contenidos, temas, actividades didácticas o experimentales, etc. Dicha secuencia dependerá de la conjugación de diversos factores, como por ejemplo:

(i) relaciones entre conceptos a partir de una estructura lógica, basada en la subordinación entre dichos conceptos;

(ii) la lógica propia del aprendizaje, que más allá de la lógica propia de cada disciplina, lleva a una jerarquización de la complejidad de los conocimientos; por eso la secuencia avanzará en función de ir alcanzando paulatinamente aprendizajes más complejos;

(iii) la lógica y los métodos propios de investigación de cada disciplina o área de conocimiento; o

(iv) aspectos físicos de la realidad, vinculados con los recursos disponibles (por ejemplo, al intercalar clases teóricas con laboratorios).

Una secuencia puede pensarse como un recorrido *lineal* entre segmentos de información a cada uno de los cuales se le asigne un mismo valor; los contenidos habrán de incorporarse sucesivamente, sin que varíen los niveles conceptuales o de complejidad. Pero en aquellos casos en los cuales la complejidad conceptual o la profundidad teórica exija brindar distintos valores a contenidos de un mismo tema, suelen emplearse secuencias no lineales.

En primer lugar, las *concéntricas*, donde el aumento progresivo de la base temática lleva a presentar en forma amplia y sencilla el contenido, para luego ir retomando distintos aspectos del mismo con mayor detalle. En segundo lugar, las secuencias *espiraladas,* que no solo avanzan en lo referente al grado de detalle o densidad informativa, sino que buscan un aumento progresivo en lo referente al nivel de complejidad, revisando de ese modo conceptos o conocimientos vistos con anterioridad. Éstas últimas promueven el tratamiento formal de los contenidos mientras que las lineales y las concéntricas son más utilizadas cuando la extensión en el tratamiento de los temas resulta más importante que la profundidad requerida en el manejo de los mismos. Obviamente, el docente está habilitado a combinar los distintos tipos de secuencias en el momento de programar en la medida en que los tiempos de la cursada o el momento en el que se encuentre la formación de los estudiantes lo permita (Feldman & Palamidesi, 2001).

La evaluación

Evolución del concepto de evaluación

Perreneud (2008) nos recuerda que, tradicionalmente, una de las funciones de la evaluación escolar es la de permitir la fabricación de jerarquías de excelencia. A lo largo de un curso, los trabajos que periódicamente se entregan al docente, las pruebas de rutina, las lecciones orales y demás actividades van prefigurando la jerarquía final, debido a que ésta (cuando la evaluación es continua) no es cotejada mediante un examen final, o porque todas las actividades previas tienen como fin entrenar al estudiante para éste último examen. Sin embargo, dichas jerarquías no reflejan el modo en que la alumna o el alumno hubieran alcanzado la norma de excelencia buscada, sino que se limitan a brindar dentro de una escala relativamente arbitraria su ubicación respecto de sus condiscípulos. Una segunda función *tradicional*es la de certificar conocimientos adquiridos ante terceros. Así como un boletín de calificaciones certifica los logros del estudiante dentro del propio sistema escolar, un diploma garantiza a los potenciales empleadores que quien lo exhibe ha recibido una formación que lo hace merecedor de un determinado cargo sin necesidad de ninguna instancia de evaluación extra.

Al describir el enfoque *tradicional* de la evaluación, el sociólogo suizo nos lleva a indagar un poco más sobre el tema para comprender mejor cuál es el punto de partida y qué camino tomar para enfrentar los desafíos del presente. Philippe Perrenoud (2008), no sin cierta ironía, nos informa que:

> La evaluación no es una tortura medieval. Es una invención más tardía, nacida en los colegios alrededor del Siglo XVII, que se ha hecho inseparable de la

> enseñanza de masas que conocemos desde el Siglo XIX, con la escolaridad obligatoria (p. 7).

La evaluación adquiere relevancia a fines del Siglo XIX en los Estados Unidos, al cobrar importancia la acreditación de instituciones y programas educativos; se afianza a principios del Siglo XX, cuando comienzan a utilizarse los primeros tests estandarizados como instrumentos de medición y evaluación del rendimiento estudiantil, que habrá de reflejar la calidad de la educación. A principios de los años treinta, Ralph Tyler plantea un modelo de planificación que pone énfasis en la selección y organización de los contenidos. Dentro de dicho modelo se priorizan las estrategias mediante las cuales se transmite la información, y el objeto de la evaluación pasa a ser la comparación entre los resultados obtenidos y los objetivos originalmente propuestos en los programas de estudio.

Hacia fines de la Segunda Guerra Mundial la expansión de las ofertas educacionales en los Estados Unidos muestra la necesidad de que el personal docente y el proceso educacional también sean evaluados, manteniéndose los principios definidos por Tyler en el sentido de que la evaluación estuviese centrada en los resultados. Y en la década del ’60, el criterio de evaluación comienza a entenderse como el proceso mediante el cual se recoge información que habrá de ser empleada por quienes elaboran los currículos. Los evaluadores pasan a ser profesionales que poseen un carácter marcadamente técnico, y la tendencia se intensifica en la década siguiente, durante la cual la evaluación comienza a vincularse más íntimamente con la investigación y el control.

Durante las últimas décadas, y ya más específicamente en Latinoamérica, la aparición de un gran número de instituciones de educación superior las llevó a competir por la calidad académica. Todos los esfuerzos educativos, incluyendo obviamente a la evaluación, se enfocan al crecimiento cognitivo y desarrollo personal de todos aquellos que participen en los procesos de enseñanza y aprendizaje. La evaluación se convierte entonces en la mejor forma de llevar adelante un proceso de control de la calidad de la educación (Mora Vargas, 2004).

La imagen de control de la calidad del proceso puede sonar ajena al proceso educativo. Sin embargo el empleo de diagramas de Pareto o cartas de control (Calandra y Vericat, 2006) pueden aplicarse exitosamente. Más adelante nos detendremos en el empleo de este último recurso, al buscar el estimador del punto de cambio para la evolución de desempeño de estudiantes universitarios.

Clasificación de las evaluaciones

Desde el punto de vista de su objetivo, las evaluaciones suelen clasificarse en diagnósticas, sumativas y formativas. Las primeras representan instrumentos evaluativos que permiten recoger en forma puntual los saberes previos de cada estudiante y tomar decisiones sobre los contenidos vistos. Su carácter diagnóstico permite analizar y emitir juicios de valor sobre el nivel alcanzado por el estudiante para definir cuál será su nuevo punto de partida (Díaz Rosero et al., 2018). Fernando Brenes (2006) define a la evaluación diagnóstica como:

> El conjunto de técnicas y procedimientos evaluativos que se aplican antes y durante el proceso de instrucción (p.27)

Este tipo de evaluación no debe llevar nota y se diseña para analizar a un grupo específico de estudiantes. Dependiendo de la asignatura, puede no ser escrita y llevarse adelante en forma oral, a través de entrevistas, foros o cualquier otra técnica que el docente considere apropiada, siendo su objetivo el de brindar una aproximación a la realidad educativa. Puede incluso ser grupal (ya que permite poner en evidencia actitudes colectivas), y no busca medir conocimientos**.** Los resultados permiten, además, reforzar contenidos aprendidos con anterioridad (Díaz Rosero et al., 2018).

La evaluación sumativa, en cambio, brinda una calificación que está compuesta la suma de valoraciones asignadas por el docente al alumno, y debería reflejar el grado en que los objetivos de enseñanza fueron alcanzados por éste al finalizar una instancia educativa determinada (Sánchez Mendiola, 2018). Permite decidir si un estudiante aprueba o no un curso, o si está en condiciones de ser promovido a otro nivel a partir de la aplicación de una escala de calificaciones. Además, se diseña para determinar los aciertos y errores de cada estudiante en particular, presuponiendo que todos los evaluados tienen el mismo ritmo de aprendizaje (Díaz Rosero et al., 2018).Su aplicación a lo largo de décadas dio lugar a sistemas educativos que la convirtieron en una herramienta de fiscalización y control, a través del cual se reparten recompensas y sanciones (Moreno Olivos, 2010).

Las evaluaciones sumativas reflejan de algún modo la calidad del proceso educativo. No puede garantizarse la calidad de ningún procesos si no se lo evalúa, y toda evaluación requiere de un modelo que sirve como patrón o estándar de comparación (Moreno Olivos, 2010). Este tipo de evaluación, a pesar de sus defectos, determina el rumbo que ha de tomar la práctica educativa que se desarrolla en el aula (Serrano de Moreno, 2002) y es propia de lo que se define como evaluación del aprendizaje.

A fines de los años sesenta, Michael Scriven (1967) bautizó como evaluación formativa a aquella que permite recoger información durante el proceso de aprendizaje (Camilloni, 2004). La evaluación deja de entenderse como un suceso para convertirse en un proceso, y es utilizada como un medio *para el aprendizaje* y no como un fin. Mientras la evaluación tradicional (sumativa) ubica al estudiante dentro de una escala previamente concertada, basada en cierto modo en la prueba del acierto y del error de un número de consignas, la evaluación formativa se diseña para que el alumno aprenda a partir de sus logros y dificultades (Díaz Rosero et al., 2018). La evaluación deja de ser exclusivamente una herramienta para determinar el rendimiento del alumno, y el docente debe detenerse a analizar los resultados para estudiar de qué modo diversos factores inciden en ellos para luego emplearla como instrumento regulador de la enseñanza y el aprendizaje (Serrano de Moreno,2002).

Además, debemos tener en cuenta que toda evaluación es un delicado proceso que tiene tres etapas. En primer lugar debe recolectarse la información, cuyo análisis permite emitir un juicio durante la segunda etapa. Finalmente, y a partir de dicho juicio, habrá de tomarse una decisión. Cuando el tipo de decisión esté orientada a constatar y/o certificar al estudiante, a sus padres y a la sociedad en general el nivel del progreso que aquél alcanzó al finalizar alguna de las etapas del aprendizaje, el carácter de la decisión es de tipo *social* y la información necesaria habrá de obtenerse a partir de una evaluación sumativa. En cambio, cuando las decisiones están orientadas a identificar los cambios que deben introducirse para que el aprendizaje de la alumna o el alumno sea significativo, el carácter de las mismas será de tipo pedagógico y la información habrá de obtenerse a partir de un proceso de tipo formativo (Sanmartí y Alimenti, 2004).

Para finalizar la presente sección creemos oportuno comentar que en la bibliografía puede encontrarse otro tipo de evaluación, la formadora (Nunziati, 1990), que no debe confundirse con la formativa, a pesar de que ambas poseen características comunes. En ésta última, el alumno detecta sus errores, reconoce porqué los comete y encuentra la forma de corregirlos con la ayuda del profesor y de sus compañeros. En cambio, en la metodología propuesta por Georgette Nunziati, la responsabilidad de la regulación cae en el propio alumnado (Sanmartí y Alimenti, 2004).

Evaluación del aprendizaje y evaluación para el aprendizaje

En la sección anterior hicimos referencia a dos enfoques diferentes de la evaluación, vinculados con su objetivo. Mencionamos entonces a las *evaluaciones del aprendizaje*, que ponen en evidencia el logro de los estudiantes ante la sociedad, y a las *evaluaciones para el aprendizaje,* diseñadas para favorecer el proceso de aprendizaje de alumnas y alumnos. Dijimos además que las evaluaciones formativas se empleaban como un medio para el aprendizaje, pero es importante aclarar que aquellas no deben confundirse con la evaluación para el aprendizaje. Al respecto, Tiburcio Moreno Olivos (2010) señala lo siguiente:

> La evaluación *para el aprendizaje* es algo que va más allá de las pruebas frecuentes y no provee a los profesores de evidencia, de modo que ellos puedan revisar la enseñanza, aunque esos pasos son parte de esto. Además, la evaluación *para el aprendizaje* debe incluir a los estudiantes en el proceso. Cuando los profesores evalúan *para el aprendizaje*, usan el proceso de evaluación en el aula y el continuo flujo de información acerca del logro del alumno que esto provee, a fin de obtener ventajas, no sólo de verificar el aprendizaje del alumno (p. 80).

Desgraciadamente, el carácter punitivo con el que muchos docentes e instituciones utilizaron las evaluaciones sumativas a lo largo del tiempo desvirtuó su carácter original, de modo que existe la creencia de que representan un mecanismo de control de los profesores sobre los alumnos, de los centros educativos sobre profesores y alumnos o, incluso, de los diseñadores y administradores del currículo sobre el resto del sistema (Fernández Sierra, 1996). Esa imagen negativa termina asociándose al enfoque de la evaluación del aprendizaje, olvidando que éste resulta imprescindible para lograr la calidad del proceso educativo.

La evaluación auténtica

De acuerdo a lo expresado hasta este punto, la evaluación debe favorecer el proceso de aprendizaje del estudiante, cumpliendo además con el objetivo social de garantizar que sus logros sean reconocidos incluso fuera del ámbito académico, en el momento de aplicar el conocimiento adquirido en el campo laboral. El objetivo es ambicioso, pero alcanzarlo es, sin lugar a dudas, beneficioso tanto para los individuos como para la sociedad.

Dentro del contexto que brinda la evaluación formativa encontramos un enfoque particular, el de la evaluación auténtica, cuyo propósito fundamental es el de optimizar la calidad de los aprendizajes, pero permitiendo a la vez que todos los estudiantes aprendan (Condemarín y Medina, 2000). La autoevaluación, la autocrítica y la reflexión constante resultan fundamentales para la aplicación de esta metodología, siendo el docente quien habrá de promoverlas.

La retroalimentación representa un factor clave dentro de este modelo de evaluación, y el estudiante habrá de sentirse seguro para admitir sus dificultades si se logra que el contexto relacional sea de confianza y respeto (Stobart, 2010). Cabe aclarar que la expresión retroalimentación de los aprendizajes resulta equivalente al término devolución, más común en nuestro medio.

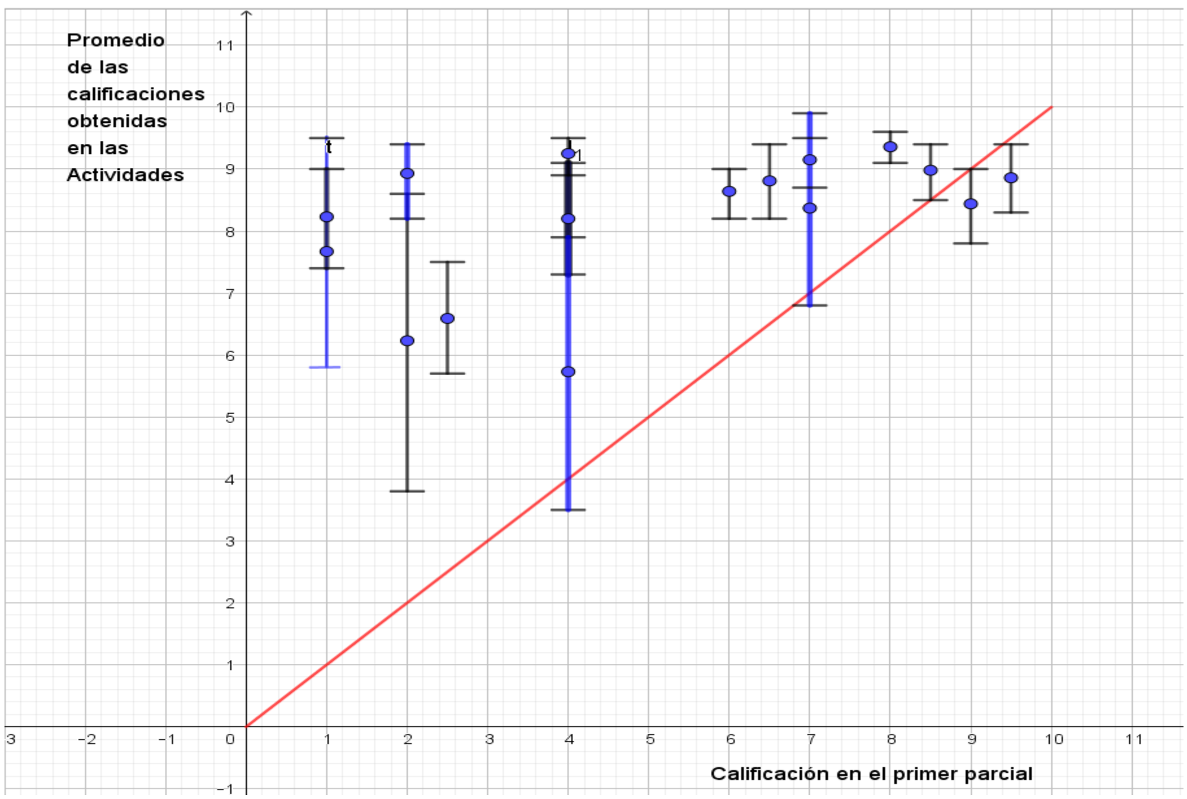
En este punto quisiéramos detenernos para llamar la atención respecto de algunos enfoques teóricos, que resultan sumamente atractivos, pero que llevados al aula pueden poner en evidencia factores que difícilmente se reflejen en la bibliografía. Es indudable que el al pensar en la evaluación formativa como una herramienta de conocimiento nos sintamos entusiasmados. Pero es necesario recordar que, paraque dicho proceso pueda funcionar, sus actores (docentes y alumnos) deben llevarla adelante en forma responsable (Camilioni et al., 1998). Creemos entonces oportuno comentar una observación de carácter experimental llevada a cabo durante el año 2020 en un curso de Física Ide la carrera Bioquímica de la UNAJ.

El empleo de la plataforma **moodle** brindó la posibilidad de llevar adelante un programa de autoevaluaciones semanales, cuyas calificaciones (algoritmo mediante) habrían de contemplarse dentro de la calificación del parcial, *en el caso de que éste fuese aprobado*. La actividad era asincrónica, y los estudiantes debían ingresar solamente los resultados numéricos obtenidos. El *contrato académico* fue propuesto durante una de las clases y quedó registrado dentro del propio campus.

En la Figura 5.1 se observa el diagrama de dispersión construido después de ser corregidos los primeros parciales, con el fin de evaluar la eficacia de la metodología aplicada. Los puntos ubicados sobre la recta de pendiente unitaria (o aquellos próximos a la misma) correponden a alumnas o alumnos cuya nota en el examen hubiera coincidido (o hubiese sido muy próxima) al promedio de las calificaciones obtenidas en las autoevaluaciones.

Figura 5.1

Promedio de las actividades de autoevaluación de un grupo de estudiantes vs calificación obtenida por ellos en el primer parcial de Física I.



Nota: Los puntos que se encuentran sobre la línea roja corresponden a aquellas alumnas y alumnos que en las actividades de autoevaluación obtuvieron notas superiores a las que obtuvieran en el parcial. Solo hay tres de ellos (en el extremo superior derecho del diagrama de dispersión) cuyo desempeño en ambas instancias de evaluación fue similar

Pero resulta evidente que la mayoría de los puntos se encuentran por debajo (o muy por debajo) de dicha recta, indicando que muchos de los estudiantes obtuvieron calificaciones en los parciales que no reflejaban su desempeño en las autoevaluaciones.

Los puntos rodeados por círculos rojos señalan a aquellas alumnas o alumnos varones que abandonaron la materia después de rendir el primer parcial.

Aunque resulte incómodo admitirlo, los docentes debemos estar preparados para enfrentar las prácticas fraudulentas (PF) de algunos estudiantes: copia de exámenes, plagio o resolución por terceros. Aún cuando el diseño de evaluaciones centrado en el desarrollo de competencias permite en general superar estos inconvenientes (Grande de Prado et al., 2021), recursos tán elementales como los mensajes de whatsapp llevaron a algunos estudiantes a obtener los resultados correctos, obteniendo de ese modo una alta calificación en las actividades de autoevaluación. Teniendo en cuenta que se trataba de evaluaciones semanales, el campus había sido programado de tal modo que solo se pedía ingresar los resultados, lo que facilitó el accionar de quienes decidieron actuar de mala fe. Sin embargo, la "claúsula" incluída en el contrato pedagógico sumada al hecho de que en el parcial se exigía los desarrollos matemáticos y justificaciones pertinentes evitaron el éxito de las PF.

¿Qué enseñamos y qué preguntamos?

El caso que acabamos de comentar ilustra el hecho de que es necesario seleccionar con sumo cuidado la metodología a emplear en el momento de evaluar a los estudiantes. Los exámenes de opción múltiple, por ejemplo, favorecen el aprendizaje repetitivo, y en el caso de asignaturas que requieren de desarrollos matemáticos para alcanzar los resultados es muy probable que no reflejen verdaderamente el aprendizaje del alumno.

En cambio, basta con introducir al menos algún cambio significativo en una tarea conocida para determinar si realmente comprendió el tema o se limitó a aprender por repetición un procedimiento dado (Pozo y Monereo, 2009).

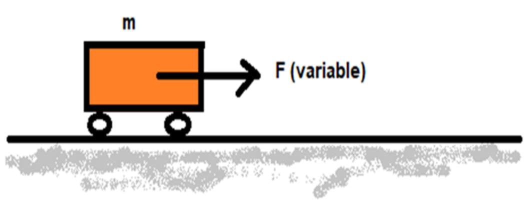
A modo de ejemplo, veamos las siguientes dos versiones de un mismo ejercicio de Física I. En primer lugar reproducimos el enunciado de un problema resuelto por el docente durante una de las clases prácticas después de haber sido explicados en la teoría los conceptos de trabajo de una fuerza, energía mecánica y sistemas conservativos y no conservativos.

Ejemplo resuelto en clase

Un cuerpo de masa m = 5 Kg se encuentra en reposo (Figura 5.2) en el momento en que comienza a actuar sobre el mismo una fuerza de módulo variable (Figura 5.3). Obtener el módulo de la velocidad del cuerpo en el instante en que la fuerza deja de actuar sobre el mismo.

Figura 5.2

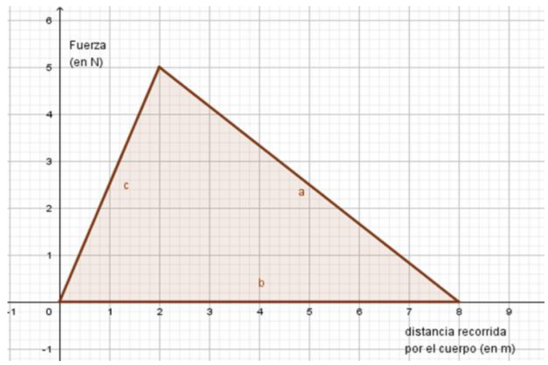
Representación esquemática del cuerpo



(Elaboración propia)

Figura 5.3

Gráfica de la fuerza aplicada en función de la posición



(Elaboración propia)

El hecho de que la fuerza tenga módulo variable permite aplicar conocimientos adquiridos en Análisis Matemático I, ya que el área encerrada bajo la curva representa al trabajo de dicha fuerza.

La segunda versión corresponde al problema que se tomó en oportunidad del parcial.

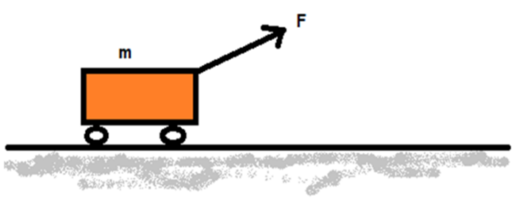
Problema a resolver durante el parcial

Un cuerpo de masa m = 5 Kg se encuentra en reposo (Figura 5.4) en el momento en que comienza a actuar sobre el mismo una fuerza de módulo variable (Figura 5.5), aplicada de tal modo que el ángulo entre la misma y el vector desplazamiento sea de 37 °. Obtener el módulo de la velocidad del cuerpo en el instante en que la fuerza deja de actuar sobre el mismo.

Aparentemente, ambos problemas son idénticos (se utilizó en ambos casos la misma gráfica de fuerza aplicada en función de la posición). Sin embargo, los estudiantes debían leer con cuidado el enunciado, deteniéndose en el hecho de que la fuerza aplicada en este caso *no era paralela a la dirección del desplazamiento,* como ocurría en el problema resuelto en clase. Bastaba con aplicar adecuadamente la definición de trabajo de una fuerza para encontrar rápidamente el modo de resolver el problema, y un detalle permitió determinar quienes habían comprendido realmente el tema de quienes se limitaron a reproducir mecánicamente un procedimiento.

Figura 5.4

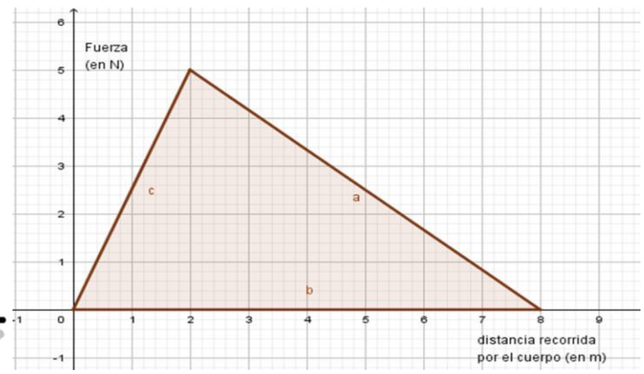
Representación esquemática del cuerpo



(Elaboración propia)

Figura 5.5.

Gráfica de la fuerza aplicada en función de la posición



(Elaboración propia)

Dentro de las prácticas evaluativas es fundamental tener presente lo expresado por Edith Litwin (1998):

> En la búsqueda de reconocer verdaderos procesos de transferencia, muchas veces las evaluaciones implican exigencias de procesos reflexivos novedosos que nunca formaron parte de los procesos de enseñanza. La evaluación no mejora lo aprendido, sino que permite, en el mejor de los casos, su reflejo (p. 14).

La recomendación resulta fundamental en el momento de diseñar cualquier evaluación, y en nuestra opinión, el problema no exigía “procesos reflexivos novedosos”. En nuestra opinión, creemos que el cambio incluido en el enunciado permite distinguir un aprendizaje construido respecto de lo que bien pudo ser memorizado (es decir, el procedimiento utilizado en clase), permitiendo de ese modo juzgar el proceso de enseñanza empleado. Al respecto, Edith Litwin (1998) agrega:

> Desde esta perspectiva, la evaluación sería tema periférico para informar respecto delos aprendizajes de los estudiantes, pero central para que el docente pueda recapacitar respecto de su propuesta de enseñanza (p.12)

En definitiva, el objetivo fue determinar el grado de apropiación que los estudiantes realizaran de un conocimiento importante y digno de ser conocido (¡el concepto de trabajo involucra dos magnitudes vectoriales entre las cuales se aplica un producto vectorial, cuyo resultado es una magnitud escalar!). El problema resuelto en clase no fue el único antecedente de que disponían los estudiantes ante la instancia del examen, ya que durante el período de enseñanza se hizo particular hincapié en las categorías de las magnitudes vinculadas y en las herramientas matemáticas que debían aplicarse. La instancia evaluativa buscaba la aplicación de la teoría en la resolución de un problema, de modo de generar un nuevo aprendizaje como resultado de las relaciones que se desencadenaran a partir de la situación planteada (Celman, 1998). En definitiva, se buscaba que alumnas y alumnos construyesen un nuevo "puente cognitivo" (Ausubel et al., 2014, p.47), distinto al que elaboraran durante el período de enseñanza y aprendizaje.

Ahora bien, más allá de lo ilustrado en el ejemplo anterior, la pregunta que sirve de título a la presente sección nos obliga a reflexionar sobre un punto particularmente delicado: la evaluación es un estímulo importante para el aprendizaje y cada evaluación le señala al estudiante qué es lo que debería a prender y cómo debería hacerlo. Independientemente de innovaciones que pudiesen introducirse en el curso, si la evaluación está conformada por la resolución de ejercicios que permitan constatar el grado de asimilación de determinados conocimientos conceptuales, será ésta última actividad la que los estudiantes interpreten como el verdadero objetivo del aprendizaje. Los estudiantes se limitarán, por ejemplo, a escribir ecuaciones y llevar adelante cálculos, sin detenerse a analizar si los resultados obtenidos tienen sentido alguno (circunstancia que hemos ilustrado con el ejemplo sobre el problema de calorimetría mencionado anteriormente). En definitiva, las propuestas cuyo objetivo sea el aprendizaje comprensivo deberán estar acompañadas por una práctica evaluadora acorde, ya que de no existir coherencia entre ambas, se producirán serias dificultades en el proceso de aprendizaje (Viera et al. 2007).

Evaluación y autorregulación

La concepción constructivista de la evaluación, que la integra al proceso pedagógico y contempla situaciones de aprendizaje que brindan un claro conocimiento del proceso seguido por los alumnos al aprender, presenta dos facetas distintivas. El docente, por un lado, utiliza los resultados de la evaluación para regular la enseñanza, orientándola hacia procesos que favorezcan la actividad mental del alumno y le enseñen a aprender en forma autónoma. Por otro lado el alumno, a través de la devolución, adquiere un verdadero panorama de lo realmente aprendido y puede reflexionar respecto de las acciones que debe llevar adelante para superar sus limitaciones. Se pone así en evidencia que la evaluación representa una herramienta para la autorregulación y el aprendizaje autónomo, competencias que los estudiantes deben adquirir (Serrano de Moreno, 2002)

Teniendo en cuenta que el aprendizaje autónomo representa una de las competencias que los futuros profesionales deben adquirir, y que la devolución o retroalimentación resulta clave dentro del esquema de evaluación formativa, resulta conveniente tener en cuenta que existen distintos tipos de retroalimentación:

(i) la centrada en la tarea, que le ofrece al estudiante información respecto de sus logros, aciertos y errores;

(ii) la que brinda información respecto de la comprensión de la tarea, las estrategias utilizadas para llevarla a cabo y los procesos cognitivos que dicha tarea exigió;

(iii) la que proporciona recursos para el desarrollo de la autonomía, el autocontrol y el aprendizaje auto dirigido; y

(iv) aquella que destaca el compromiso con el proceso de aprendizaje del alumno, su grado de avance personal y el esfuerzo que llevó a cabo.

Esta tipología (Canaval y Margalef, 2017), debe reflejarse en cualquier instancia de devolución.

Teniendo en cuenta que la evaluación es parte integral de los procesos de enseñanza y aprendizaje, resulta poco feliz que el docente se limite a elegir un único enfoque, ya sea el sumativo o el formativo. La evaluación debe brindar a docentes y alumnos la retroalimentación informativa que permita operar sobre las metodologías de enseñanza y las actividades de aprendizaje, sirviendo simultáneamente para acreditar los logros, conocimientos y competencias de distinto orden de cada aprendiz (Feldman y Palamidesi, 2001).

Cumplir con ese doble objetivo puede interpretarse como un desafío: las evaluaciones “tradicionales”, características de la metodología sumativa, le dejaban al docente mucho más tiempo disponible para desarrollar los contenidos de su programa. Pero creemos haber dejado en claro la importancia de que alumnas y alumnos adquieran una serie de competencias, entre las que no podemos dejar de lado la de aprender a aprender. Señala Perrenaud (2008, p. 2) que “no hay competencias sin saberes”, pero la posesión de conocimientos no garantiza que quien posee dichos saberes o conocimientos sea capaz de movilizarlos en forma pertinente y en el momento oportuno (Le Bortef, 1924). Buscar la solución a la aparente paradoja no parece una tarea sencilla, pero Philippe Perrenaud (2008), al referirse a la selección de los contenidos opina que:

> Es preciso dedicar en este escenario una atención prioritaria ¡a los que no se aprenden solos! Los jóvenes que tienen éxito en sus estudios extensos acumulan saberes y construyen competencias. No es por ellos que hace falta cambiar la escuela, sino para aquellos que, aún hoy día, salen desprovistos de numerosas competencias indispensables para vivir en el siglo XXI (p. 8).

En definitiva, la selección de contenidos adecuados (conocimientos significativos, en el sentido aususbeliano), sumado a una planificación que contemple a la evaluación como una parte integral de los procesos de enseñanza y aprendizaje, dan lugar al desarrollo de competencias por parte de alumnas y alumnos que no solo habrá de convertirlos en profesionales competentes, sino que además le brindará a la sociedad la cantidad y calidad de éstos que ella requiera.

Buenas prácticas en evaluación

A lo largo de las últimas secciones hemos señalado el valor que la evaluación en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Existen entonces una serie de criterios que habrán de tenerse presentes en el momento de su planificación y diseño. A continuación, nos detendremos en cada uno de ellos.

Validez

La validez es un constructo (es decir, un conjunto de atributos o características abstractas) que señala el nivel de confianza que pueda asignarse al puntaje asignado a una prueba u otro instrumento de medición. La American Educational Research Association (2018) define a la validez como:

> Grado en que la evidencia y la teoría respaldan las interpretaciones de los puntajes de una prueba o instrumento de medición para los usos propuestos (p. 11)

Las fuentes de evidencia a las que hace referencia dicha definición son diversas, y para cada una de ellas existen una serie de recomendaciones que deben tenerse en consideración. Si por ejemplo nos enfocamos en la **validez vinculada con el contenido de la evaluación**, debemos tener en cuenta que éste debe respetar los aprendizajes brindados; que el número de ítems o tareas asignadas debe relacionarse con dichos aprendizajes; que las instrucciones y enunciados de cada ítem sean lo suficientemente claros; y que tanto el vocabulario como la estructura gramatical y el lenguaje utilizado sea adecuado para alumnas y alumnos.

Cuando la **validez esté vinculada con el proceso de respuesta**, se recomienda verificar la concordancia entre las respuestas ofrecidas y los aprendizajes brindados en clase; identificar los procesos cognitivos, destrezas o estrategias utilizados para responder cada una de las actividades o ítems; proveer de tiempo suficiente cuando las destrezas o los procesos cognitivos que hayan de ponerse en juego presenten un alto grado de complejidad; aplicarse sean complejas y; solicitar a los estudiantes que justifiquen adecuadamente las respuestas brindadas.

Si la **validez se relaciona con la estructura interna de la evaluación**, deberá analizarse la consistencia de las respuestas, y verificarse las coincidencias o discrepancias entre las puntuaciones obtenidas para los mismos contenidos con la presente evaluación y con otros instrumentos empleados con anterioridad. La importancia de ésta última recomendación se pone en evidencia en situaciones como la comentada en una sección anterior (ver Figura 5.1).

Es necesario, además, determinar las consecuencias de uso del instrumento, por ejemplo, el impacto que el puntaje obtenido en la evaluación pueda tener para el estudiante; solicitar al estudiantado una devolución vinculada con las calificaciones y el instrumento utilizado; y revisar cuidadosamente las interpretaciones y decisiones vinculadas con el aprendizaje en función de la información recopilada (Medina Díaz y Verdejo Carrión, 2020).

La validez representa una interpretación científica de los resultados de los exámenes, al probar hipótesis sobre los conocimientos y conceptos evaluados mediante dicho instrumento. La información no es ni valida ni invalida, sino que brinda evidencia que permita aceptar o rechazar un determinado juicio (Sanchez Mendiola, 2018).

Confiabilidad

La confiabilidad representa la precisión o consistencia de las puntuaciones u otro tipo de información que se obtenga a través del instrumento empleado en distintas ocasiones. Siempre existe la posibilidad de que se produzcan errores vinculados con cambios en las condiciones en las que fue aplicado el instrumento, subjetividad en el momento de la corrección, etc. (Medina Díaz y Verdejo Carrión, 2020). Tratándose de una medida estadística se puede expresar a través de un coeficiente de correlación cuyo valor varía entre uno (se puede asegurar que el alumno obtendrá exactamente la misma puntuación) y cero (se puede asegurar que la puntuación del alumno será distinta). Aun cuando desde el punto de vista probabilístico dichos valores extremos nunca se alcanzan, cuanto más próximo a la unidad sea el valor, mayor será la confiabilidad (Sánchez Mendiola, 2018).

Para que la confiabilidad sea más próxima a la unidad se recomienda, por ejemplo:

(i) disponer de la mayor cantidad posible de información respecto de los aprendizajes de cada alumno a través de distintos instrumentos;

(ii) contar con una guía para facilitar la revisión de las respuestas y la ejecución de las tareas;

(iii) establecer e informar oportunamente los criterios que habrán de emplearse para calificar las distintas actividades (por ejemplo, utilizando rúbricas) *

(v) presentar modelos que guíen al estudiante, de modo que interprete cómo confeccionar las distintas actividades, de qué manera habrá de presentarlas, etc. **

* En el Apéndice A se reproduce la rúbrica con la que contaron alumnas y alumnos de Física I de la carrera Bioquímica de UNAJ para una de las actividades de autoevaluación.

** En el Apéndice B se reproduce el modelo subido oportunamente al campus para que alumnas y alumnos de la asignatura Estadística Aplicada comprendiesen exactamente de qué manera debían resolver una de las actividades asincrónicas obligatorias para la regularización de la materia.

(v) brindar dos o más oportunidades para resolver las actividades vinculadas con los aprendizajes esperados y determinar si se manifiesta o no evolución alguna;

Existen tres clases de coeficientes de confiabilidad que se obtienen mediante procedimientos estadísticos. El primero de ellos está referido a la **estabilidad**, es decir, la consistencia de las puntuaciones a lo largo del tiempo y en diferentes ocasiones. El segundo a la **equivalencia**, mediante la cual se busca determinar si dos o más instrumentos diferentes producen puntuaciones similares. Finalmente, un tercer coeficiente vinculado a la **consistencia interna**, es decir, la cohesión de las respuestas a los ítems de un instrumento que intenta representar un objetivo determinado. Teniendo en cuenta que en la mayoría de los casos resulta imposible disponer de más de un instrumento para trabajar con los mismos contenidos, generalmente la confiabilidad se apoya solamente en la consistencia interna (Medina Díaz y Verdejo, 2020).

Factibilidad, equidad y aceptabilidad

Las evaluaciones deben adecuarse al contexto dentro del cual se utilizan, teniendo en cuenta las instalaciones y recursos disponibles (Sánchez Mendiola, 2018). Por ejemplo, la materia Estadística Aplicada, cursada por alumnas y alumnos de las Tecnicaturas Universitarias en Química, Tecnología Ambiental y Petroquímica y en Biotecnología del Departamento de Ciencia y Tecnología de la UNQ se dicta normalmente en los Laboratorios de Informática de la Universidad, de modo que cada estudiante aprenda a resolver los distintos problemas utilizando el software instalado en cada una de las computadoras. Las evaluaciones se llevan a cabo dentro de dichos laboratorios, utilizando los recursos que brinda la UNQ.

A principios del 2020, cuando la pandemia impidió que las clases continuasen dictándose en forma presencial, fue necesario encontrar alternativas para no perjudicar a aquellas alumnas y alumnos que no dispusiesen de computadoras personales.

Afortunadamente, todos ellos disponían en su hogar de al menos un teléfono celular, de modo que aquellas actividades que requerían del uso de software pasaron a ser asincrónicas, brindándose tiempo suficiente a los estudiantes para que pudiesen completarlas y subirlas al campus. Cada una de ellas disponía de una instancia de recuperación, y se adaptaron de tal modo que pudiesen resolverse empleando exclusivamente el software GeoGebra, que dispone de una versión que puede utilizarse desde el propio celular.

El caso que acabamos de comentar intenta ilustrar los criterios de factibilidad y equidad, ya que todos los estudiantes fueron evaluados por las producciones elaboradas mediante el mismo recurso y el mismo software, que se encontraba al alcance de todos ellos. Experiencias similares fueron compartidas por muchos docentes dentro del ámbito de nuestra Universidad en oportunidad de la Primera Jornada sobre Bimodalidad en Carreras Científico Tecnológicas (*Desafíos y experiencias de la bimodalidad y la virtualización de emergencia en tiempos de pandemia*, que tuvo lugar el 29 de Marzo del 2021) y en la Jornada del Espacio de Formación en la Enseñanza de la Ciencia y la Tecnología (EFECT) que se desarrolló el 20 de Diciembre del 2021.

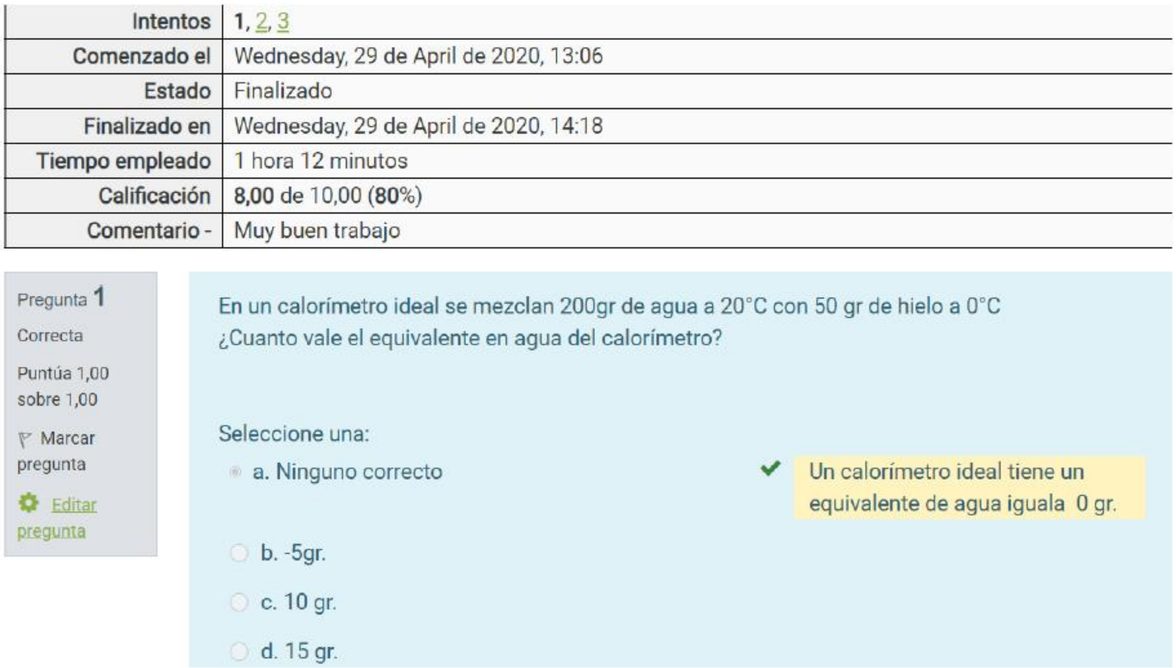
Los hechos demostraron que el uso de los smartphones (tecnología que de acuerdo al INDEC dispone de mayor número de usuarios en nuestro país) redujo notablemente la denominada brecha digital, que se refleja en problemáticas como el acceso desigual a las TIC por parte de algunos sectores de la población, la dificultad en la apropiación de estas tecnologías o los contextos familiares que disponen de pocos dispositivos para muchos usuarios. Por ejemplo, un relevamiento llevado a cabo por el Observatorio de Educación, Políticas Públicas y Derechos de la Facultad de Ciencias Sociales (UNICEN) brindó un dato muy significativo: el 96,85 % de los estudiantes encuestados (sobre un total de 3724) manifestó haber utilizado el teléfono celular para llevar a cabo las actividades que sus docentes les proponían, y el 71 % de aquellos aseguró haber usado únicamente ese recurso (Mentasti y Peret, 2021).

En lo que respecta a la aceptabilidad, la comunidad toda debe estar de acuerdo con la forma de evaluar, porque cualquier tipo de rechazo por parte de la comunidad hace difícil su implementación (Sánchez Mendiola, 2018).

Anteriormente comentamos lo sucedido con los cursos de Física I de la carrera Bioquímica de UNAJ durante el primer cuatrimestre del año 2020. La plataforma **moodle** permitió implementar autoevaluaciones semanales del tipo opción múltiple. En la Figura 5.6 puede observarse la captura de pantalla obtenida de una de las actividades resueltas por uno de los estudiantes. En la parte superior se observa la información que se brindaba al alumno una vez completada la actividad, incluyendo la calificación y un comentario (que el propio programa agregaba en función de la calificación obtenida). En la parte inferior aparece el resultado del primero de los problemas.

Figura 5.6

Captura de pantalla de parte de una autoevaluación de Física I



Intentos	1, 2, 3
Comenzado el	Wednesday, 29 de April de 2020, 13:06
Estado	Finalizado
Finalizado en	Wednesday, 29 de April de 2020, 14:18
Tiempo empleado	1 hora 12 minutos
Calificación	**8,00** de 10,00 (**80**%)
Comentario -	Muy buen trabajo

Pregunta **1**
Correcta
Puntúa 1,00 sobre 1,00
Marcar pregunta
Editar pregunta

En un calorímetro ideal se mezclan 200gr de agua a 20°C con 50 gr de hielo a 0°C
¿Cuanto vale el equivalente en agua del calorímetro?

Seleccione una:

a. Ninguno correcto ✔ Un calorímetro ideal tiene un equivalente de agua iguala 0 gr.

b. -5gr.

c. 10 gr.

d. 15 gr.

Nota: En la parte superior de la imagen se observan algunos de los datos (fecha, calificación, etc.); en la parte inferior de la imagen aparece una de las preguntas, junto con la respuesta indicada por el estudiante y un comentario aclaratorio, resaltado dentro de un rectángulo (https://campus.unaj.edu.ar/course/view.php?id=322)

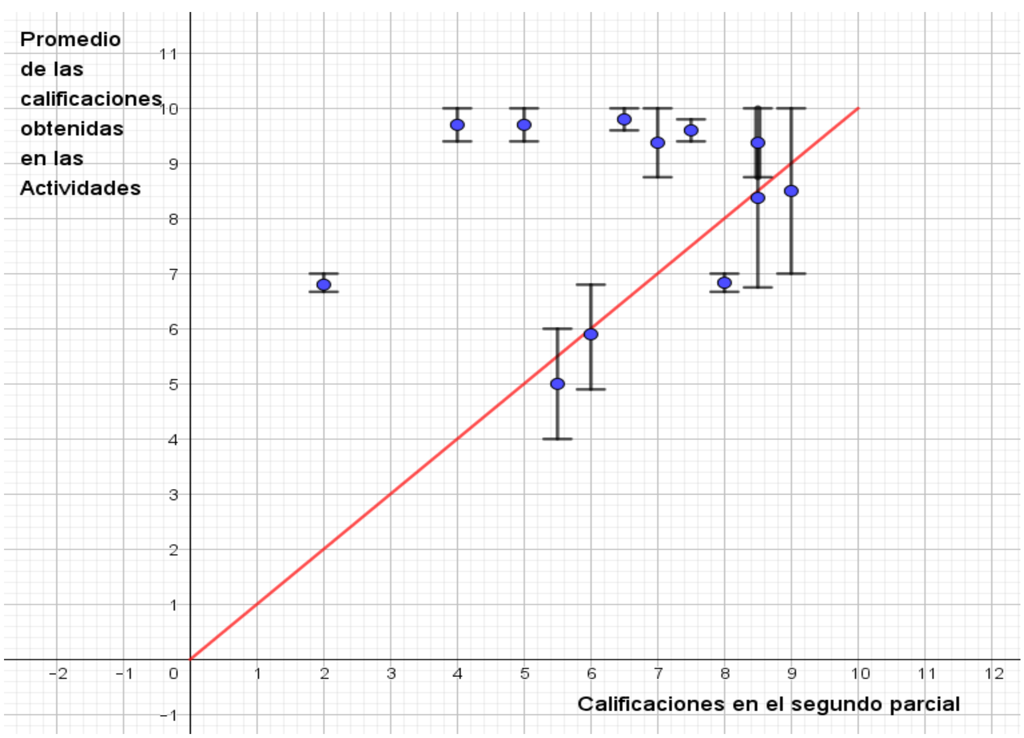
El diagrama de dispersión de la Figura 5.1 brindó evidencia de un fenómeno inesperado: mientras resultaba previsible una correlación entre las calificaciones obtenidas por alumnas y alumnos en el primer parcial y los promedios de las calificaciones obtenidas en las actividades de autoevaluación, nos encontramos con una situación poco prometedora. Recordemos que parte del “contrato didáctico” entre estudiantes y docente preveía que, algoritmo mediante, las calificaciones de éstas últimas fuesen contempladas para conformar la calificación definitiva del parcial *en el caso de que éste estuviese aprobado*. Muchas alumnas y alumnos parecieron no leer la letra chica del contrato, de modo que terminaron encontrándose en el extremo inferior derecho del diagrama (y muchos de ellos, terminaron abandonando la cursada).

En este punto debemos detenernos para analizar lo sucedido después del primer parcial. Los propios estudiantes pidieron que la corrección y devolución de las actividades fuese personal, de modo que de común acuerdo con los docentes, el número de actividades se redujo, y aquellos comenzaron a subir al campus archivos con las fotos de los desarrollos de los problemas. De ese modo, la metodología aplicada para el primer parcial fue tácitamente rechazada por los propios alumnos.

Sin embargo, cabe aclarar que el desempeño del curso mejoró notablemente. En la Figura 5.7 reproducimos el diagrama de dispersión construido a partir de la información obtenida, y el panorama observado es absolutamente distinto al que presentaba la Figura 5.1.

Figura 5.7

Promedio de las actividades de autoevaluación de un grupo de estudiantes vs calificación obtenida por ellos en el primer parcial de Física I.



Nota: Tal como sucediera en la gráfica de la Figura 5.1, los puntos que se encuentran sobre la línea roja corresponden a aquellas alumnas y alumnos que en las actividades de autoevaluación obtuvieron notas superiores a las que obtuvieran en el parcial. En esta ocasión, se observa que un número superior de estudiantes tuvo un desempeño similar en ambas instancias de evaluación fue similar (Elaboración propia)

En este caso, casi todo el curso obtuvo calificaciones más altas en el parcial que en el promedio de las actividades. En el eje de ordenadas, por ejemplo, se observan tres puntos que corresponden a alumnos que no resolvieron las actividades, pero lograron aprobar el parcial. Muchos comprendieron que el algoritmo brindaba poco peso a aquellas, pero casi todos aprovecharon las devoluciones de las actividades para corregir los errores cometidos.

La experiencia que acabamos de utilizamos para ilustrar el criterio de aceptabilidad muestra además el valor de la *evaluación para el aprendizaje.* Como lo señalamos anteriormente, ésta última va más allá de las pruebas frecuentes, incluyendo activamente a los estudiantes en el proceso. El flujo de información continua (que en este caso tuvo lugar a través de las clases sincrónicas, los foros y los correos electrónicos) favoreció la retroalimentación, y alumnas y alumnos adquirieron confianza en ellos mismos, evitando caer en la frustración o desesperanza (Moreno Olivos, 2010). El proceso de enseñanza y aprendizaje fue lo suficientemente fluido como para que los estudiantes comprendiesen que la calificación final sería la consecuencia del trabajo realizado para aprender (Sanmartí y Alimenti, 2004), y que no dependería exclusivamente de una expresión matemática obtenida por una computadora.

CAPÍTULO 6

La resolución de problemas y los modelos matemáticos

La resolución de problemas (RP)

En mayor o menor medida, una parte de la actividad habitual de técnicos, científicos e ingenieros consiste en resolver problemas matemáticos (Halmos, 1980). La metodología de resolución de problemas (RP) busca que el alumno adquiera mediante el trabajo en forma independiente toda la experiencia posible. Ello no significa dejarlo librado a sus propios medios sino, por el contrario, ofrecerle la ayuda justa y necesaria para que progrese en su proceso de aprendizaje (Polya, 1976). Pero la metodología exige al alumno mucho más que la simple aplicación de algún contenido matemático. Las actividades cognitivas que debe llevar adelante se ven comprometidas por factores de otro tipo; además, debe brindársele la posibilidad de adquirir suficiente experiencia para llevarla a cabo (Lester et al., 1989).

En el marco de la formación por competencias, se busca que los futuros profesionales sean capaces de emplear los conocimientos adquiridos dentro de contextos inciertos y de cambio continuo. Sin embargo, existe un criterio arraigado en buena parte de los docentes universitarios que justifica la importancia que se les brinda a las clases teóricas respecto de las prácticas recogido según el cual *la mejor práctica es una buena teoría.* Basta con recorrer las ofertas académicas para observar que la carga horaria correspondiente a la teoría es muy superior a la de las clases de ejercitación y consulta, particularmente en el caso de las ciencias formales. La idea señalada apunta a la creencia de que ambos tipos de conocimiento se adquieren del mismo modo.

Sin embargo, los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje del conocimiento declarativo (el saber decir) y del conocimiento procedimental (el saber hacer) son diferentes, y por ello se enseñan y aprenden de maneras distintas. Las clásicas tareas de cálculo aritmético, el uso de instrumentos o algunas técnicas de análisis, que solo admiten un procedimiento válido para su ejecución, representan ejemplos típicos de tareas cerradas y, por ese motivo, no pueden considerarse problemas. Éstos, en cambio, deben ser abiertos y los pasos a seguir para resolverlos son básicamente los siguientes:

i) Fijar claramente el objetivo a alcanzar, a partir de un análisis del problema planteado.

(ii) Crear un plan para su resolución, es decir, seleccionar cuales deberían ser las acciones más adecuadas para alcanzar el objetivo a partir de los recursos disponibles.

(iii) Aplicar dicho plan de acción. En esta etapa pueden surgir imprevistos a pesar de que las técnicas o rutinas que se hayan previsto sean conocidas, y ellas pueden obligar al resolutor a replantear los procedimientos definidos en la fase anterior. El proceso de resolución de problemas no es necesariamente lineal.

(iv) Evaluar los resultados obtenidos.

Se hace evidente entonces que mientras que la resolución de un ejercicio solo requiere de la aplicación de técnicas previamente aprendidas en forma rutinaria, un problema representa una situación abierta, que exigirá seleccionar una opción dentro de un contexto de incertidumbre. La persona que habrá de resolverlo, además, deberá estar motivada para encontrar la solución, y deberá existir algún tipo de dificultad particular para que la actividad realmente pueda considerarse como un problema. De todos modos, las distintas actividades pueden ubicarse dentro de un continuo que va desde un problema a un ejercicio propiamente dicho. La ubicación de la actividad dentro de dicho continuo dependerá de diversos factores, entre los que podemos señalar las características propias de la tarea, los conocimientos previos de quien habrá de resolverla o la persona que ejerce el control de la misma (Pozo y Monereo, 2009).

Alan Schoenfeld (1992, p. 337) plantea que “ser un problema” no es una propiedad inherente de una tarea matemática dada, sino una relación entre la persona y dicha tarea. La dificultad que esa tarea pueda presentarle al individuo será, en definitiva, lo que la convierta en un problema: si el individuo dispone de un esquema de solución para una tarea matemática dada, por más que el mismo resulte trabajoso, estará resolviendo un ejercicio, no un problema.

Schoenfeld señala además que el aprendiz deberá trabajar junto a su profesor y sus compañeros dentro de una comunidad de aprendizaje, hasta encontrar diversas formas de resolver el problema. Y para convertirse en un buen resolutor tendrá que aprender a pensar matemáticamente, lo que implica que desarrolle un punto de vista matemático, es decir, que valore el proceso la abstracción y el proceso de matematización y sienta predilección por aplicarlos.

La palabra problema, sin embargo, puede interpretarse de distintas formas y posee diversas cualidades. Por ejemplo, desde el punto de vista científico, un problema puede ser el punto de partida de la actividad de investigación, ya que permite el descubrimiento de un conocimiento nuevo, o la aplicación de uno conocido a una situación nueva. El problema, en definitiva, expresaría la necesidad de desarrollar el conocimiento científico (Majmutov, 1983). Desde el punto de vista estrictamente matemático, George Polya (1976) opina que la actividad de resolver al problema consistía en la búsqueda consciente de una meta claramente concebida que presentase dificultades en ser alcanzada. Lev Moiseevich Fridman (1995) agrega que la resolución del problema habrá de basarse en las condiciones que se propongan en el enunciado del mismo. Y Lester (1985) opina que el deseo por parte del individuo en llevar adelante una tarea para la cual no exista un algoritmo accesible que le permita obtener rápidamente la solución debe caracterizar a todo problema.

La RP y la resolución de problemas como metodología "tradicional" en el aula

El último párrafo de la sección anterior parece justificar la opinión de Abraham Arcavi y Alex Friedlander (2007) cuando expresan lo siguiente:

> Aun dentro de una misma cultura o en un mismo sistema de educación, los desarrolladores de currículum, los profesores, los investigadores en la enseñanza-aprendizaje y los matemáticos no necesariamente comparten los mismos puntos de vista sobre lo que representa un problema y lo que se enseña en términos de la resolución de problemas (p.356)

Actualmente, la RP, Problem Solving o Escuela Anglosajona representa una de las líneas teóricas de la Educación Matemática y debería diferenciarse de la metodología de trabajo en el aula homónima. La RP puede incluso enmarcarse en una teoría más amplia que puede aplicarse a otras ciencias, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Se trata de una teoría cuyos orígenes se remontan a la primera mitad del siglo XX, cuando el matemático George Polya publicó su clásico *How to solve it* (1945). A partir de ese momento surgió la idea de que la enseñanza de la Matemática no podía circunscribirse a la de enseñar conceptos matemáticos, sino que debía ir más allá, de modo que dichos conceptos se empleasen para resolver problemas matemáticos (Rodriguez y Barreiro, 2018).

La RP antepone la búsqueda de estrategias de resolución a los contenidos matemáticos tradicionales, de modo que las clases no se planifican en torno a dichos contenidos sino en el problema que vaya a resolverse, las estrategias que habrán de ser puestas en juego, las reflexiones que el estudiante haga a partir de la experiencia adquirida durante la actividad y sobre el empleo de tales estrategias en la resolución de futuros problemas.

Pero tal como lo planteamos al principio de la presente sección, también se habla de resolución de problemas al referirse a una metodología de trabajo en el aula que, a su vez, puede aplicarse con diversos propósitos y presentarse de distintas formas. Rodríguez y Barreiro (2018) describen del siguiente modo los pasos que sigue el docente de Matemática al enseñar del modo tradicional:

(i) Presenta el nuevo contenido (ya sea un concepto o un procedimiento).

(ii) Propone ejemplos y los resuelve (o muestra aplicaciones, en caso de que se trate de un procedimiento).

(iii) Ofrece ejercicios similares a los estudiantes, quienes habrán de resolverlos siguiendo los procedimientos expuestos en el paso anterior.

(iv) Propone finalmente alguna actividad en la que se aplicará el nuevo contenido a la que calificará como *problema*.

Desde ya, dicha actividad no reviste el carácter de problema en el sentido que le da la escuela anglosajona.

En un segundo esquema posible para la metodología tradicional, el docente propone el problema al comenzar la explicación, para luego señalar la necesidad de estudiar las herramientas matemáticas que habrán de requerirse para resolverlo. En este caso, la única función del problema sería la de “motivar” al alumno para que se interese en el tema que habrá de desarrollarse, sin que el interés del docente esté enfocado en que el alumno desarrolle su capacidad para resolver problemas.

De todos modos, el propio Alan Schoenfeld (1992, p. 334) asume que la expresión resolución de problemas admite un enorme rango de interpretaciones, que van desde “trabajar con ejercicios rutinarios” hasta “hacer matemática como los matemáticos”. Y Stanic y Kilpatrick (1988, p. 13), al referirse al tema, admiten que en general la actividad se limite a presentarse como contexto, de manera que el problema se transforma en un objeto al servicio de distintos objetivos. Identifican entonces cinco papeles que se le asignan a los mismos:

(i) El problema sirve como una justificación para enseñar Matemática, ya que, convenientemente presentados, reflejan situaciones del mundo real y permiten convencer a los estudiantes acerca de la importancia de aprender la materia;

(ii) El problema puede brindar una particular motivación para el aprendizaje de determinados temas.

(iii) En el ámbito de la escuela primaria o secundaria, el problema podría incluso adquirir un carácter recreacional, adquiriendo un carácter motivacional aún más amplio que el señalado en el ítem anterior (la idea es buscar problemas que hagan sentir a alumnas y alumnos que “la Matemática es divertida”).

(iv) Permiten desarrollar nuevas competencias cuando se diseña una adecuada secuencia de problemas.

(v) Los problemas pueden emplearse también para que el alumno practique hasta manejar diestramente alguna técnica matemática.

Más allá de la forma en que definamos a un problema, existe un factor común vinculado con la dificultad que su resolución le presenta al estudiante y con el desafío que para él representa. El problema lo acostumbra a una actividad cognitiva compleja, permitiéndole adquirir un mayor grado de confianza y autoestima (Pozo y Monereo, 2009).

Situaciones a-didácticas

Dentro de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática encontramos paralelamente la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), enfoque teórico creado por el matemático Guy Brusseau (1993), que propone el empleo de lo que denomina situaciones a-didácticas, cuyas características son las siguientes:

(i) existe un saber matemático que brinda la solución de un modo óptimo;

(ii) dicho saber no difiere de otros que el estudiante ya posee, de modo que podrá construirlo para la resolución de la actividad;

(iii) en el momento de diseñar la actividad, el docente prioriza el saber emergente al desarrollo de las estrategias para la resolución del problema planteado;

(iv) los estudiantes atravesarán las etapas de acción, formulación y validación antes de alcanzar la solución; es decir, abordarán la situación, la explorarán y experimentarán hasta establecer una conjetura que puedan defender ante sus pares y el docente;

(v) la actividad habrá de abordarse en grupo;

(vi) las intervenciones del docente durante el proceso no deben poner en evidencia el saber que habrá de emerger.

En principio, se hace evidente que, mientras la RP busca que el aprendiz se convierta en un buen resolutor, el objetivo de la TDS es lograr que el estudiante descubra un nuevo saber. A pesar de que existen puntos en común en ambas metodologías (algo debe resolverse dentro de un entorno didáctico y acompañado por un docente), el objetivo es muy distinto.

Cabe aclarar que una serie de factores hacen que la TDS no sea apropiada en el nivel superior de enseñanza. En éste ámbito el tiempo resulta un factor crítico que limita su aplicación. Además, el trabajo grupal (que resulta fundamental en las ciencias fácticas, que exigen la ejecución de actividades de laboratorio) no garantiza que todos los estudiantes adquieran las competencias propias de la Matemática. Sin embargo, lo visto en estas dos últimas secciones debería ayudarnos a interpretar la palabra problema dentro de un marco determinado. Ello resulta fundamental para comprender el concepto de modelización matemática como metodología de trabajo en el aula y su relación con la RP como fundamento teórico (Rodríguez y Barreiro, 2018).

Modelos Matemáticos

¿A qué llamamos modelización matemática?

La palabra *modelo* tiene diversas acepciones. Podríamos comenzar diciendo que un modelo es el diseño de un objeto o máquina que habrá de construirse; o que se trata de una analogía empleada para ayudarnos a comprender de qué modo funciona o cómo se comporta un objeto que no puede ser observado en forma directa, como, por ejemplo, un átomo.

Pero también podemos definir como modelo a un conjunto de postulados, datos e inferencias que nos permiten obtener una descripción matemática de una entidad o de un estado de cosas. Modelar sería entonces (Dym, 2004) una actividad cognitiva que nos permite construir modelos mediante los cuales habremos de describir de qué modo se producen determinados fenómenos o cómo funcionan mecanismos u objetos de nuestro interés.

Para describir diversos aparatos o comportamientos pueden emplearse distintos elementos: palabras, dibujos o bosquejos, fórmulas matemáticas o programas de computadora. La actividad de modelado, entonces, podrá llevarse a cabo en diversos lenguajes. En muchos casos, los mismos habrán de ser empleados en forma simultánea, o habrán de complementarse. Cualquier programa de computadora que se utilice para representar un fenómeno físico, por ejemplo, habrá de contener instrucciones de asignación (ver Figura 6.1.) que no son otra cosa que expresiones matemáticas a las que los estudiantes conocen comúnmente como *fórmulas.* Y, en general, buena parte de los resultados obtenidos habrán de representarse en forma gráfica.

Figura 6.1

Instrucciones de asignación dentro de un programa de computadora en Octave

```
x = 1:361;
y = 1:361;
xe=[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 24, 27, 31, 35,
40, 48, 56, 65, 75, 86, 103, 123, 149, 184, 251, 361];
ye=1:31;
for i=1:361
    y(i)=5.369*log(x(i))+1;
endfor
plot(x,y,xe,ye,'*')
xlabel("tiempo (en segundos)");
ylabel("volumen drenado (en ml)");
title("volumen drenado en función del tiempo");
```

Nota: Cada una de las líneas (con excepción de la tercera y la cuarta, en las que se introduce el vector que contiene datos obtenidos durante una de las clases prácticas de la asignatura Química de los Alimentos) representa una instrucción de asignación. La sexta línea del programa contiene la solución de la ecuación diferencial que se resolviera durante una de las clases de Análisis Matemático II

A partir de lo dicho hasta este punto, podríamos entonces definir a un *modelo matemático* como una representación en términos matemáticos del comportamiento real de artefactos o de fenómenos del mundo físico.

El modelado matemático y el método científico.

Una representación elemental del método científico propone la existencia de un *mundo real* por un lado, y de un *mundo conceptual* por el otro. El primero de ellos se corresponde al lugar donde se observan distintos fenómenos y comportamientos, ya sean naturales o generados por diversos artefactos.

El mundo conceptual, en tanto, es el mundo de la mente. Allí nos encontramos cuando tratamos de comprender lo que sucede en el mundo real. Dentro del mundo ideal se desarrollan tres procesos: observación, modelado y predicción (Dym, 2004).

Mediante la *observación* el científico recoge evidencia empírica de lo que sucede en el mundo real. La observación puede ser directa o indirecta. Una medición directa, por ejemplo, sería la que llevamos a cabo con un termómetro para conocer la temperatura de un cuerpo. En cambio, cuando determinamos que se ha producido una reacción química midiendo los productos de dicha reacción, diremos que efectuamos una medición indirecta.

El *modelado* nos permite analizar dichas observaciones. En ese sentido, encontramos tres tipos de modelos:

(i) Los que describen el comportamiento o los resultados obtenidos;
(ii) Los que explican el porqué de dichos comportamientos o resultados; y
(iii) Los que permiten predecir comportamientos o resultados que aún no han sido observados.

Es en éste último caso en el que utilizamos nuestros modelos matemáticos para la *predicción*. Estas predicciones deben ser acompañadas por observaciones posteriores que nos sirvan para validar el modelo o para sugerirnos motivos por los cuales el modelo es inadecuado.

Esto último nos lleva a pensar en una estructura cíclica e interactiva: construimos modelos y los usamos para predecir eventos que pueden confirmarlos o negarlos. En definitiva, la idea es la de implementar un ciclo que podríamos definir como “modelado-validación-verificación-mejoramiento-predicción”.

¡Advertencia!: lo que no debemos olvidar cuando trabajamos con modelos matemáticos.

Es fundamental recordar que los modelos matemáticos son representaciones o descripciones de la realidad por su propia naturaleza, no la realidad descripta. Trabajamos con modelos que, esperamos, representen algo real y significativo para nosotros. Pero aquellos no dejan de ser abstracciones, solo reales como modelos, y nunca deben ser confundidos con la realidad que tratamos de modelar. Así, *si el comportamiento predicho por nuestro modelo no refleja lo que vemos y observamos en el mundo real, eso significa que lo que debe ser corregido es el modelo, no el mundo.*

En la Figura 6.2 se observa la gráfica obtenida al ejecutar el programa que reprodujimos en la Figura 6.1. La curva de color azul se obtuvo a partir de la ecuación diferencial que modeliza al fenómeno, en tanto que los asteriscos corresponden a los valores que oportunamente se obtuvieran en el laboratorio. El ajuste entre la curva y los puntos indica que el modelo aplicado es adecuado para representar lo que sucede en la realidad.

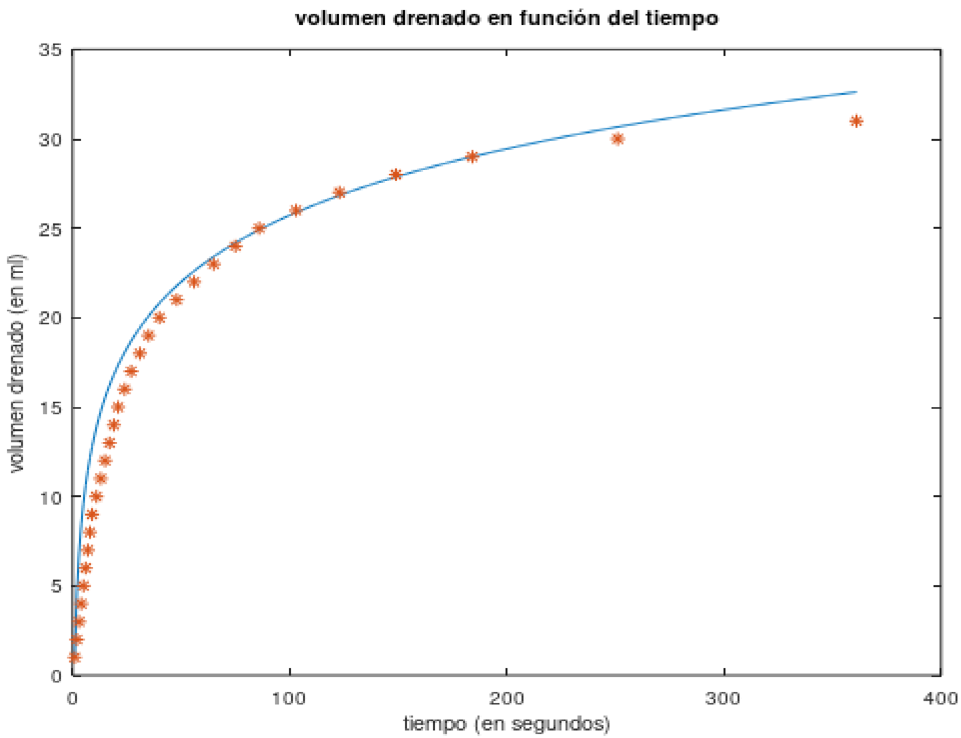
¿Qué entendemos por modelo matemático desde la perspectiva de la enseñanza de las ciencias?

Blomhoj (2004) define al modelo matemático como una relación entre una situación o fenómeno de naturaleza no matemática y ciertos objetos matemáticos, como, por ejemplo, ecuaciones o sistemas de ecuaciones.

Desde el punto de vista didáctico, el concepto de modelo tiene significativas implicaciones. Por ejemplo, el alumno debe percibir a la situación o fenómeno a modelar y a la Matemática puesta en juego como dos objetos separados entre sí, pero al mismo tiempo interrelacionados. Esta precondición epistemológica resulta ser el núcleo del problema, no solo desde el punto de vista de las posibilidades que ofrece el modelado matemático, sino también dadas las dificultades que el aprendizaje de dicha modelación presenta para el estudiante.

Figura 6.2.

Gráfica obtenida mediante el programa que reprodujimos en la Figura 6.1



Nota: Los asteriscos representan a los valores obtenidos experimentalmente, y su proximidad (ajuste) a la curva azul, obtenida a partir del modelo matemático que refleja el fenómeno, permite confirmar la validez del modelo (Elaboración propia)

Pasos a seguir en el proceso de modelización matemática

Existe un proceso de modelización detrás de todo modelo matemático. Blomhoj y Hojgaard Jensen (2003) proponen los siguientes seis pasos para el proceso de establecer una relación entre alguna idea matemática y una situación real:

(i) Formulación del problema.

(ii) Sistematización: seleccionar los objetos y relaciones relevantes del dominio de investigación y posterior idealización de los mismos para hacer posible una representación matemática.

(iii) Traducción de dichos objetos y relaciones al lenguaje matemático.

(iv) Empleo de métodos matemáticos para obtener resultados matemáticos y arribar a conclusiones.

(v) Interpretación de los resultados y conclusiones a partir del dominio de investigación inicial.

(vi) Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos observados o predichos y/o con el conocimiento teórico, la experiencia personal o la compartida.

El proceso de modelización no debe ser entendido como un proceso lineal sino como uno de tipo cíclico, donde las reflexiones sobre el modelo y la intención de uso del mismo pueden conducir a su redefinición. Cada uno de los seis pasos señalados puede introducir cambios en el paso previo.

Todos los pasos o sub-procesos indicados tienen como base al conocimiento teórico y los datos empíricos referidos al dominio de investigación. Dicho conocimiento puede presentar un status epistemológico bien distinto aún dentro del propio proceso de modelización, variando de teorías bien fundadas, como las que se aplican en Física, hasta experiencias personales o suposiciones puramente ad hoc.

Las características del conocimiento de base son de gran importancia en el momento de validar al modelo y sus posibles aplicaciones. En cuanto a los datos, en algunas ocasiones son previos al proceso de modelización y pueden ser usados en los procesos de sistematización y matematización (incluso, pueden llegar a emplearse para validar al modelo). Sin embargo, lo más frecuente es que los datos sean recolectados como parte del propio proceso de modelización; podrán ser empleados para estimar los parámetros del modelo, y no como base para validar al mismo.

Una teoría para la práctica

Las actividades de modelización pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar al aprendiz a establecer raíces cognitivas sobre las cuales construir importantes conceptos matemáticos.

La modelización matemática es, según Blomhoj (2004), una de las áreas en la educación matemática de la que podrán surgir teorías paradigmáticas propias. Esto es realmente significativo, si se tiene en cuenta que la investigación en educación matemática ha adoptado frecuentemente teorías tomadas de ciencias de base (como la pedagogía o la psicología), sin animarse tal vez a explorar las posibilidades que la naturaleza de la propia matemática ofrece.

La comprensión teórica del proceso de modelización y del proceso de aprendizaje relacionado con aquél ha sido un tópico de estudio desde hace unos treinta años. Ello nos permite considerar a la modelización como un importante elemento dentro de la enseñanza de la matemática.

La teoría sobre modelización matemática se funda en las definiciones de modelo matemático, modelización y competencia en modelización. Pero dicha teoría incluye la justificación de la modelización matemática como elemento esencial para la enseñanza de la matemática. Los argumentos más importantes a favor de la modelización matemática son los siguientes:

(i) La modelización matemática le permite al alumno relacionar elementos de la vida diaria o de la realidad que lo rodea con la Matemática. Ello lo motiva a aprenderla, le brinda directo apoyo cognitivo a sus conceptualizaciones y ubica a la Matemática dentro de la cultura, como herramienta para describir y entender situaciones de la vida diaria.

(ii) Las competencias para establecer, analizar y criticar modelos matemáticos son sumamente importantes en el marco de las sociedades altamente tecnológicas. Ello ha de tenerse en cuenta tanto desde el punto de vista de la necesidad de la sociedad de contar con una fuerza laboral adecuadamente educada como desde la perspectiva individual, siendo un desafío educativo la inserción en el mundo laboral de los jóvenes.

(iii) El desarrollo de competencias que habilite a criticar modelos matemáticos y la forma en que son empleados para la toma de decisiones se está convirtiendo en un imperativo para el mantenimiento y futuro desarrollo democrático en sociedades basadas en alta tecnología.

La teoría puede ser una herramienta para la práctica de la enseñanza de la modelización, pues permite:

(i) Analizar procesos auténticos de modelización para adaptarlos a la enseñanza.

(ii) Analizar actividades de modelización de los alumnos.

(iii) Identificar en un proceso de modelización los diferentes sub-procesos involucrados.

(iv) Diseñar episodios de enseñanza de modo tal que puedan ponerse en evidencia cada una de las sub-competencias.

(v) Fijar de común acuerdo entre docentes y alumnos las metas del curso de modelización.

(vi) Adaptar la enseñanza de la modelización a la experiencia de los propios alumnos.

En resumen, dentro de la teoría para el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática, la modelización puede ser vista como parte de la práctica de dicha enseñanza. A partir del nivel secundario, la modelización puede inclusive ser vista como una meta formativa en sí misma. La teoría se va desarrollando a partir de la interacción entre la reflexión teórica y el desarrollo de prácticas de enseñanza, pudiendo entonces considerarse como un ejemplo paradigmático de desarrollo teórico dentro de la investigación en educación matemática.

Vínculo entre la resolución de problemas y la modelización matemática

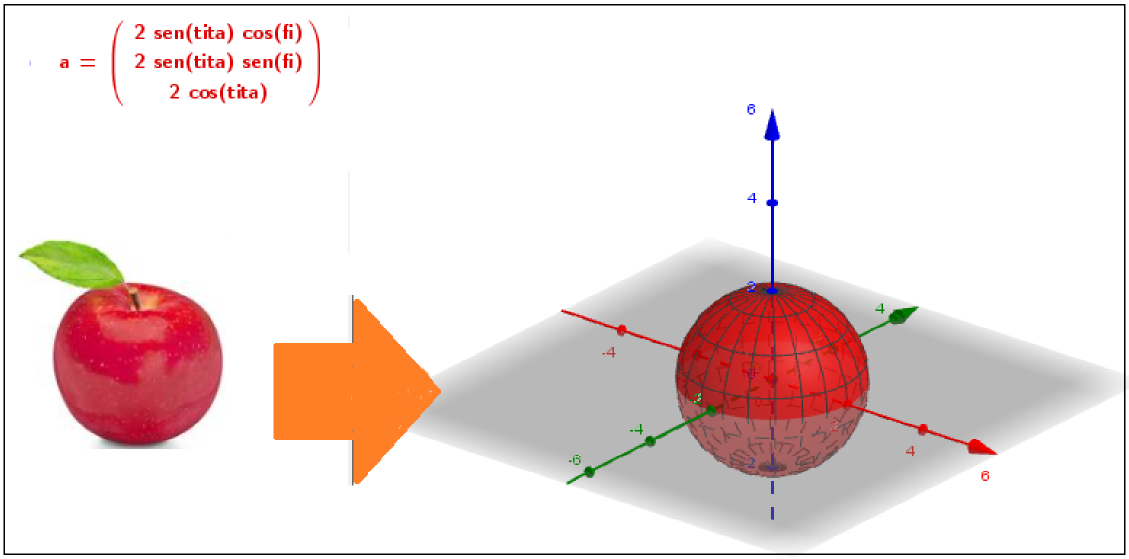
Uno de los enfoques actuales sobre la Modelización Matemática (MM) es el que propone la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), que analiza su aplicación a partir de dos dimensiones, la epistemológica y la ecológica. La primera analiza a qué nos referimos al hablar de MM y cómo se relaciona dicha actividad con la Matemática, en tanto que la segunda se enfoca en cuáles deben ser las condiciones para que el estudio de la modelización matemática pueda llevarse a cabo dentro del ámbito escolar (Rodríguez y Barreiro, 2018).

En muchos casos, la MM se vincula exclusivamente con sistemas o situaciones extra-matemáticas que deben estudiarse, ya sean problemas de las Ciencias Naturales o las Ciencias Sociales. En ellos la Matemática no tiene una presencia explícita, pero se la debe aplicar para comprender la situación y estudiarla a partir de su formulación matemática, interpretando finalmente sus resultados a partir de las condiciones iniciales. En cambio Barquero (2009), en línea con lo que propone la TAD, contempla dos aspectos de la MM que habitualmente no se tienen en cuenta dentro del campo de la Educación Matemática. En primer lugar, asume que la modelización intra-matemática representa una parte de la modelización matemática. En segundo lugar, propone a la MM como un instrumento que permite articular la actividad matemática escolar.

Un enfoque más clásico del tema parte de la aplicación de MM a situaciones que aparecen en contextos extra-matemáticos. Cristante, Esteley, Marguet y Mina (2004) definen a la modelización matemática como el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos que habrán de ser resueltos, para que finalmente sus soluciones sean interpretadas mediante un lenguaje del mundo real. Para ello deben reconocerse los factores intervinientes, discutir el peso de cada uno de ellos en el proceso y las relaciones entre ellos; efectuar finalmente las simplificaciones que sean convenientes para construir al modelo (Figura 6.3), que expresará matemáticamente las relaciones entre los factores y nos permitirá estudiar la situación en el marco de las hipótesis a partir de las cuales fue construido.

Figura 6.3.

Un objeto real (como una manzana) puede convertirse en una esfera



Nota: En el extremo superior izquierdo se observa la parametrización que permite representar la esfera mediante el programa GeoGebra. Se trata de un ejemplo que se aplica en la industria alimenticia al estudiar el tiempo requerido para que una fruta se congele dentro de una cámara frigorífica para su posterior comercialización. El modelo de transferencia de calor se simplifica cuando se convierte al objeto real en una esfera homogénea

La MM, en definitiva, se convierte en una tarea de resolución de problemas en el sentido que le da a la actividad la Escuela Anglosajona: se necesita responder a una inquietud y para ello debe diseñarse un modelo que obliga al sujeto a tomar decisiones, utilizar estrategias, trazar un plan, llevarlo a cabo. El proceso desembocará en la construcción de un modelo matemático que deberá ser estudiado y evaluado y, eventualmente, replanteado (si los resultados obtenidos no se condicen con los datos experimentales disponibles), lo que resulta típico de un proceso de resolución de problemas. Sin embargo, la trasposición didáctica puede dificultarse al pensar en la MM, ya que el empleo de determinados algoritmos pueden convertir a las actividades de modelización en resolución de problemas aplicados (Barquero, 2009).

El docente podría concebir la MM de diversas formas:

(i) Presentando habitualmente en clase modelos preestablecidos, lo que no representaría para los estudiantes un problema en el sentido en que lo define al RP.

(ii) Mostrando en clase cómo se construye y utiliza un modelo matemático en una clase de tipo expositiva, lo que no representa un problema para el alumno (que cumple un rol pasivo en la actividad). Las preguntas que originaron a dichos problemas dejan de ser el centro de la actividad, y la misma no llega a diferenciarse claramente del modelo de enseñanza tradicional.

(iii) Asignándosele al alumno la tarea de modelizar una situación determinada, de modo que la construcción del modelo quede totalmente a su cargo. De las tres formas presentadas, ésta es la única en la que el estudiante se enfrentará a un problema en el sentido estricto, manifestándose entonces una sensación de bloqueo inicial y de incertidumbre, típicas de las actividades de RP.

A partir de lo expuesto queda claro que, como actividad didáctica, no debemos confundir la MM con el empleo de modelos matemáticos extraídos de un texto durante una clase. En este último caso, el docente debe tener en claro que sus estudiantes no están modelizando o que, en todo caso, solo lo están haciendo parcialmente.

El hecho de trabajar a partir de situaciones extra-matemáticas sin que las actividades puedan considerarse estrictamente MM posee entidad propia, y Bassanezi (2002) llega a definir a la modelación matemática como el método de enseñanza y aprendizaje que utiliza modelización en cursos regulares. La palabra modelación no es otra cosa que una combinación de “modelización” y “educación”, y resulta un término más apropiado que el de modelización cuando la intervención del docente en el proceso no se limite a proponer el problema al alumno y asistirlo en su propio proceso de llegar a la solución.

Una serie de factores dificultan desarrollar adecuadamente actividades de MM en el aula. Sin embargo, la modelación matemática rescata en parte el espíritu del proceso y si el docente adopta los recaudos necesarios que se requieran, puede mantener su sentido y levarla al aula, brindando una presentación más atractiva a los contenidos que naturalmente debía ofrecer a los estudiantes (Rodríguez y Barreiro, 2018).

II Estado del arte

Capítulo 7

La modelización matemática en el aula

Quienes se dedican a la matemática aplicada utilizan desde hace varias décadas la modelización matemática como un proceso dinámico que les facilita la comprensión de problemas o situaciones de interés en Física, Biología, Economía, etc.

Experiencias llevadas a cabo hace más de veinte años en cursos regulares (Bassanezi y Salett, 1997) señalan que el proceso de modelización puede resultar más eficiente que el método tradicional teoría-aplicación, donde el docente propone problemas artificiales con el solo objeto de justificar la teoría recién enseñada. Los alumnos tienen otra motivación cuando son ellos quienes escogen con la ayuda del docente los problemas que habrán de resolver, pues se sienten responsables de su propio aprendizaje. Al buscar la solución a dichos problemas, los alumnos descubren que deben aprender nuevos conceptos matemáticos, de manera que la modelización se convierte de ese modo en un nuevo recurso para la enseñanza de la Matemáticas.

No debe sorprendernos entonces que se publiquen muchos trabajos en los que se brindan interesantes sugerencias para ser aplicadas en el aula. Por ejemplo, estudiar el drenaje de un tanque lleno de agua a través de un orificio situado en el fondo del mismo con el objetivo de obtener una expresión matemática que exprese la altura del líquido en el tanque en función del tiempo (Brito-Vallina et al., 2011), problema elemental que los estudiantes de Ingeniería estudian en Dinámica de Fluidos. Los modelos matemáticos se aplican también en otros campos de la ciencia, y pueden introducirse en cursos de carreras vinculadas con Medicina y Ciencias Biológicas estudiando la propagación de una epidemia (Juárez y Navarro, 2013), el crecimiento poblacional o demográfico (Jorge et al., 2018) o la degradación de aguas residuales mediante procesos biológicos (Pochulu y Moyano, 2018). La modelización matemática también puede introducirse en el aula a través de situaciones propias de la industria, como la distribución, logística y entrega de productos y mercancías o la optimización del diseño de empaques de tipo Tetra Brik (Pochulu, 2018)

Sin embargo, a pesar de sus innegables virtudes, una serie de factores (entre los que se encuentran el currículo, el horario de clases, el número de alumnos por curso y el tiempo que dispone el docente para efectuar un adecuado acompañamiento al trabajo de sus alumnos) dificultan la aplicación de la metodología tal como fue concebida, lo que exige adaptarla a las posibilidades de cada curso. Uno de los abordajes para implementar la modelización matemática en el aula consiste en buscar un modelo matemático aplicado en la Física, la Química, la Biología u otra ciencia, para luego adaptarlo al desarrollo del contenido programático (Salett Biembengut y Hein, 2004). La estrategia busca motivar a los estudiantes, pero también puede encontrar inesperadas dificultades.

Un estudio llevado a cabo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia) puso en evidencia la dificultad que tienen la mayoría de los estudiantes para convertir el lenguaje en que se presenta un problema al lenguaje matemático (Hernández et al., 2017). Mediante un cuestionario conformado por respuestas abiertas y cerradas, se observó que cada participante hizo su propia representación de los conceptos de peso, masa, punto de equilibrio, sistema masa-resorte, fuerza amortiguadora, y Leyes de Newton y Hooke. Siendo las ecuaciones diferenciales una de las herramientas que más aporta en la formación de los ingenieros, la dificultad para plasmar el modelo matemático del movimiento oscilatorio armónico demostró la importancia de la fase de representación en el ciclo de modelación y resolución de problemas.

La dificultad que manifiestan los estudiantes al pasar de una etapa de la modelización a la siguiente también fue observada en un estudio llevado a cabo en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán (UPNFM). Tomaron parte de la investigación alumnas y alumnos que acababan de cursar el espacio pedagógico de Ecuaciones Diferenciales, y se observó que aquellos que no habían aprobado el curso de Física I vieron disminuida su capacidad para poder crear modelos matemáticos adecuados para la resolución de los problemas propuestos (García Euceda et al., 2014)

En la primera etapa (pasar de la situación real al modelo pseudo-concreto), los estudiantes no supieron identificar las variables y las relaciones entre ellas, y les resultó trabajoso manejar e interpretar los datos experimentales que se les brindaron. En la segunda etapa, durante la cual debían crear el modelo matemático, no lograron plantearlo por sus propios medios y cometieron errores procedimentales en el momento de resolver la ecuación diferencial correspondiente. Los estudiantes tampoco fueron capaces de validar o rechazar el modelo con el que trabajaron y, en definitiva, se detectaron serias falencias que llevaron a los autores del trabajo a proponer un conjunto de recomendaciones para corregir la situación.

Se observa que, a pesar de la creciente necesidad de que los estudiantes de carreras científicas y de ingeniería desarrollen competencias de modelización, abordar el aprendizaje de la Matemática a partir del trabajo con modelos matemáticos presenta serias dificultades. En principio, se trata de una estrategia que consume una gran cantidad de tiempo. Además, tanto factores afectivos como a la falta de conocimiento de los fenómenos que se abordan en la actividad (que obliga en muchos casos al docente a desviar en parte la atención a la descripción de los mismos y sus fundamentos) constituyen a menudo un obstáculo para que los estudiantes se involucren en las actividades de modelado. Sin embargo, la matematización de problemas del mundo real, actividad que sin duda exige un gran esfuerzo cognitivo, debe incluirse dentro de la formación de los futuros profesionales (Blomhøj y Højgaard Jensen, 2003). Como docentes debemos desarrollar estrategias que permitan cumplir con dicho objetivo, explotando para ello todos los recursos disponibles.

Recursos tecnológicos.

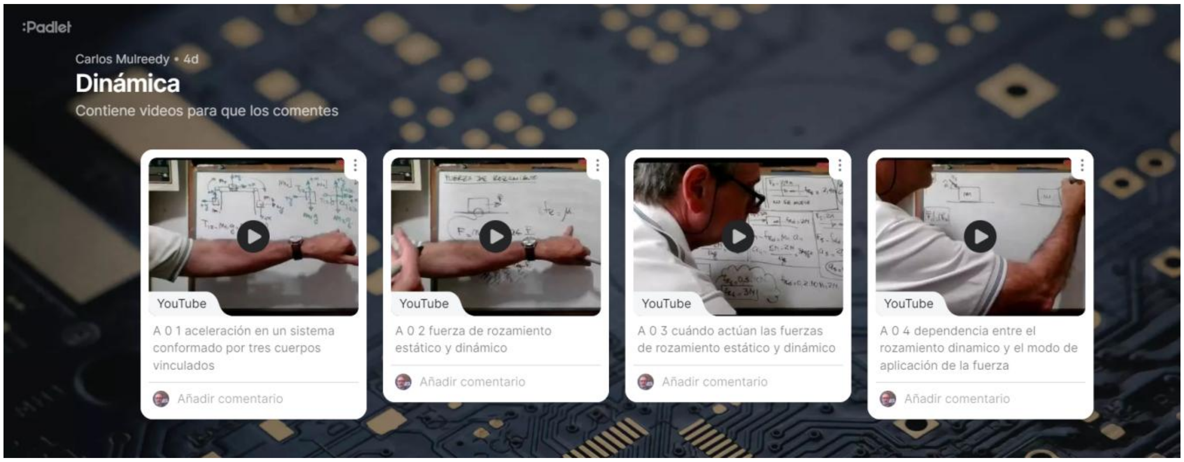
En el campo de la educación, las TIC se emplean discrecionalmente para obtener información o servir como medio alternativo para la comunicación, siendo sorprendente el número de recursos desarrollados para su uso en el aula. Entre los más utilizados en nuestro medio, se encuentran:

(i) Genially, software que permite crear presentaciones, infografías y contenido interactivo;

(ii) Padlet, herramienta online mediante la cual se pueden crear murales colaborativos que permiten a los docentes compartir diversos recursos didácticos con su alumnado o con otros docentes (Figura 7.1).

Figura 7.1

Ejemplo de mural interactivo



Nota: Desde el mural los estudiantes pueden acceder a varios videos vinculados con un tema en particular, añadiendo comentarios

(https://padlet.com/cmulreedy/fcgbmg2it6s96g1)

(iii) Lucidchart, software de diagramas online, que permite entre otras cosas diseñar diagramas de flujo. Éstos pueden emplearse, por ejemplo, para graficar algoritmos utilizados en clase.

La enumeración de todos los programas, frameworks o sitios disponibles puede agobiar a algunos *inmigrantes digitales*, es decir, aquellas personas nacidas antes de los años ochenta (¡incluyendo a los últimos *babyboomers*, nacidos a principios de la década de los sesenta!) que se han adaptado al emplear las TIC. Aquella denominación, creada por Marc Prensky en los albores del nuevo milenio, suma nuevos atributos a la clásica diferencia entre docentes y alumnos (a quienes el mismo autor incluye en la categoría de *nativos digitales* (Prenski, 2001, pp. 1-2) por haber estado familiarizados durante todas sus vidas con computadoras, video juegos, teléfonos digitales y muchos otros juguetes y herramientas propias de la era digital). La diferencia generacional entre alumnos y docentes se ve signada entonces no solo por una cuestión de edad sino por el impacto que la tecnología pudo haber tenido en su formación.

Pero muchos de los *inmigrantes digitales* nos vimos obligados a pasar en tiempo record del chat a la video conferencia cuando, a principios del 2020, la difusión del COVID-19 obligó a las casas de altos estudios a abandonar la modalidad presencial. De acuerdo a un trabajo llevado a cabo por la Secretaría de Políticas Universitarias del Ministerio de Educación, prácticamente el 100% de los docentes encuestados informó que el dictado de sus materias pasó a la modalidad virtual, en tanto que el 87 % de los mismos declaró haber podido dictar su materia según los objetivos que se había propuesto.

Obviamente, los docentes del Departamento de Ciencia y Tecnología de la UNQ no fueron la excepción, y una encuesta respondida por 158 docentes del mismo refleja el trabajo llevado a cabo tanto por ellos como por quienes trabajan en la Dirección de Tecnología de la Información y Comunicación de la UNQ. Gracias a estos últimos fue posible, por ejemplo, que más del 80 % de los encuestados haya podido acercar el material de estudio a sus estudiantes a través del campus, que a su vez fue utilizado por el 76 % de los docentes como medio para comunicarse con sus alumnos.

En lo que respecta al material de estudio, el 69 % de los docentes declararon haber utilizado los clásicos powerpoint, 83 % apuntes en pdf y 64 % clases grabadas. Solo el 34 % informó haber utilizado video-tutoriales. De algún modo, la calidad del material que se puso a disposición de los estudiantes estaba garantizada, ya que incluso los video-tutoriales que no fueron confeccionados por los propios docentes fueron seleccionados por ellos. Es preciso aclarar que para fines del año 2019 y gracias al apoyo de la Secretaría de Educación Virtual (SEV), alrededor de cien docentes del Departamento de Ciencia y Tecnología habían aprobado un curso de formación que los habilita para dictar sus clases en el formato bimodal (Zinni et al., 2020), lo que refleja que el interés de nuestra Universidad en incorporar este tipo de recurso no es un hecho fortuito, sino que forma parte de un proyecto de carácter institucional.

Los videos didácticos

El empleo de videos en el ámbito académico no es una novedad. Por ejemplo, la Univesitat Politecnica de Valencia (UPV) llevó a cabo un programa piloto de grabación automatizada de clases magistrales denominado “Videoapuntes” durante el segundo cuatrimestre del curso 2011-2012 (Turró et al., 2014).Los positivos resultados en el curso piloto dieron lugar a la repetición de la experiencia, llegándose a grabar alrededor de 1500 horas por cuatrimestre en 36 aulas. Al finalizar la primera de las experiencias se llevó a cabo una encuesta entre los estudiantes, a partir de la cual pudieron evaluarse en parte los resultados de la experiencia.

Por ejemplo, en lo que respecta al uso que le dieron al recurso, el 64 % de los encuestados declaró haberlos empleado para preparar los exámenes; un 38 % expresó que le resultaron útiles para repasar cada clase antes de asistir a la siguiente, y el 78 % dijo que le permitieron repasar aquellos puntos que no le quedaran claros después de asistir a la clase presencial. Además, un 77% de los estudiantes admitió que le resultaron muy útiles para la aprobación de la asignatura, el 54 % admitió que le permitió llevar al día la materia, y el 92 % dijo haberlos utilizado para recuperar aquellas clases a las que por diversos motivos no había podido asistir en forma presencial.

Pero el formato no se limita a la grabación íntegra de una clase. Los videos didácticos representan una variante de singulares características, tanto por su extensión como por su contenido. El objetivo de este recurso es el de complementar el aprendizaje que se lleva a cabo por otros medios, y dada su corta duración (con un promedio de entre cinco y quince minutos), deben ser adecuadamente diseñados en función del uso que se les dé. Algunos videos buscan mostrar al estudiante distintos aspectos del tema que se esté estudiando, y se los califica como cognoscitivos. Otros buscan que el alumno domine un determinado contenido, recibiendo el nombre de instructivos. También existen videos motivadores, que tienen por fin el predisponer positivamente al estudiante para el desarrollo de una determinada tarea, y videos modelizadores, que presentan modelos a imitar o seguir.

El recurso se empleó exitosamente en la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED) en cursos de Matemática Financiera (de la Fuente Sánchez et al., 2013). Con el mismo se pretendía superar el modelo tradicional de transmisión del conocimiento, brindando al estudiante una herramienta que le permitiese aprender de un modo autónomo y flexible. Los videos de corta duración buscaban además reforzar el material de lectura y motivarlos en el estudio de la asignatura. El soporte sobre el que se realizaron los videos fueron diapositivas elaboradas en Power Point que luego fueron trasladadas a formato pdf. En cada una de ellas se sugería mediante una frase, un gráfico o una ecuación la explicación que habría de ofrecerse a continuación, y la duración de cada video era de alrededor de cinco minutos.

Para evaluar el valor que los estudiantes le brindaran al recurso, se elaboró una encuesta que fue respondida en el curso académico 2010-2011 por los estudiantes matriculados en Matemática Financiera I de la Diplomatura en Ciencias Empresariales y de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas. De un total de alrededor de 1500 estudiantes matriculados, solo 446 respondieron la encuesta. Se analizó la correlación entre la opinión positiva respecto al uso de los videos y la calificación obtenida en los exámenes, sin que la misma respondiese a lo esperado por quienes llevaron adelante el estudio. Sin embargo, el 85 % de los encuestados dijeron que habían consultado los videos, y el 66 % de ellos opinaron que tanto éstos como las conferencias en línea resultaban útiles o muy útiles. Además, el 84 % de los encuestados señalaron que los videos no solo debían utilizarse para la teoría, sino que también debían utilizarse para la parte práctica de la materia.

En el curso 2011-2012 fueron encuestados los estudiantes de la asignatura Matemática Financiera de la carrera de grado en Administración y Dirección de Empresas. Las respuestas muestran satisfacción por parte de los estudiantes: el 63 % de los entrevistados respondió que los videos les habían sido útiles o muy útiles, en tanto que el 68 % de los mismos opinó de igual forma respecto de las conferencias sincrónicas vía web. Nuevamente, la mayoría de los entrevistados señaló que el recurso debía aplicarse al tratamiento de casos prácticos y no limitarse a complementar la teoría. También se observó, como sucediera anteriormente, escasa dependencia entre el empleo del recurso y las calificaciones finales obtenidas por los estudiantes.

Los videos didácticos también fueron utilizados en nuestra Universidad antes del año 2020 a partir de la decisión del Rectorado y de la Dirección del Departamento de Ciencia y Tecnología de la UNQ de implementar la Bimodalidad en asignaturas dictadas dentro de dicho Departamento. Por ejemplo, los docentes de las asignaturas Química Orgánica Ecocompatible (QOEC) y Química Verde (QV), que forman parte del plan de estudios de la Tecnicatura en Tecnología Ambiental y Petroquímica (TUTAP) elaboraron video clases y video tutoriales de entre quince y sesenta minutos, en los que se exponen contenidos vinculados con las técnicas de separación y purificación de sustancias orgánicas en laboratorio o se brindan explicaciones para le ejecución de los trabajos prácticos (Detorre y Sabaiani, 2020). La materia Química Orgánica Ecocompatible se dictó por primera vez en forma semi-presencial durante el año 2018, y de los 13 estudiantes inscriptos, 9 de ellos completaron y aprobaron el curso. Éstos últimos respondieron una encuesta, y todos ellos expresaron que las video clases les resultaron útiles o muy útiles. Además, 7 de ellos opinaron que la duración de las mismas era adecuada.

La asignatura Química de los Alimentos, que corresponde a la carrera de Ingeniería en Alimentos, también comenzó a dictarse en forma bimodal desde el año 2018 a través del campus virtual de la UNQ. Se incluyeron videos en cada sección para facilitar la comprensión de algunos temas. Algunos de ellos fueron preparados por las docentes de la materia, como el correspondiente al drenado de espumas líquidas, mientras que otros pertenecían a otras entidades académicas (como, por ejemplo, la Universidad de Granada, España), y todos ellos resultaron de gran utilidad para alumnas y alumnos (Igartúa y Sceni, 2020).

No podemos finalizar la presente sección sin mencionar el uso del recurso en la asignatura Recuperación y Purificación de Proteínas (RPP), perteneciente al núcleo obligatorio de la Licenciatura en Biotecnología de la UNQ desde el año 2018. En el año 2012 comenzó a utilizarse un aula virtual (AV) perteneciente al campus de la UNQ como complemento de la modalidad presencial de RPP. En los años 2014 y 2016 se realizó un estudio para evaluar los resultados obtenidos gracias al uso del Aula Virtual Complementaria (AVC) en el proceso de enseñanza y aprendizaje, determinándose entonces el impacto positivo del recurso. Por ese motivo, a mediados del año 2018 el AV se trasladó a la nueva versión del campo, en su tránsito hacia la bimodalidad (Carbajal, 2020).

En la primer Aula Virtual Bimodal (AVB) se implementaron dos Trabajos Prácticos Computacionales (TPC). Dada la complejidad del segundo de ellos, se elaboró un video tutorial de corta duración, que mejoró la comprensión de los temas teóricos, lo que se reflejó en las calificaciones obtenidas en las evaluaciones. Si bien es cierto que desde el año 2012 se incluían videos de la web para aclarar puntos teóricos o mostrar el funcionamiento de equipos en operaciones unitarias, la generación de material propio representó una valiosa experiencia para el diseño futuro de clases teóricas.

El empleo del software en el aula

Los paquetes de cálculo simbólico (más conocidos a través de su sigla en inglés, CAS, Computer Algebra System) son empleados en nuestras aulas desde hace muchos años.

Uno de ellos es el Mathematica ®, que fuera empleado en las clases de diversas materias del Área Matemática de nuestra Universidad. El hecho de que se requiera de licencia para su empleo limitaba su uso por parte de los estudiantes en sus hogares, lo que nos llevó a trabajar con software libre y gratuito. Sin embargo, dadas las virtudes de dicho programa, no resulta extraño que haya seguido empleándose en otras casas de altos estudios hasta no hace mucho tiempo atrás. Un estudio llevado a cabo en la Universidad de La Matanza lo utilizó en una actividad del taller de informática de la cátedra de Análisis Matemático I del Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas (Scorzo y Favieri, 2020). Se observa que el software mejora en algunos casos la respuesta de los estudiantes, pero que de nada sirve el recurso, por más poderoso que sea, si se carece del conocimiento matemático necesario para la realización de una actividad.

La expresión *software libre* corresponde a una traducción literal del idioma inglés, *free software.* El hecho de que en dicho idioma la palabra *free* signifique tanto libre como gratuito, sumado a que buena parte del software libre sea además gratuito, puede generar confusiones. Es por ese motivo que en el párrafo anterior señalamos que muchos docentes hemos adoptado paquetes de cálculo simbólico (más conocidos a través de su sigla en inglés, CAS, Computer Algebra System) como el GeoGebra, sistema de geometría dinámica diseñado originalmente por Markus Hohenwarter, Michael Borcherds e Yves Kreis (Morante y Vallejo, 2011) para la enseñanza a nivel preuniversitario.

Basta con explorar Internet unos minutos para comprobar la versatilidad del programa y su difusión en todo el mundo, que se emplea tanto en la enseñanza de la Matemática a nivel secundario (Arteaga Valdés et al.,2019) como para el aprendizaje de conceptos estadísticos como el de las medidas de dispersión (del Pino Ruíz, 2013). A partir de la versión 5.0, el GeoGebra permite mostrar en el aula todo tipo de superficies en 3D (Ancochea Millet et al., 2022) o construir dibujos dinámicos que representen las formas y movimientos de objetos reales, utilizando para ello diversos comandos y guiones de construcción (Castillo Bracho y Prieto, 2017).

El GeoGebra permite también diseñar actividades de optimización, mediante las cuales los estudiantes puedan aplicar el concepto de derivada para la resolución de problemas reales. Un estudio llevado a cabo con estudiantes de la asignatura Cálculo I de la carrera Ingeniería del Instituto tecnológico de Sonora (Navarro Ibarra e al., 2016), basado en el clásico problema de la construcción de un cilindro, combinó la manipulación física del objeto con el cálculo de sus dimensiones y capacidad. Gracias al software, los estudiantes comprendieron que aún cuando la superficie total se mantuviese constante, el volumen podía cambiar en función del diámetro de la base y de la altura del recipiente (gracias a la visualización conjunta de la función y del cilindro que se obtenía a medida que se desplazaba a través de ella). Además, los cambios en la pendiente de la recta tangente a la función en cada punto permitieron que los estudiantes comprendieran claramente la aplicación de la derivada en el proceso de optimización.

En el presente estudio nos hemos referido al reducido número de estudiantes que optan por llevar adelante estudios vinculados con las ciencias, señalando que el fenómeno no es nuevo y se observa a nivel global. Los riesgos que el fenómeno supone para el futuro de la Unión Europea (UE) dieron lugar a una serie de recomendaciones a los países miembros, encaminadas al fomento de los estudios de Ciencia-Tecnología-Ingeniería-Matemáticas (más comúnmente conocidos por sus siglas en idioma inglés, STEM). La Recomendación 2006/962/CE del Parlamento Europeo, por ejemplo, demanda a los países miembros la implementación de la enseñanza por competencias. La modelización es una de las ocho competencias matemáticas incluidas, entendiéndose por modelización al proceso de matematización que permite resolver problemas del mundo real. Vale aclarar que el mismo documento define como mundo real a aquél que rodea al alumno (OECD, 2003). La experiencia llevada a cabo en el Instituto de Enseñanza Secundaria Sánchez Cantón, consistente en modelizar un fenómeno físico en clase (Bua Ares, 2020), surge como respuesta a las recomendaciones del Parlamento Europeo. El GeoGebra permite en esta oportunidad confrontar el modelo aplicado en cada caso con los valores experimentales obtenidos por los propios estudiantes.

Más allá de los obstáculos organizativos (desde la escasa duración de las clases hasta la dificultad para introducir cambios significativos en la forma de enseñar), de los surgidos con los propios alumnos (acostumbrados a tareas rutinarias como la ejecución de cálculos matemáticos que pueden resolverse prácticamente aplicando “recetas” que les permiten obtener buenas calificaciones sin mayor esfuerzo) y de los que manifestaran los profesores (que se enfrentan con conocimientos y competencias que exceden el ámbito que les es propio, el de la Matemática), una de las conclusiones del estudio mencionado en el párrafo anterior señala que la modelización brinda valiosa información respecto de lo que el alumno realmente está aprendiendo durante la actividad y sobre lo que se supone que aprendiera en cursos anteriores.

Algunas actividades pueden exigir el empleo de programas más complejos. Un gran número de aplicaciones de Ciencia e Ingeniería, que abarcan fenómenos tan diversos como el electromagnetismo, la dinámica de fluidos o la transferencia de calor, se estudian mediante el método de los elementos finitos (MEF), que se ha convertido en la herramienta computacional más utilizada en el estudio de tales aplicaciones. El MATLAB® es un programa orientado a matrices que se maneja con un lenguaje propio (el lenguaje M) y que resulta ideal para trabajar con MEF. Se emplea en más de 5000 universidades de todo el mundo, utilizándose en un gran número de asignaturas de carreras de Ciencia y Tecnología (Martínez-Pañeda, 2016).

En el Apéndice F ofrecemos un programa desarrollado años atrás para la asignatura Simulación de Procesos que se dicta para alumnas y alumnos de la carrera Ingeniería de los Alimentos de nuestra Universidad. El mismo permite estudiar el fenómeno de esterilización de un producto enlatado (Figura 7.2) y fue originalmente escrito en MATLAB®. La versión que allí se presenta fue adaptada para Octave, programa libre y gratuito que muchos docentes estamos adoptando en nuestra Universidad.

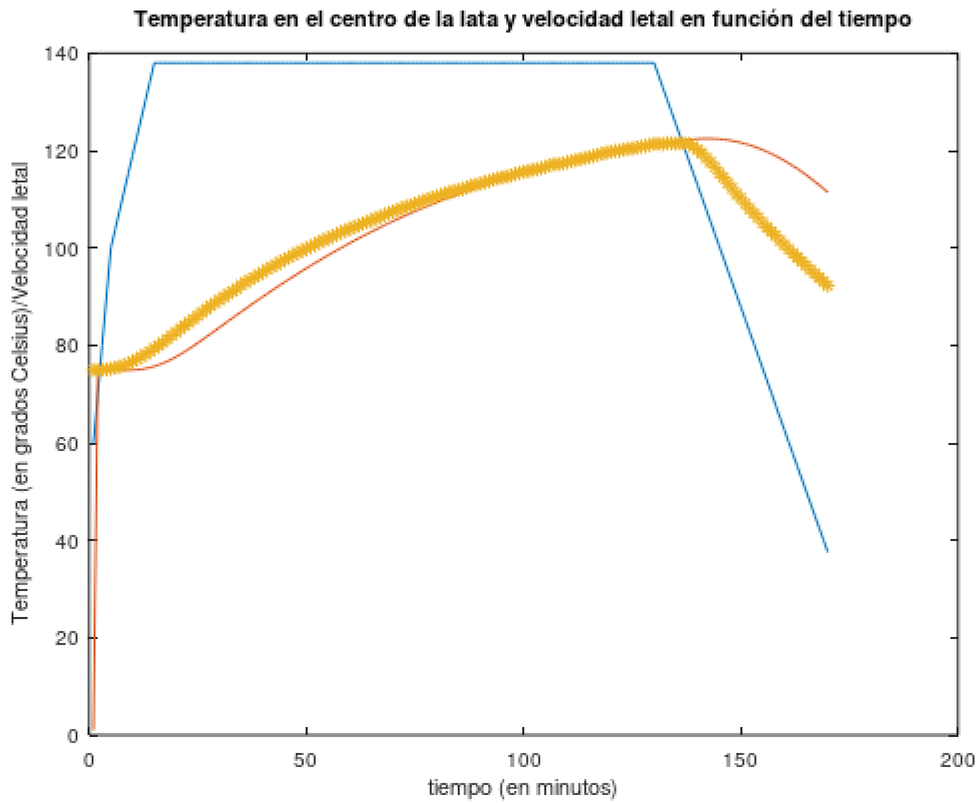
Aplicación de diagramas de flujo y de conocimientos elementales de programación

Al hablar de los video-tutoriales comentamos las dificultades que manifiestan alumnas y alumnos de Física I al resolver problemas de calorimetría con cambios de estado. Ello nos llevó, años atrás, a utilizar en las clases un programa de computadora diseñado para resolver problemas en los cuales se trabaje con un calorímetro que contenga inicialmente hielo y agua. En principio, los estudiantes pueden confrontar los resultados de los ejercicios que se les plantean durante la clase con los que les brinda la computadora. El programa no solo calcula la temperatura de equilibrio del sistema sino que, además, ofrece el diagrama de temperatura en función de las cantidades de calor intercambiadas al que hicimos referencia en una de las secciones anteriores

Aun cuando por diversos factores resulta imposible introducir al curso en el campo de la programación (basta con considerar que carecemos del tiempo suficiente o que nos desviaríamos demasiado del objetivo de la clase), dedicamos algunos minutos al desarrollo y análisis de la herramienta que representa la lógica del programa, su *diagrama de flujo.*

Figura 7.2

Proceso de esterilización dentro del autoclave

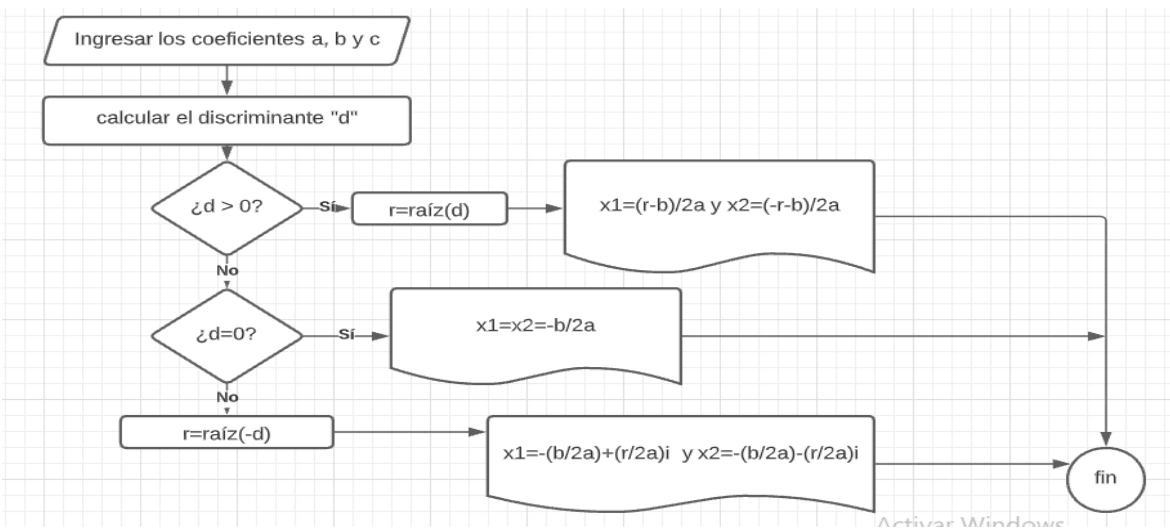


Nota: La curva azul representa la temperatura dentro del autoclave, en tanto que la curva roja corresponde a la temperatura en el centro de una de las latas del producto alimenticio que se somete al proceso de esterilización. Ésta última se obtiene a partir de un modelo matemático, y la validez de éste último se determina al confrontar a la curva con los valores experimentales, que se indican mediante asteriscos de color naranja

Para aclarar el objetivo de la estrategia adoptada, debemos tener en cuenta que el estudio formal de cualquier tipo de problema exige seguir una serie de pasos que permitan interpretarlo y resolverlo. Dicho en otros términos, se requiere de un algoritmo, secuencia de pasos simples y no ambiguos que llevan a la solución del problema. El diagrama de flujo es la descripción gráfica del procedimiento definido por el algoritmo (Cárdenas Varela et al., 1998), y está conformado por un conjunto de símbolos que representan distintas operaciones lógicas. En la Figura 7.3 reproducimos el diagrama de flujo correspondiente a la obtención de las raíces de una ecuación de segundo grado. En el mismo (construido mediante el software Lucidchart) se observan algunos de los elementos más comunes. El paralelogramo que se observa en la parte superior representa al ingreso de los datos necesarios para el cálculo (en este caso, los coeficientes de los términos cuadrático, lineal e independiente). El rectángulo corresponde a la asignación de un valor a una variable (en este caso, el que se encuentra inmediatamente debajo del paralelogramo corresponde al cálculo del discriminante).

Figura 7.3

Diagrama de flujo para la resolución de una ecuación de segundo grado



Nota: El paralelogramo que se observa en el extremo superior izquierdo indica el ingreso (input) de los datos, los rectángulos a las diversas instrucciones de asignación y los rombos a los condicionales, que permiten seguir uno de dos caminos posibles dentro del proceso. El círculo que aparece en el extremo inferior derecho representa el fin del proceso, precedido por las instrucciones de salida (output) del resultado obtenido

El rombo corresponde a una de las operaciones lógicas más importantes, que suele conocerse como condicional, dentro del cual se hace una respuesta que ha de admitir dos respuestas distintas. En nuestro ejemplo, inmediatamente después del cálculo del discriminante se analiza si éste es o no positivo. Obsérvese que en caso afirmativo una flecha se dirige hacia una segunda asignación (donde se define como “r” a la raíz cuadrada del discriminante), en tanto que en caso contrario debemos dirigirnos a un segundo condicional. En éste último caso, interesa determinar si el discriminante es o no nulo

Puede observarse otro símbolo (una especie de rectángulo cerrado inferiormente por una curva) que representa la salida del proceso de cálculo. En nuestro ejemplo se observa en tres oportunidades, y dentro de cada uno de ellos se indican los cálculos necesarios para obtener las soluciones de la ecuación de acuerdo al valor del discriminante.

La idea de emplear diagramas de flujo en educación no es nueva. Ya a principios del presente milenio Xavier Carrera Farrán (2005) llevó adelante un estudio que, entre sus principales objetivos tenía el de evaluar la eficacia de utilizar diagramas de flujo en la enseñanza de procedimientos. Tomaron parte estudiantes del primer curso de la Escuela Secundaria Obligatoria española (ESO), concluyéndose que los diagramas de flujo pueden utilizarse para representar el conocimiento declarativo sobre un procedimiento, a la vez que sirven como herramientas auxiliares en el proceso de enseñanza y aprendizaje de procedimientos.

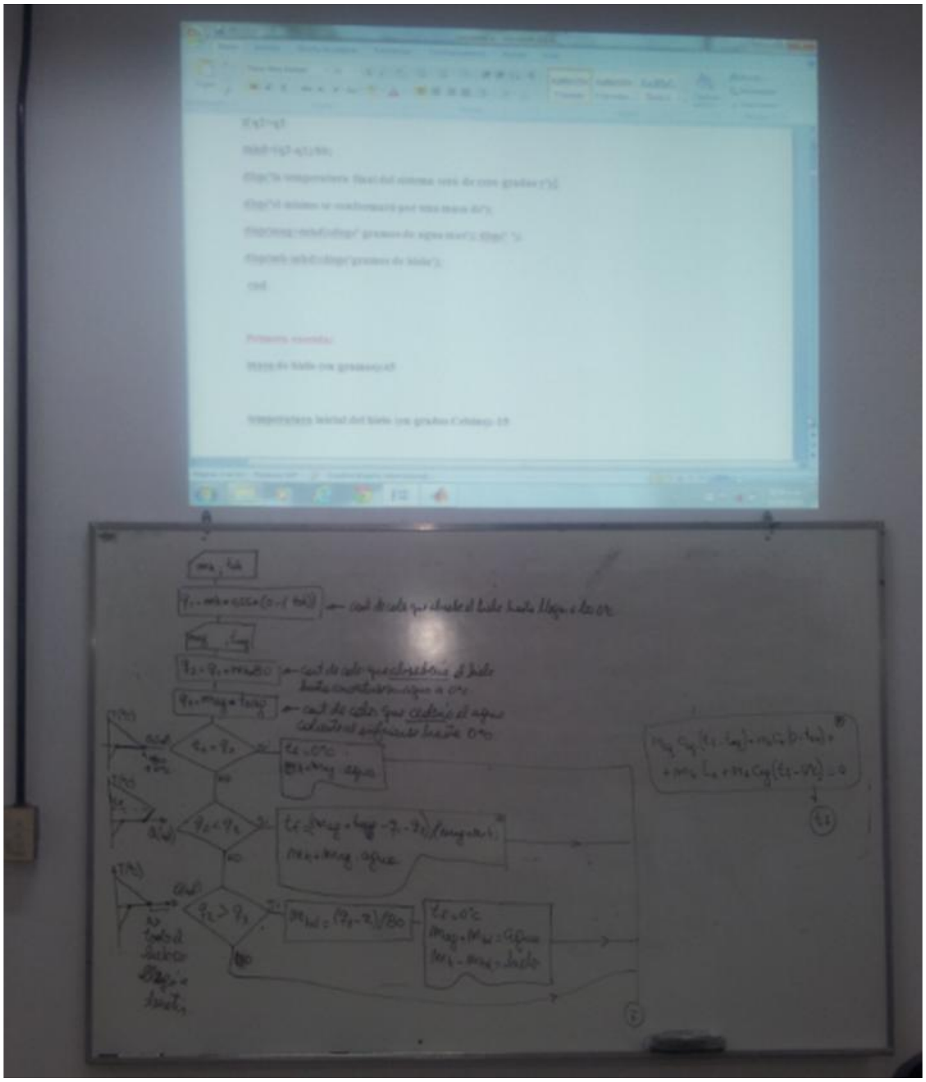
La Figura 7.4 reproduce una fotografía tomada años atrás durante una de las clases de Física I en las que se utilizó el programa de calorimetría al que hicimos referencia al comenzar la presente sección. En dicha oportunidad, una de las paredes del aula fue utilizada como pantalla, de modo que sobre el pizarrón se observan los datos ingresados y los resultados numéricos brindados por la computadora de un problema propuesto al curso. El diagrama de flujo ocupa prácticamente todo el pizarrón y lleva a los estudiantes a interpretar lo que sucede en cada caso con las cantidades de calor intercambiadas entre los distintos componentes del sistema antes de decidir qué expresiones matemáticas debe utilizar en cada caso.

Se utilizó el MATLAB® para escribir el programa original, y las dificultades que se presentaran desde el comienzo de la pandemia impidieron evaluar los resultados de su empleo. Sin embargo, disponemos en la actualidad de una nueva versión en Octave. Ello implica una enorme ventaja, dado que éste programa es libre y gratuito, de modo que alumnas y alumnos podrán cargarlos en sus propias computadoras personales.

A modo de “lanzamiento”, esta nueva versión aparece en uno de los videos didácticos que se pusieron a disposición de nuestras alumnas y alumnos durante el segundo cuatrimestre del 2021. En la Figura 7.5 se observa una de las imágenes de dicho video.

Figura 7.4

El diagrama de flujo permite aprender a resolver problemas de cambio de estado

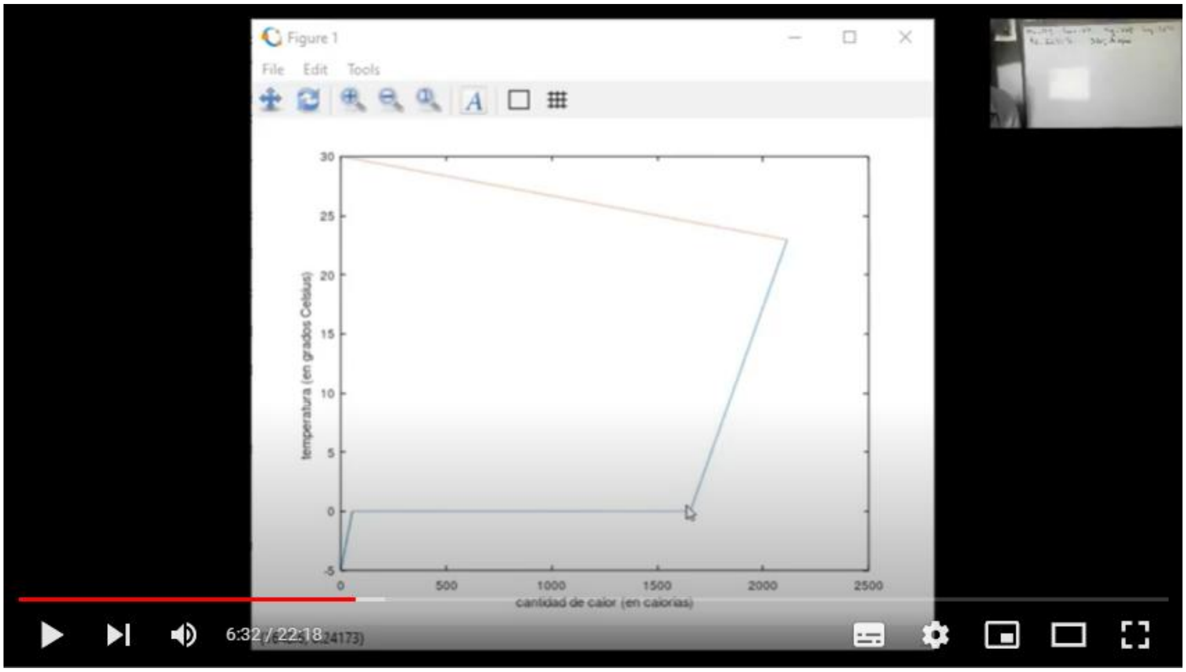


Nota: En el pizarrón se observa el diagrama de flujo que permite comprender qué cálculos efectuar en cada una de las distintas situaciones que puedan presentarse en problemas en los que se mezclan dentro de un calorímetro agua y hielo. Sobre el pizarrón se proyecta la respuesta a un problema resuelto por los estudiantes durante la clase, obtenida mediante el programa desarrollado a tal efecto

En color rojo (en la parte superior del diagrama) se representa el enfriamiento del agua inicialmente contenida dentro de un calorímetro, mientras que los tres segmentos en color azul corresponden a las distintas etapas del proceso en las que hielo a cinco grados bajo cero se calienta hasta alcanzar los cero grados, para luego derretirse hasta convertirse en agua a cero grados (segmento horizontal) y, finalmente, alcanzar la temperatura de equilibrio en estado líquido.

Figura 7.5

Diagrama de temperatura vs cantidad de calor para una mezcla de agua y hielo



Nota: Cada uno de los segmentos en color azul señala cómo el hielo absorbe el calor que le entrega el agua contenida en el calorímetro, hasta alcanzar el equilibrio térmico. El segmento rojo muestra cómo el agua se enfría a medida que cede el calor (https://www.youtube.com/watch?v=d2lAVCiHzl8)

Seguramente quien lea estas líneas se sentirá sorprendido al llegar a este punto. En nuestra opinión, la mayoría de las personas asocia a la tecnología que ya es parte de nuestras vidas exclusivamente con las TIC. Éstas, recordemos, representan al conjunto de herramientas electrónicas que se emplean para recopilar, almacenar, difundir y transmitir información (Ibáñez y García, 2011), ya sea a través de sonidos, imágenes, datos, textos o ideas (Melo, 2011). Y desde esa perspectiva es evidente que son los jóvenes, más que nadie dentro de nuestra sociedad, quienes deberían considerarse como más competentes en el manejo de estas tecnologías.

Sin embargo, y enfocándonos en principio a las aplicaciones de la tecnología en docencia, recordamos algo que ya hemos comentado, la falta de criterio que tienen a la hora de seleccionar la información adecuada, superando de algún modo la impaciencia que los caracteriza. Es decir, resulta necesario enseñarles a seleccionar correctamente las fuentes, y a no caer en la tentación de almacenar una cantidad de información que serán incapaces de procesar a la hora de tomar decisiones. No debe perderse de vista que la novedad que representa utilizar un recurso tecnológico en el aula puede despertar momentáneamente el interés de los estudiantes sin que ello necesariamente represente una mejora real en el proceso de aprendizaje. Si no se la emplea adecuadamente, la tecnología pierde su potencial para convertirse en un mero artefacto instalado en medio del aula, prácticamente un adorno (comparable con las láminas que en el pasado colgaban de las aulas de la escuela primaria). Solo cuando se la emplea como factor motivacional, como apoyo a las actividades que docentes y alumnos llevan a cabo para la construcción del conocimiento y no como centro de la actividad docente, se convierte en un poderoso recurso (Litwin, 2005).

El empleo de las cartas de control en los procesos de enseñanza y aprendizaje

El Control Estadístico de Procesos se aplica exitosamente desde hace muchas décadas en la producción de bienes manufacturados. Pero también ha sido utilizado exitosamente para mantener o mejorar la calidad de servicios ofrecidos a la comunidad, entre los que la salud y la educacion. Al respecto, Montgomery (2004) señala lo siguiente:

> Las aplicaciones fuera de las manufacturas o no relacionadas con productos de la metodología del control estadístico de procesos y del mejoramiento de la calidad requieren en ocasiones una cuota mayor de inventiva de la que se necesita normalmente en las aplicaciones más típicas en las manufacturas (194).

El mismo autor señala que las operaciones no manufactureras carecen de sistemas de medición que faciliten la observación y el análisis de la calidad del servicio brindado, ya que las variables o factores involucrados carecen en general de un sistema de medición cuantitativo y objetivo.

El estudio llevado a cabo con estudiantes de Probabilidad y Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Plata (Calandra y Vericat, 2006) representa un claro ejemplo del control de la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Utilizando datos recolectados desde el segundo cuatrimestre del 2001 al segundo cuatrimestre del 2005, se relevaron datos sobre cantidad de alumnos inscriptos en la asignatura, proporción de los mismos que la promocionaran, que aprobaran los trabajos prácticos, que la abandonaran o que resultaran desaprobados.

La información recopilada permitió en primer lugar construir las cartas de control (herramienta exitosamente empleada en el control de procesos industriales sobre la que habremos de extendernos más adelante) para proporción de estudiantes que aprobaran la materia, la de alumnos que aprobaran los trabajos prácticos y la de desaprobados. Los gráficos de sumas acumulativas que se derivaran de aquellos permitieron determinar con elevados niveles de confianza los momentos en los que se produjeron cambios en las variables mencionadas, convirtiéndose de ese modo en una valiosa herramienta para estudiar los problemas que se presentaran durante el período de tiempo analizado.

Las cartas de control volvieron a ser empleadas para analizar la evolución temporal de la proporción de alumnos promocionados en la asignatura Estadística de la UNLP desde el año 2001 al 2008 (Calandra y Argeri, 2009). En esta oportunidad volvió a aplicarse la metodología del bootstrap utilizada en el estudio mencionado anteriormente, pero reemplazando la metodología de sumas acumuladas por un test de hipótesis basado en el criterio de cociente de verosimilitud con el fin de analizar cambios en dicha proporción que no pudiesen ser detectados por las cartas de control convencionales. La detección de dichos cambios lleva a analizar la existencia de causas asignables que brinden evidencia estadística para decidir si determinadas modificaciones (como, por ejemplo, una modificación en el plan de estudios que permita que los estudiantes opten por un régimen de promoción o de firma de trabajos prácticos con examen final) resultan realmente beneficiosas.

El estudio de la evolución temporal de cursos de Matemática C del Área de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNLP durante 23 semestres (desde el 2006 al 2017) también utiliza cartas de control (Costa, et al., 2019). Analizando los resultados que las mismas brindaron se puso en evidencia el hecho de que una serie de estrategias didácticas puestas en juego durante el período en el que se llevó adelante el trabajo (como articular contenidos de Álgebra Lineal con los estudiados en Física I y II o la realización de trabajos prácticos optativos utilizando software matemático, incluyendo programas como el Matlab) redujeron la proporción de alumnos que abandonaban la materia respecto de los que se anotaran a la misma.

Basta con programar una planilla de cálculo para poder construir las cartas de control; y un procedimiento como el bootstrap puede llevarse adelante con un programa como el que puede consultarse en el Apéndice C. Es decir, los recursos necesarios para llevar adelante el control resultan accesibles y su utilidad en el análisis del proceso ameritan, a nuestro criterio, su empleo.

IV METODOLOGÍA

Capítulo 8

Carácter de la investigación, descripción de la muestra, del material empleado en el estudio y de la forma en que se trabajó en el curso piloto

Carácter de la investigación

Tipo de investigación

A partir de los objetivos de la investigación, podemos encontrarnos con tres tipos fundamentales de investigación: las explicativas, las descriptivas o exploratorias, y las que presentan un enfoque aplicado (Bizquerra Alzina et al., 2009).

Las primeras tienen por objetivo fundamental contrastar o verificar una hipótesis, probar una teoría o confirmar relaciones entre variables. Las descriptivas o exploratorias, en cambio, buscan la generación de conocimiento al identificar y describir determinados fenómenos. Finalmente, las investigaciones que buscan poder contribuir a la resolución de un problema concreto se clasifican como aplicadas.

Teniendo en cuenta el objetivo general del presente trabajo, podemos decir que el presente estudio debe entonces incluirse en la última categoría mencionada.

Alcance

No debe confundirse el alcance de un estudio cuantitativo con el tipo de investigación (Hernández Sampieri et al., 2010), ya que aquél representa un continuo de cuasalidad que va de lo exploratorio a lo explicativo. La caracterización dependerá del estado de conocimiento que se tenga del problema y del enfoque con el que se desee resolverlo.

El enfoque exploratorio se aplica cuando el problema de la investigación ha sido poco estudiado, o cuando la perspectiva desde la que se desea enfrentarlo resulte novedosa.

No podemos decir que el problema con el que nos enfrentamos en la presente investigación no haya sido suficientemente estudiado. Sin embargo, tal como lo señalamos en diversas secciones de los capítulos previos, el hecho de emplear datos experimentales para validar los modelos matemáticos con los que se trabajar en clase, utilizando para ello programas de computadora redactados ad hoc, es a nuestro entender una forma novedosa de mostrar que las ciencias formales facilitan la comprensión del mundo real. Si además tenemos en cuenta que buscamos mejorar la comunicación con el alumnado buscando hablar su propio idioma mediante los videos docentes grabados como material de apoyo a las clases, creemos tener suficientes argumentos como para decir que el alcance de la presente investigación tiene carácter exploratorio.

Diseño adoptado

Los diseños de investigación se clasifican en principio en experimentales y no experimentales. La palabra experimento debe interpretarse en el presente contexto como un estudio en el que se manipulan una o más variables (que representan las causas o antecedentes de un fenómeno dado y que, desde el punto de vista matemático son las variables independientes) para analizar posteriormente las consecuencias que dicha manipulación tiene sobre una o más variables de repuesta (que serán las variables dependientes).

Todo experimento debe cumplir con algunos requisitos. En primer lugar, las variables independientes deben ser manipuladas en dos o más grados que habrán de ser aplicados a distintos grupos. Además, debe poder medirse el efecto que la o las variables independientes les provocan a las dependientes de un modo válido y confiable.

El experimento debe poseer validez interna: debemos poder asegurarnos que el cambio que se observe en la variable dependiente se deba a la manipulación de las variables independientes y no a alguna otra razón. La validez interna se logra cuando los distintos grupos que toman parte del estudio difieren entre sí exclusivamente en el grado de exposición a las variables independientes; cuando la medición de la variable de respuesta es confiable y cuando se aplique el análisis apropiado para el tipo de dato que se esté manejando.

La primera de las tres fuentes de validez interna exige que todos los grupos que toman parte de la investigación sean similares en el momento en que el experimento se pone en marcha. En el ámbito educativo eso significa que cada uno de dichos grupos deberá estar conformado por el mismo número de personas, y que éstas deberán ser equiparables en lo concerniente a su inteligencia, motivación, género, edad, conocimientos previos, alimentación, etc. Si inicialmente no son equiparables por algún motivo, no podrá asegurarse que la respuesta observada sea consecuencia del tratamiento aplicado.

La investigación no experimental cuantitativa, a diferencia de la experimental, se limita a observar los fenómenos en su contexto natural, sin manipular deliberadamente las variables. Tampoco se utiliza la asignación al azar, que resulta ser el mecanismo adoptado en los estudios experimentales para asignar los individuos a cada uno de los grupos que tomen parte en el estudio, ya que los individuos pertenecían a uno de dichos grupos.

Los diseños no experimentales pueden por ejemplo evaluar un fenómeno dado en un momento en particular, recibiendo entonces el nombre de transversales, independientemente de que su alcance sea exploratorio, descriptivo, correlacional o explicativo. Si, en cambio, se concentran en estudiar los cambios que a través del tiempo se manifiesten en una comunidad, o cómo evolucionan o se relacionan una o más variables entre sí, el diseño habrá de denominarse longitudinal.

Los diseños longitudinales se clasifican en diversas categorías, que incluyen los diseños de tendencia (*trend*) y los de panel. Los primeros analizan cambios a través del tiempo dentro de alguna población, mientras que en los segundos son los mismos participantes quienes habrán de ser observados en todos los tiempos o momentos del estudio.

En la siguiente sección nos detendremos en la descripción de la muestra, y veremos que el estudio se llevó adelante con tres cursos, de tal modo que la selección no fue al azar. La investigación carecía entonces de validez interna, y podía entonces clasificarse como no experimental. Además, las actividades diseñadas fueron ofrecidas a todas las personas que tomaron parte del estudio, y si hubo distinta respuesta, se debió al hecho de que dichas actividades se sumaron naturalmente a los contenidos habituales.

En una primera etapa se aplicó un diseño longitudinal de tendencia, ya que se analizó el porcentaje de aprobados de cada uno de los cursos a lo largo de cinco cuatrimestres consecutivos (de modo que la información no correspondía a los mismos individuos, pero sí a personas pertenecientes a una misma población). El grueso del estudio trabajó con tres cursos distintos en un mismo cuatrimestre, analizándose lo que sucediera durante dicho período de tiempo con las mismas personas, de tal modo que el diseño adoptado fue entonces longitudinal de tipo panel.

Muestra

En el primer capítulo anticipamos que alumnas y alumnos de Análisis Matemático II A y de Matemática III tomarían parte del presente estudio. Siendo coordinador de la materia

Análisis Matemático II de la carrera Bioquímica de la UNAJ, el autor de este trabajo ya había llevado a cabo una investigación similar con los cursos de dicha materia. Las conclusiones del estudio (Mulreedy, 2020) ameritaban profundizar la estrategia empleada, pero las circunstancias en UNQ resultaban diferentes, ya que en esta Universidad tiene a su cargo la materia que se dicta en la Licenciatura en Informática (Matemática III), mientras que su cargo es el de Profesor Instructor (es decir, a cargo solo de las clases prácticas) en los dos cursos de Análisis II A.

Al comenzar el segundo cuatrimestre del año 2021, un total de 22 alumnas y alumnos de los cursos de Análisis Matemático II respondieron por correo electrónico a una encuesta. A partir de los resultados de la misma (que serán comentados más adelante), se decidió que ambos sirvieran como cursos testigo. Naturalmente, el curso de Matemática III, donde los recursos descriptos en el capítulo anterior jugarían un rol fundamental en las clases, sería el curso piloto. Teniendo en cuenta que los contenidos de ambas materias son esencialmente los mismos, el material puesto a disposición de todos los estudiantes que tomarían parte en el estudio sería el mismo. Pero, mientras para los cursos testigo terminaría convirtiéndose en un complemento de las clases prácticas, para las alumnas y alumnos del curso testigo serían parte integral de cada una de las clases. Este sería el factor clave que diferenciara el tratamiento recibido por los grupos.

Al finalizar el cuatrimestre, un total de veinticuatro alumnas y alumnos (veinte de los cursos testigo A y B, y cuatro del curso piloto) respondieron una segunda encuesta, que brindó información sobre el resultado de la experiencia. Pero para obtener un panorama más amplio, llevamos adelante una serie temporal. Utilizamos para ello datos recogidos de las actas de los tres cursos involucrados en la investigación, desde el segundo cuatrimestre del año 2019 hasta el segundo del año 2021 (cabe recordar que las materias que se dictan en la UNQ tienen una duración cuatrimestral), tomando parte de este relevamiento un total de 380 estudiantes.

Al analizar los resultados del estudio, el hecho de que el número de estudiantes del curso piloto fuese notablemente inferior al de los cursos testigo nos llevó a pensar en el peso de dicho factor. Sin embargo, el empleo de métodos de pronóstico nos brindó evidencia respecto de las virtudes de la metodología aplicada en el curso testigo, independientemente del tamaño del grupo.

Material empleado

Escala Likert

A diferencia de lo que sucede con objetos de estudio que pueden medirse empleando una escala de medidas, el caso de los rasgos afectivos requiere de una forma diferente de valoración. Cuando nos referimos a las creencias de los estudiantes, por ejemplo, no disponemos de instrumento de medida alguno que nos permita cuantificarlas. La valoración de las manifestaciones de la afectividad se realiza generalmente a través de la observación del comportamiento, del registro de las opiniones o del estudio de los documentos que el individuo ha elaborado (Ocaña Moral et al., 2013).

Para registrar y valorar las opiniones del grupo de personas que toman parte de un estudio, es común emplear escalas. Éstas se aplican tanto a estudios de psicología aplicada como a estudios de opinión o marketing, y tienen una serie de ventajas respecto de las que brindan las encuestas personales que se llevan a cabo en forma verbal: las respuestas suelen ser menos ambiguas, se acercan más al objetivo del investigador y permiten obtener más información en menos tiempo (Cañadas Osinski y Sánchez Bruno, 1998).

Las escalas se definen como un conjunto de ítems o frases seleccionadas que sirven para la medición de fenómenos sociales. Y un *ítem* ha de interpretarse como una frase o proposición que expresa una idea positiva o negativa respecto del fenómeno que nos interesa estudiar. Por ejemplo, *aun siendo muy abstracta, la Matemática permite comprender al mundo real* es un ítem que expresa una opinión respecto de la Matemática. La posición valorativa de tal afirmación hecha por un individuo se puede considerar como un indicador de su forma de ver a dicha materia.

Las escalas de carácter cuantitativo son instrumentos adecuados para obtener información acerca de las creencias de los estudiantes. Hemos elegido las de tipo Likert porque gozan de gran aceptación entre los investigadores; no ofrecen complejidad en su elaboración y poseen altos índices de validez y fiabilidad.

La respuesta de cada ítem mide de algún modo la reacción del sujeto. El interrogado habrá de señalar su grado de acuerdo o desacuerdo con cada ítem a partir de una graduación. En el presente estudio hemos adoptado cuatro niveles, que van desde *totalmente en desacuerdo* hasta *totalmente de acuerdo*, con otras dos posiciones intermedias (*en desacuerdo* y *de acuerdo*), aun cuando es frecuente que este tipo de encuesta cuente con una quinta opción intermedia (que en nuestro caso se habría expresado como *ni de acuerdo ni en desacuerdo*). Esta opción suele ser la seleccionada por encuestados que carecen de interés en el tema o que no se comprometen a responder en forma competente (Matas, 2018).

Cada una de las respuestas recibirá una determinada puntuación, y la suma algebraica de todas las puntuaciones de las respuestas del individuo entrevistado a todos los ítems será entonces representativa de su posición respecto del fenómeno que se mide. Así, cada individuo recibirá una puntuación proporcional a su aprobación acumulada, y cada ítem tendrá menor o mayor peso de acuerdo al grado de aprobación que haya recibido.

Cada uno de los ítems proporciona información acerca de la actitud del sujeto y la suma de las respuestas, es decir, la información acumulada, nos permite determinar la posición que el individuo ocupa en el hipotético continuum de la actitud. De algún modo, la información que proporciona cada uno de los ítems es insuficiente pero necesaria.

Agreguemos finalmente que se trata de una escala de tipo ordinal. Por ese motivo, una persona que obtenga sesenta puntos no habrá de tener una actitud hacia el fenómeno que sea el doble de favorable (o desfavorable, según sea el caso) respecto de otra persona que solo haya obtenido treinta puntos. Lo único que puede asegurarse es que el primero de los individuos tiene una actitud más favorable (o desfavorable) que la segunda.

Para la selección de los ítems tuvimos en cuenta varios estudios vinculados con la enseñanza de la Matemática (Hidalgo Alonso, et al., 2004; Depool Rivero, 2005; Gil Ignacio et al., 2006; Mato y De la Torre, 2010 y Mulreedy, 2020). Cada ítem habría de recibir un puntaje entre uno y cuatro, y a cada una de las cuatro respuestas posibles se le asignó el puntaje de acuerdo al carácter del ítem.

Por ejemplo "*no comprendo por qué tengo tantas materias del área matemática en mi carrera, ya que como futuro profesional podré resolver cualquier problema utilizando el software apropiado"* refleja una actitud negativa hacia la Matemática; entonces solo se asigna un punto si el entrevistado responde que está *muy de acuerdo*, dos puntos si está *de acuerdo,* y así sucesivamente hasta asignarle cuatro puntos si responde que está *muy en desacuerdo.*

Se emplearon formularios de Google para enviar las encuestas por correo electrónico, y las respuestas fueron voluntarias y anónimas. De todos modos, los tres cursos que tomaron parte del estudio fueron informados previamente, y se utilizaron los listados disponibles en el campus.

La fiabilidad de la escala se determina a partir del coeficiente *alpha de Cronbach*, estadístico estimado mediante una matriz de correlaciones que asume el carácter continuo de las variables y que comúnmente se utiliza en este tipo de estudio. Dicho coeficiente se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$\alpha = \left(\frac{k}{k-1}\right)\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S_t^2}\right)$$

donde k representa el número de preguntas o ítems de la escala; S_i^2 a la varianza de cada uno de los ítems y S_t^2 a la varianza del total de los ítems.

El estadístico presenta un sesgo negativo que se manifiesta a medida que aumenta la asimetría, lo que sucede, por ejemplo, si el número de ítems es elevado y el de respuestas posibles es pequeño (Elousa Oliden y Zumbo, 2008).

Cartas de control

El control de la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Calandra y Vericat, 2006) puede llevarse a cabo utilizando una herramienta clásica del control de calidad y de procesos, *el diagrama o carta de control*.

El concepto de carta de control apareció por primera vez en 1924, en un memorándum técnico de los Laboratorios Bell redactado por W.A. Shewhart. El mismo autor describió los métodos estadísticos en los que se basaba la construcción de dichas cartas en 1931. Cualquier proceso puede ser afectado por una serie de factores inevitables y a veces difíciles de determinar. Estos factores son parte inherente del proceso, generan cierta variabilidad y reciben el nombre de *causas fortuitas*, y no lo afectan significativamente. Sin embargo, existen otro tipo de fenómenos que pueden generar variaciones serias y que reciben el nombre de *causas asignables*. Cuando alguna de éstas se manifiesta, se dice que el proceso se encuentra fuera de control, y los diagramas de control resultan una valiosa herramienta para detectarlas y corregirlas (Montgomery, 2004).

En la mayoría de los procesos las muestras tienen tamaño constante, y los límites de control resultan ser líneas horizontales (Figura 8.1), considerándose que el proceso se encuentra bajo control mientras la poligonal determinada al unir los datos obtenidos se encuentre dentro de los límites definidos por los límites superior e inferior.

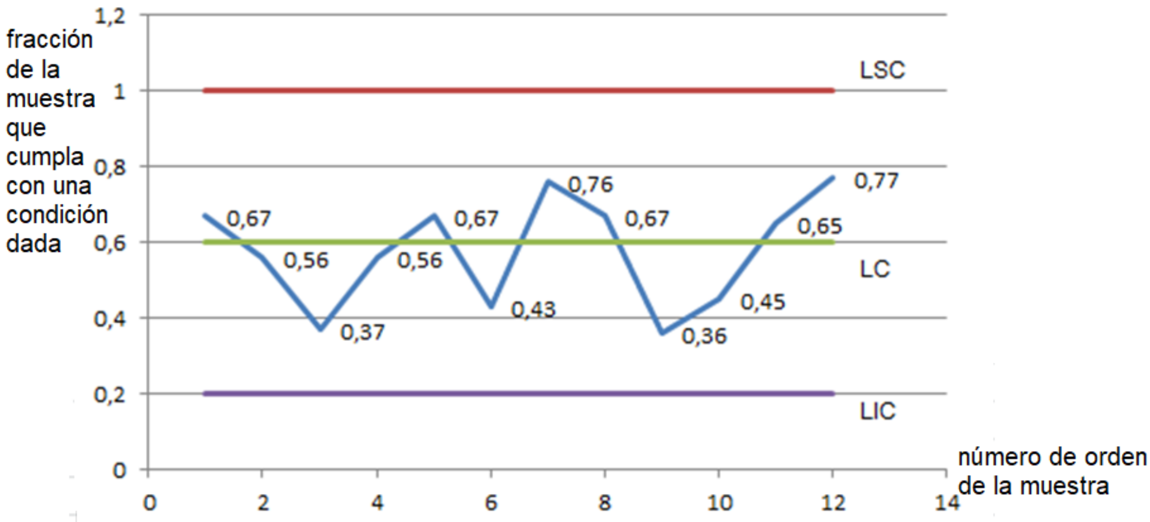
El análisis de una carta de control en la industria incluye además una serie de patrones vinculados con factores propios de la producción que no son fáciles de detectar con el tipo de carta que puede emplearse en el proceso de enseñanza. Éstas emplean un número reducido de muestras para su construcción, a diferencia de los que se emplean habitualmente en el control de calidad industrial, donde cada carta se construye con alrededor de veinticinco muestras).

Existe una estrecha relación entre los diagramas de control y el test de hipótesis: un punto que se encuentre dentro de los límites de control equivale a no poder rechazar la hipótesis nula del control estadístico. El objeto de la carta de control, en definitiva, es el de detectar desviaciones de un supuesto estado de control.

Los límites de control se determinarán utilizando distintas expresiones, de acuerdo a las características de la variable que se analice. En el caso del porcentaje de alumnos aprobados por cuatrimestre, por ejemplo, cada muestra estaría representada por el número de estudiantes de cada uno de los cursos. Supongamos que todos los cuatrimestres el número de alumnos fuese el mismo, digamos n. Y digamos que la probabilidad estimada de que un alumno apruebe es $\hat{p}$. Si nos preguntamos entonces cual es la probabilidad de que un alumno al azar apruebe, obviamente responderemos $\hat{p}$, ya que nos encontramos ante un problema de tipo Bernoulli, con solo dos resultados posibles (que apruebe o que no apruebe).

Figura 8.1

Carta de control para muestras de tamaño constante



Nota: La abscisa de cada uno de los puntos que al unirse conforman la línea segmentada indican en qué orden la muestra fue obtenida, en tanto que la ordenada de aquellos representa la media de la variable de interés obtenida en cada una o la fracción que satisfaga alguna condición. Esto último depende del carácter cuantitativo o cualitativo del estudio que se esté llevando a cabo. El hecho de que la línea segmentada se encuentre dentro de la región limitada por el límite superior de control (LSC) y el límite inferior de control (LIC) indica que el proceso puede considerarse bajo control.

Teniendo en cuenta entonces que dicho experimento habrá de repetirse n veces, y que la probabilidad de éxito (es decir, de que apruebe) es constante, la distribución de probabilidad que habrá de emplearse es la binomial. Entonces:

$$LSC = \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$LC = \hat{p}$$

$$LIC = \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Si el número de estudiantes por curso no fuese constante (que es el caso que estudiaremos en próximas secciones), límites de control habrán de calcularse para cada muestra en particular, y para su cálculo usaremos las siguientes expresiones:

$$LSC = \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n_i}}$$

$$LC = \hat{p}$$

$$LIC = \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n_i}}$$

En ellas n_i representa al número de estudiantes en cada uno de los cursos (es decir, el tamaño de la muestra)

La construcción de este tipo de carta es muy sencilla, y para hacerlo basta con una simple planilla de cálculo. En la Figura 8.2 se observa una captura de pantalla correspondiente a la Tabla que se utilizó para estudiar el porcentaje de alumnas y alumnos aprobados durante cinco cuatrimestres consecutivos en cursos de Análisis II B (que, si bien es cierto que no tomaron parte del estudio en forma directa, nos permitieron ajustar el empleo de algunas de las herramientas que finalmente habrían de ser adoptadas para llevarlo adelante). En la Tabla de la derecha solo se copiaron los porcentajes para luego calcular los límites de control. En la ventana que aparece en la parte superior se observa la instrucción que se utilizó para obtener el límite inferior de control para la primera de las muestras.

Gráficos de sumas acumulativas

Una vez que se dispone de las cartas de control, que nos permiten observar la evolución temporal de distintas características del proceso de enseñanza y aprendizaje, se procede a estimar la posible existencia de cambios en los valores medios de los indicadores. Para ello se emplea un *estimador de punto de cambio* (Di Leo et al., 2013), a partir del cual, además, podrá obtenerse el nivel de confianza para la ocurrencia de dicho cambio. Así, mientras las cartas de control permiten determinar puntos que se alejan de los valores esperados para un fenómeno bajo estudio, el estimador de punto de cambio permite detectar cambios que aquellas no registran explícitamente (Calandra y Vericat, 2006). Al respecto, Montgomery (2004) señala que las cartas de control para promedios resulta muy eficiente para detectar cambios de entre un 50% y un 100% de la desviación estándar, pero solo a partir de las *cartas de suma acumulada* permiten detectar cambios inferiores. Estas cartas incorporan toda la información contenida en la secuencia de los valores de las muestras.

Figura 8.2

Planilla de cálculo utilizada para construir una carta de control

I61 *fx* =E67-3*RCUAD(E67*(1-E67)/D61)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
58		**Análisis II B**								
59										
60		Período		inscriptos	aprobados			fracción	LIC	LSC
61		2do cuatr. 2019	1	22	13		1	0,5909091	0,2484736	0,8825609
62		1er.cuatr. 2020	2	16	11		2	0,6875	0,1937506	0,9372839
63		2do cuatr. 2020	3	35	15		3	0,4285714	0,3141571	0,8168774
64		1er.cuatr. 2021	4	37	24		4	0,6486486	0,321045	0,8099895
65		2do.cuatr.2021	5	35	19		5	0,5428571	0,3141571	0,8168774
66		sumas :		145	82					
67		fracción:			0,565517					

Nota: En la Tabla de la izquierda aparecen los datos brindados por la docente a cargo del curso. El cociente entre la cantidad de alumnos aprobados y los inscriptos aparece en la columna H de la Tabla que aparece a la izquierda. En la ventana de la parte superior se observa la instrucción con la que se calculó el valor que aparece en la casilla I61.

Para poder construirlas debe calcularse en primer lugar el valor medio de la muestra, mediante la expresión:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_{N-1} + X_N}{N}$$

En la misma, $X_1, X_2, \ldots., X_N$ representan a los valores de la muestra ordenados cronológicamente, siendo N el número total de valores de la muestra. A cada uno de los valores de la suma acumulativa se lo expresa como S_i, adoptándose como valor inicial $\overline{S_0} = 0$. Las sumas sucesivas se calculan como:

$$S_i = S_{i-1} + (X_i - \bar{X}) \quad \text{para } i = 1,2,\ldots,N$$

Estos valores permiten finalmente trazar la carta de sumas sucesivas. Pero para determinar el nivel de confianza respecto del eventual cambio en la media se define el estadístico de la suma acumulativa mediante, al que expresamos como S_{dif}. Este se calculará mediante la expresión:

$$S_{dif} = S_{máx} - S_{mín}$$

donde

$$S_{máx} = máx_{i=1,2,\ldots,N} S_i$$

y

$$S_{mín} = mín_{i=1,2,\ldots,N} S_i$$

Una vez que se define el estadístico debe determinarse el nivel de confianza de que el cambio ocurra, empleando para ello la técnica del ***bootstrap,*** que consiste en obtener nuevas muestras a partir de los X_i originales, reordenándolos en forma aleatoria. A partir de cada una de las muestras generadas se calculan las respectivas sumas acumuladas, a las que denotamos como $S_0^i, S_1^i, \ldots, S_N^i$, obteniendo así el estadístico correspondiente, S_{dif}^i.

Se recomienda llevar a cabo el bootstrap entre 1000 y 10000 veces, registrándose entonces el número Y de veces que S_{dif}^i resulte inferior a S_{dif}. El nivel de confianza para el cambio se calcula finalmente como:

$$\text{Nivel de confianza} = 100 \frac{Y}{M} \%$$

En dicha expresión, M representa el número de muestras generadas aleatoriamente. El criterio recomendado señala que dicho nivel de confianza debe ser de alrededor del 90% o 95 % para establecer la existencia del punto de cambio (Calandra y Vericat, 2006).

En el Apéndice C se reproduce el programa de computadora mediante el cual se llevó adelante la determinación de los niveles de confianza para el cambio en los muestreos que se analizarán en próximas secciones. Se empleó para ello el Octave, y fue diseñado para M =10000.

El punto de cambio puede obtenerse de diversas formas. El método más sencillo consiste en determinar el número m tal que:

$$|S_m| = máx_{i=0,1,\ldots,N}|S_i|$$

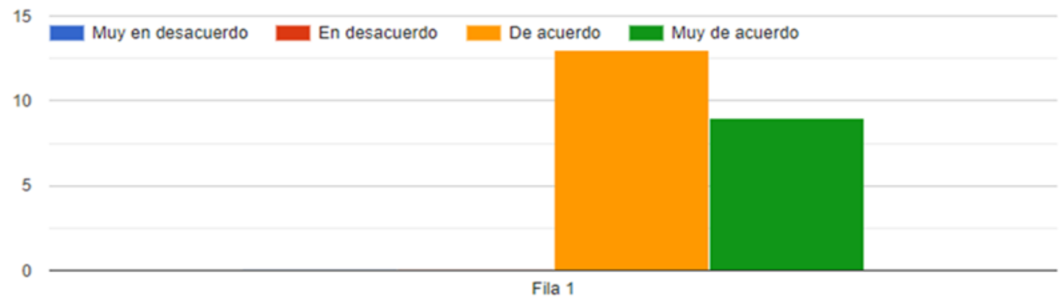
El valor m estima entonces el último punto antes de que el cambio tenga lugar, y la muestra queda entonces dividida en dos partes, señalando así el momento en que el cambio se produjo (Di Leo et al., 2013). Sin embargo, más adelante obtendremos el punto de cambio utilizando el método cusum tabular, que describiremos oportunamente.

Forma en que se trabajaron los temas.

Algunas de las respuestas brindadas por el alumnado de Análisis Matemático II A en la encuesta que se les solicitara responder al comenzar el cuatrimestre prometían buenos resultados para una metodología basada en introducir en las clases problemas de aplicación vinculados con otras asignaturas, trabajar con modelos matemáticos sencillos y utilizar en la medida de lo posible recursos tecnológicos. Por empezar, todos estuvieron de acuerdo o muy de acuerdo con la consigna *creo que estudiar modelos matemáticos correspondientes a otras asignaturas durante las clases prácticas resultaría útil para comprender mejor los conceptos vistos durante las clases teóricas,* tal como se observa en el diagrama de barras de la Figura 8.3. Igual respuesta se obtuvo ante el ítem *creo que los simuladores dinámicos como el GeoGebra resultan muy útiles para aprender Matemática* (Figura 8.4).

Figura 8.3

Respuesta de los estudiantes al ítem “Creo que estudiar modelos matemáticos correspondientes a otras asignaturas durante las clases prácticas resultaría útil para comprender mejor los conceptos vistos durante las clases teóricas”

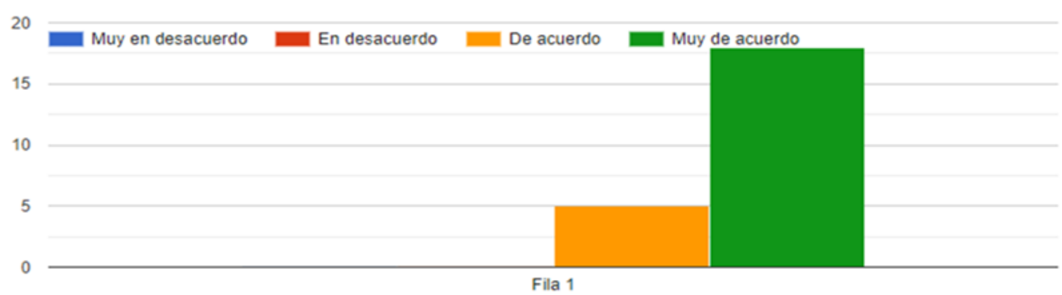


Nota: Se observa que todos los encuestados estuvieron de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem

(https://docs.google.com/forms/d/1OLFAq_cmBmFkNep1s2e-RpkumqjpF7cMIspjpcAMhwA/edit#responses)

Figura 8.4

Respuesta de los estudiantes al ítem “Creo que los simuladores dinámicos como el GeoGebra resultan muy útiles para aprender Matemática”



Nota: Se vuelve a observar que todos los encuestados estuvieron de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem (https://docs.google.com/forms/d/1OLFAq_cmBmFkNep1s2e-RpkumqjpF7cMIspjpcAMhwA/edit#responses)

Ahora bien: aunque muchos estudios brindan interesantes sugerencias para aplicar la modelización matemática (MM) en el aula, (Brito-Vallina et al., 2011; Juárez y Navarro, 2013; Pochulu, 2018), la bibliografía consultada (García Euceda et al., 2014; Ferrando y Cabassut, 2015; Hernández et al., 2017; Plaza Gálvez, 2016; López et al., 2017; Cuenca et al., 2019) muestra que en el momento de aplicarla se presentan una serie de dificultades. Por ejemplo, el tiempo requerido por la actividad, los recursos tecnológicos para llevarla adelante, el número de estudiantes de los cursos (Aparisi y Pochulu, 2013), la dificultad que se manifiesta en la interpretación del contexto por parte del alumnado y la falta de perfeccionamiento en los saberes requeridos para la modelización por parte de los docente (Villareal, 2019)

Como vimos en un capítulo anterior, la Modelización Matemática busca motivar el proceso de aprendizaje y ayudar al aprendiz a establecer raíces cognitivas sobre las cuáles construir importantes conceptos matemáticos (Blomhøj y Højgaard Jensen, 2003). Pero teniendo en cuenta las dificultades mencionadas, optamos por no aplicar rigurosamente la metodología. Si bien es cierto que se diseñaron actividades vinculadas con problemas propios de la Ingeniería que permitieran aplicar los conocimientos matemáticos que se hubiesen estudiado en el curso, los modelos matemáticos presentados en clase dichas fueron un vehículo para que el alumnado aprendiera Matemática (Julie y Mudaly, 2007). En definitiva, resolvimos problemas a partir de un modelo matemático previamente planteado, lo que se conoce como Aplicación Ilustrativa (Muller y Burkhardt, 2007, como se citó en Villareal, 2019)

Seguidamente comentaremos algunas de las actividades que se llevaron a cabo a lo largo del cuatrimestre para ejemplificar la metodología utilizada.

Integrales Impropias: Problema del tiempo que requiere para completarse una reacción química.

En el Apéndice D puede encontrarse la Guía de Trabajos Prácticos de Análisis Matemático II correspondiente al tema de integrales impropias. La misma no solo contiene un gran número de ejercicios (algunos de ellos resueltos), sino que además, suma oportunas observaciones conceptuales. Al final, incluye las respuestas a los ejercicios lo que, sin lugar a dudas, favorece el proceso de autogestión.

Sin embargo, no contiene ningún problema de aplicación que permita a alumnas y alumnos comprender la utilidad concreta del tema. Por ese motivo, introdujimos en la clase práctica correspondiente al tema el siguiente problema:

El tiempo que requiere una reacción química para completarse (en milisegundos) puede modelizarse matemáticamente mediante la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f(x): \begin{cases} 0 & si\ \ x\ < 0 \\ 0.01.\, e^{-0.01x} & si\ x\ \geq 0 \end{cases}$$

Se pide calcular la probabilidad de que una reacción se complete en un tiempo superior a los 200 milisegundos.

El enunciado fue adaptado a partir de un problema extraído de la bibliografía correspondiente a la materia Probabilidad y Estadística (Devore y Berk, 2012). El concepto de función de densidad de probabilidad requerido para la resolución del problema fue repasado en unos pocos minutos, pero los estudiantes encontraron en el campus un pequeño apunte redactado de exprofeso, que no solo contenía la resolución completa sino que, además, contenía una introducción donde se repasaban los conceptos de probabilidades requeridos para la tarea. Dicho apunte puede encontrarse en el Anexo 5 del presente estudio.

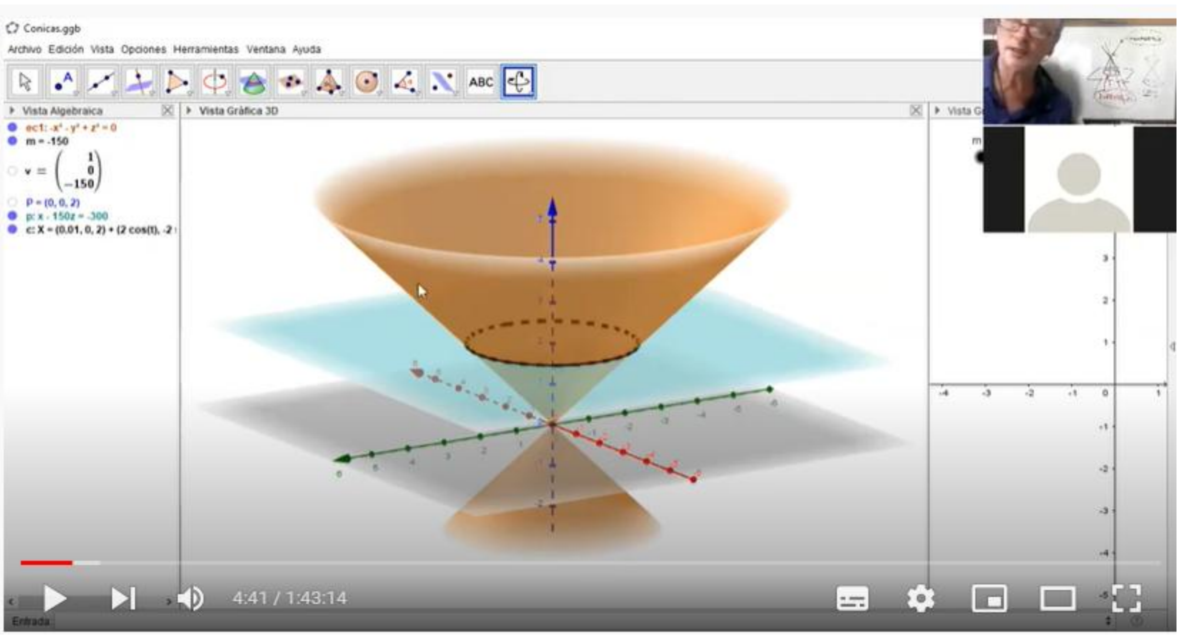
No es el único problema que puede adaptarse para introducir el tema: dentro de la bibliografía correspondiente a Probabilidad y Estadística puede encontrarse otro fenómeno similar, el tiempo transcurrido desde que un vehículo pasa por un punto determinado de un camino hasta que pase el que viaja inmediatamente detrás de él (Montgomery y Runger, 2003). Evidentemente, una recorrida por los textos que los estudiantes utilizan habitualmente puede ofrecer problemas reales para ser desarrollados durante las clases de Matemática.

Cónicas y superficies

Al pensar en la representación gráfica de las funciones de dos variables independientes y en sus curvas de nivel se hace evidente la importancia de repasar algunos de los conceptos estudiados en Álgebra y Geometría Analítica. Tal como lo comentamos en una de las secciones anteriores, las docentes a cargo de las clases teóricas de Análisis Matemático II no utilizaron software dinámico durante las mismas. Pero el GeoGebra fue utilizado durante las clases prácticas de Análisis Matemático II y en forma integral durante las respectivas clases teórico-prácticas de Matemática III. Las clases fueron grabadas y subidas al campus (Figuras 8.5). Además, durante la clase en la que se repasó el tema de cónicas se utilizaron cinco simulaciones preparadas de exprofeso, *Obtención de cónicas, Circunferencia, Elipse, Parábola* e *Hipérbola.* Los respectivos archivos fueron oportunamente subidos al campus (Figura 8.6), de modo que el alumnado pudiese experimentar con ellos.

Figura 8.5

Captura de pantalla de la clase de cónicas



Nota: Mediante el programa GeoGebra alumnas y alumnos ven cómo se obtiene cada una de las cónicas como intersección entre un cono y un plano

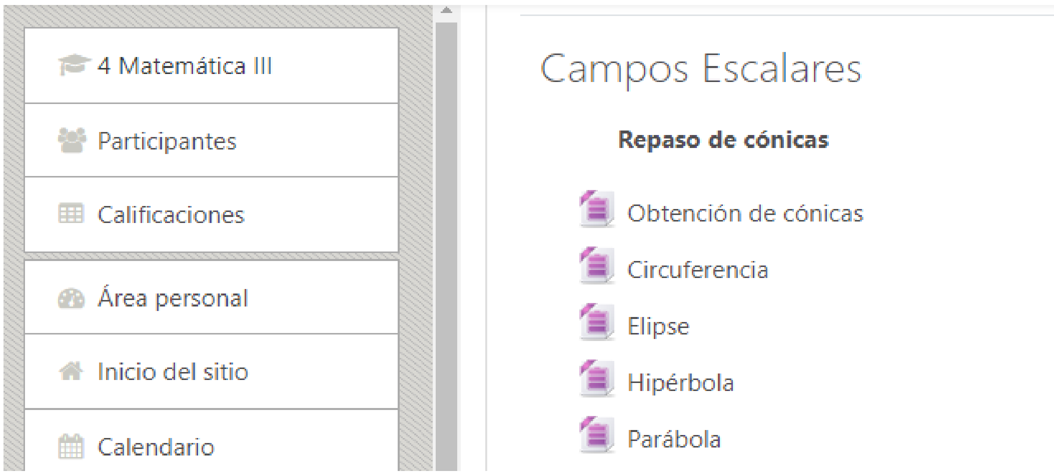
(https://www.youtube.com/watch?v=wGK7KwbHWZU)

El primero de los archivos permite obtener cada una de las cónicas intersecando a un cono con distintos planos. Cada uno de los cuatro archivos restantes permite verificar la definición de la respectiva cónica, utilizando para ello un deslizador mediante el cual se mueve un punto sobre cada una de ellas.

Se pudo poner en evidencia el valor del recurso a través de la encuesta que se tomara al finalizar el cuatrimestre a las alumnas y alumnos del curso de Matemática III: todos aquellos que la respondieron opinaron estar muy de acuerdo con el ítem "*las simulaciones dinámicas utilizadas en clase me ayudaron a comprender mejor los contenidos"* (Figura 8.7).

Figura 8.6

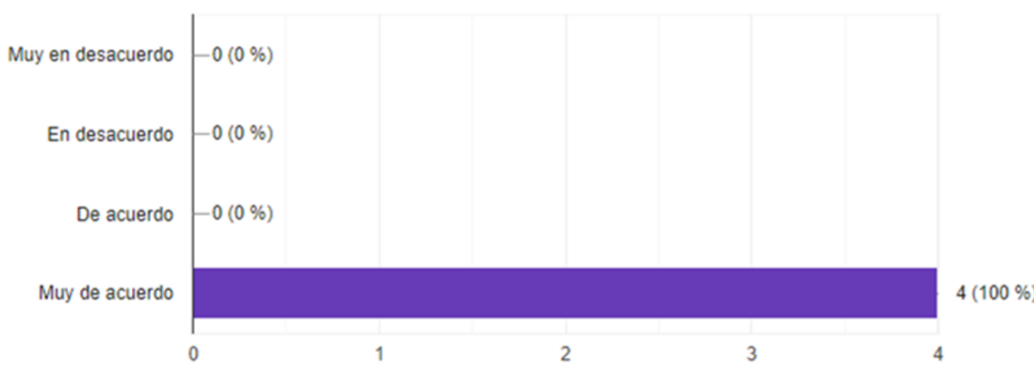
Simulaciones dinámicas de Cónicas puestas a disposición del alumnado



Nota: En la captura de pantalla se observan claramente los archivos con los que los estudiantes podían experimentar con sus propias computadoras, cargando previamente el programa GeoGebra (https://presencial.uvq.edu.ar/course/view.php?id=7590)

Figura 8.7

Respuesta de los estudiantes del curso testigo al ítem "Las simulaciones dinámicas utilizadas en clase me ayudaron a comprender mejor los contenidos"



Nota: El porcentaje de respuestas recibidas por cada ítem aparece a la derecha de cada una de las filas

(https://docs.google.com/forms/d/1Hw1iV3mOUS1gITKMQQsDg_a0aI7N_jRiqW_O3IygCxM/edit#responses)

Modelos Matemáticos y Ecuaciones diferenciales.

Un gran número de fenómenos, desde el crecimiento bacteriano en la fase exponencial hasta el movimiento de un cuerpo vinculado a un resorte, se expresan a partir de una ecuación diferencial. Es por ello que este tema brinda incontables oportunidades para acercar la Matemática al mundo real.

Tal como lo venimos señalando, el tiempo disponible en las clases prácticas de Análisis Matemático II no resulta suficiente para detenerse en ellos. Sin embargo, parte de la metodología de trabajo adoptada consistió en presentarlos como ejemplos de aplicación para después subir al campus videos didácticos donde se explicaba la forma de resolverlos.

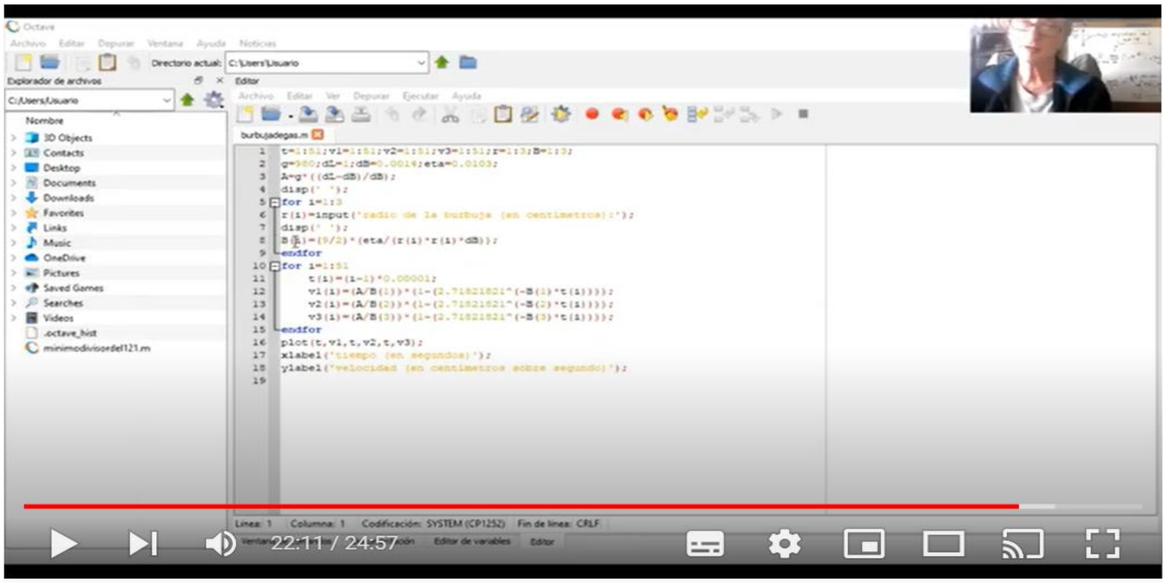
El primero de los videos elaborados para las clases y que consideramos en el presente estudio tiene una duración de alrededor de veinticinco minutos y permite obtener la velocidad de un cuerpo sobre el que actúa una fuerza resistente proporcional a su velocidad en un instante dado. El problema está incluido en la Guía de Trabajos Prácticos de la asignatura, y se aplica para el cálculo de la velocidad límite en procesos como el de sedimentación gravimétrica, utilizado en la industria alimentaria.

Una vez obtenidas la solución particular de la ecuación y la velocidad límite, el video muestra cómo el mismo modelo permite describir el movimiento ascendente de una burbuja en el seno de un líquido. El empleo de la ley de Stokes permite introducir el concepto de viscosidad, pero además, pone en evidencia el hecho de que la velocidad límite dependerá también del radio de la burbuja (perfeccionando al modelo presentado en el problema original). La solución obtenida se introduce dentro de un programa de computadora (Figura 8.8) que permite graficar simultáneamente la velocidad en función del tiempo para burbujas de aire de distintos diámetros (Figura 8.9).

En un segundo video se resuelve el modelo correspondiente al enfriamiento de cuerpos hasta alcanzar el equilibrio térmico con el medio que los rodea (video de aproximadamente 10 minutos de duración), en tanto que en un tercer video (de menos de veinte minutos de duración) se deduce la ecuación correspondiente al movimiento oscilatorio armónico. Dicha expresión permite ilustrar el fenómeno físico a partir de una simulación que se incluye en el video (Figura 8.10), que contiene una segunda simulación dinámica que representa al movimiento oscilatorio amortiguado.

Figura 8.8

La solución de una ecuación diferencial se convierte en parte de un programa de computadora



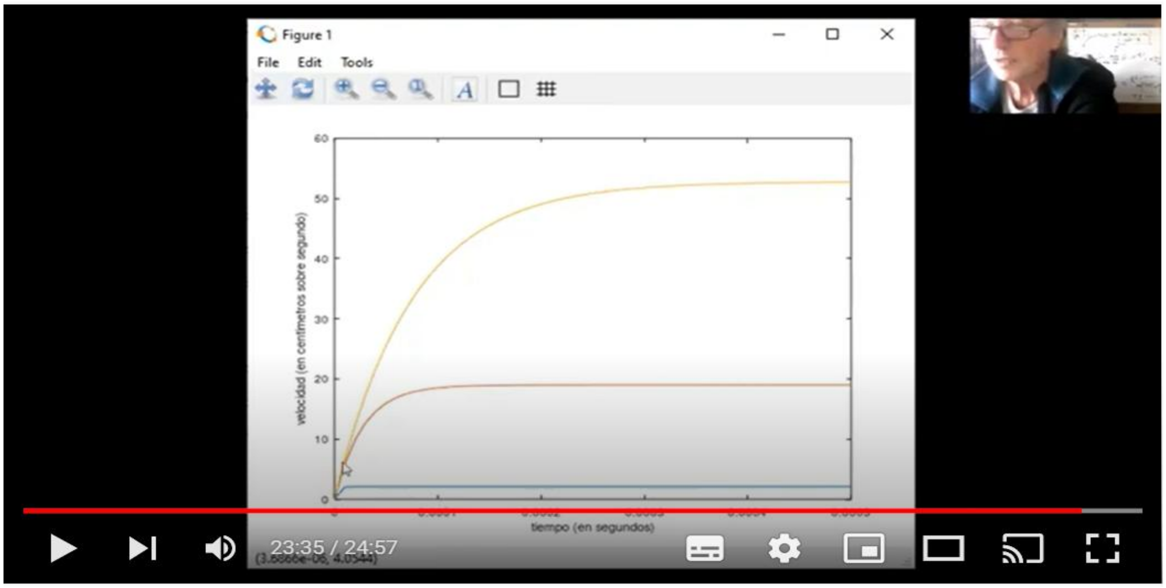
Nota: Durante la clase, el docente comparte la pantalla con los estudiantes para que puedan ver en qué parte del programa se incluye la solución de la ecuación diferencial resuelta manualmente durante la clase práctica (https://www.youtube.com/watch?v=JXnbnNPT3jQ)

Otro de los videos analizados está relacionado con un tema específico de la asignatura Química de los Alimentos, el volumen de drenado en función del tiempo para una espuma. Este material, de unos trece minutos de duración, vuelve a incluir un pequeño programa de computadora, mediante el cual se obtiene la curva que representa al fenómeno. La misma se confronta con datos experimentales, lo que permite que alumnas y alumnos vean de qué modo debe convalidarse el modelo utilizado para describir el fenómeno estudiado.

El video convierte la actividad en un problema abierto al obtener mediante una planilla de cálculo una segunda solución (no muy diferente de la obtenida previamente) utilizando un modelo de regresión logarítmica (Figura 8.11).

Figura 8.9

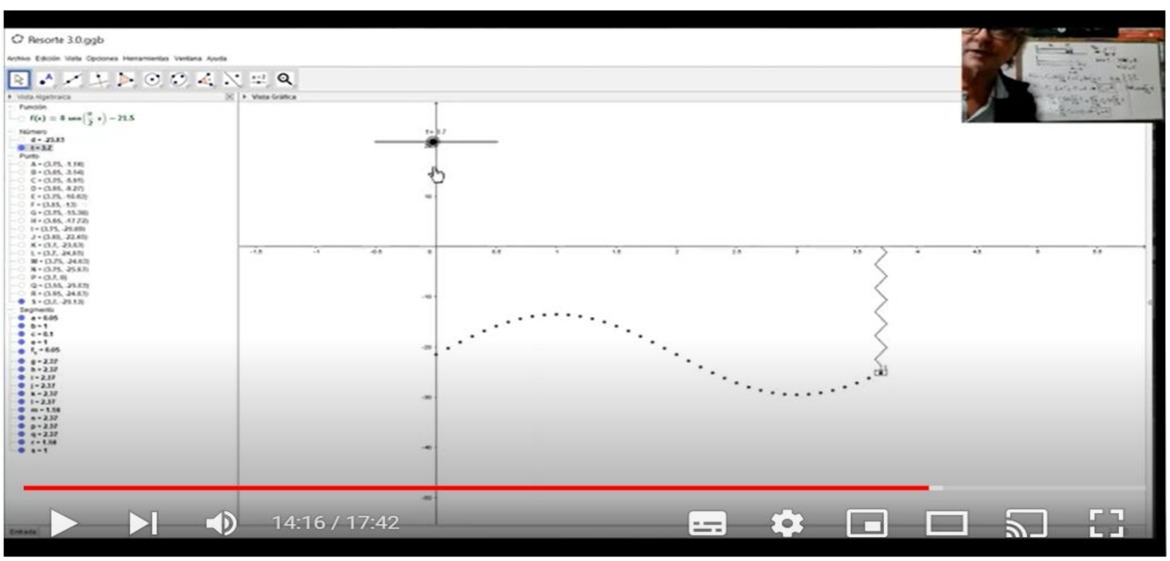
Curvas obtenidas utilizando el programa presentado durante la clase de ecuaciones diferenciales



Nota: Cada una de las tres curvas representa el comportamiento de una burbuja de aire de distinto diámetro (https://www.youtube.com/watch?v=JXnbnNPT3jQ)

Figura 8.10

Simulación dinámica que permite ilustrar el movimiento de un resorte ideal

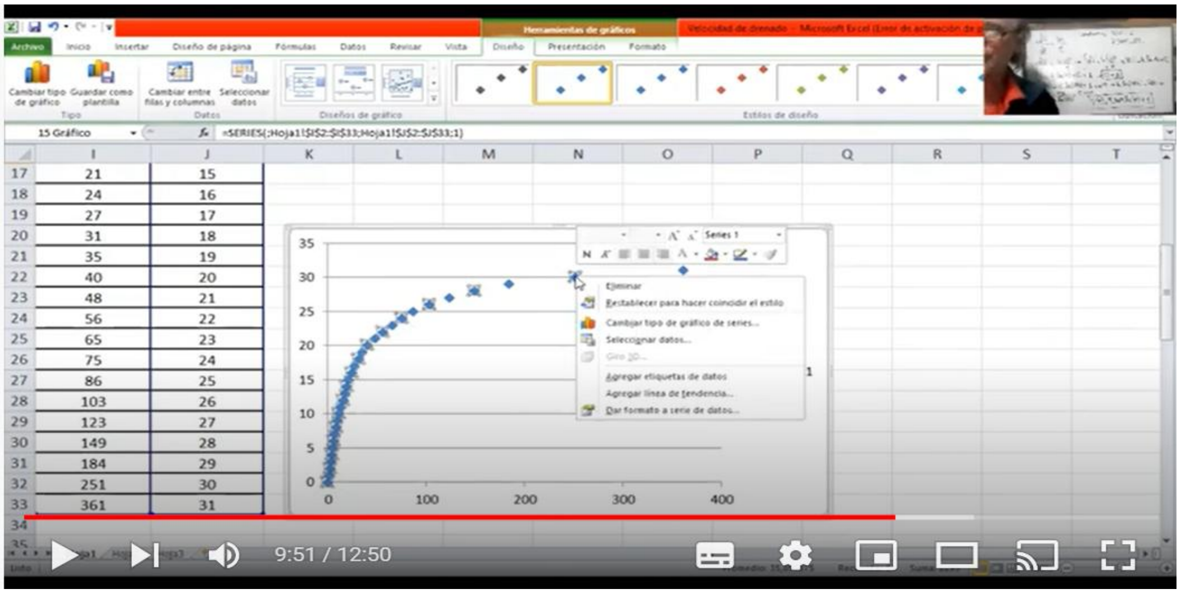


Nota: El eje horizontal representa el tiempo, en tanto que sobre el eje vertical se indica la posición del resorte. Al unirse los puntos obtenidos se obtiene la curva correspondiente a la función armónica que se obtuviera durante la clase

(https://www.youtube.com/watch?v=h0QlYlV0Y_c)

Figura 8.11

Solución del problema mediante un modelo de regresión logarítmico



Nota: Los datos experimentales se vuelcan a un diagrama de dispersión, y utilizando la propia planilla de cálculo se obtiene una segunda solución del problema (https://www.youtube.com/watch?v=piuTSJgIGMo)

El último de los videos corresponde al proceso de crecimiento bacteriano, y tiene una duración de alrededor de veinte minutos. Se emplean datos extraídos de la bibliografía de la carrera de Ingeniería de los Alimentos (Sharma et al., 2003) y la solución vuelve a convertirse en una línea de programa de computadora, mediante el cual se comparan los valores experimentales con la curva que se obtiene a partir del modelo aplicado.

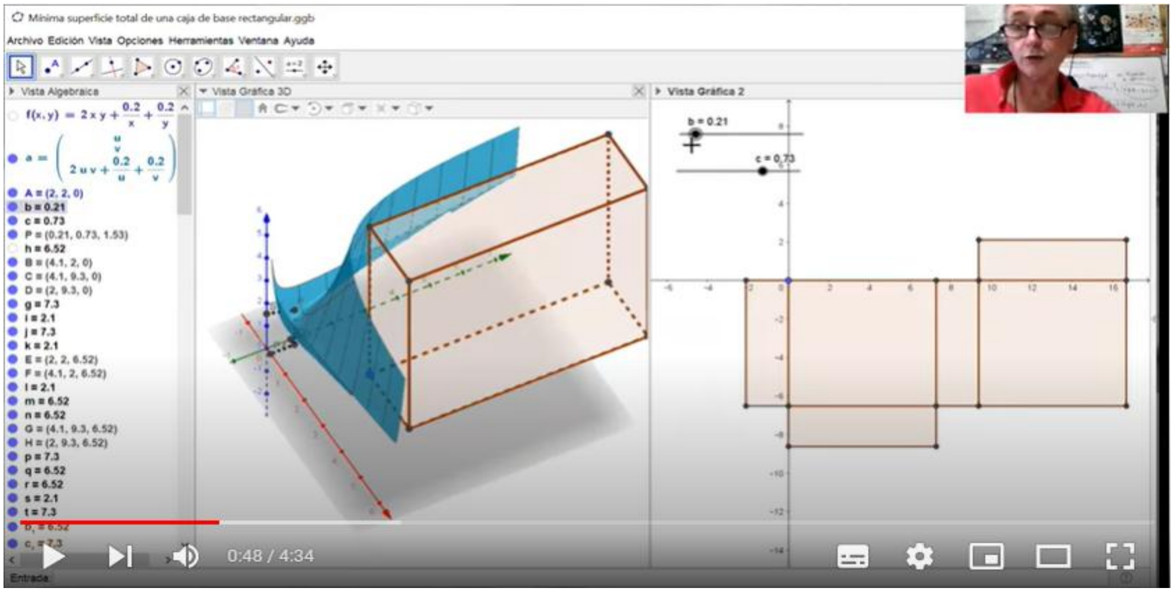
Más adelante, al analizar los resultados del estudio, nos detendremos en la información que de estos videos se obtuvo a partir de las estadísticas que ofrece el canal de You Tube.

Optimización

La mayoría de los problemas de optimización resueltos a lo largo del cuatrimestre se encuentran dentro de los videos tomados durante las clases. La Figura 8.12, por ejemplo, corresponde a una clase de Matemática, donde se buscaba obtener las dimensiones de una caja de volumen dado y superficie total mínima.

Figura 8.12

Determinación de las dimensiones de una caja de volumen dado y superficie total mínima



Nota: En la Vista Gráfica 3D (parte central de la imagen) se observan la caja y la representación gráfica de la función superficie total de la caja (en color azul). A la izquierda, en la Vista Gráfica 2D, vemos todas las caras de la caja antes de que sea armada (https://www.youtube.com/watch?v=CDBYfLqgbmk)

Sin embargo, también hubo algunos videos preparados de ex profeso, como los de la obtención de la distancia de un punto a un plano (Figura 8.13) y la distancia entre dos rectas alabeadas (Figura 8.14). Las imágenes facilitan la interpretación del problema y permiten definir en cada caso la función a optimizar.

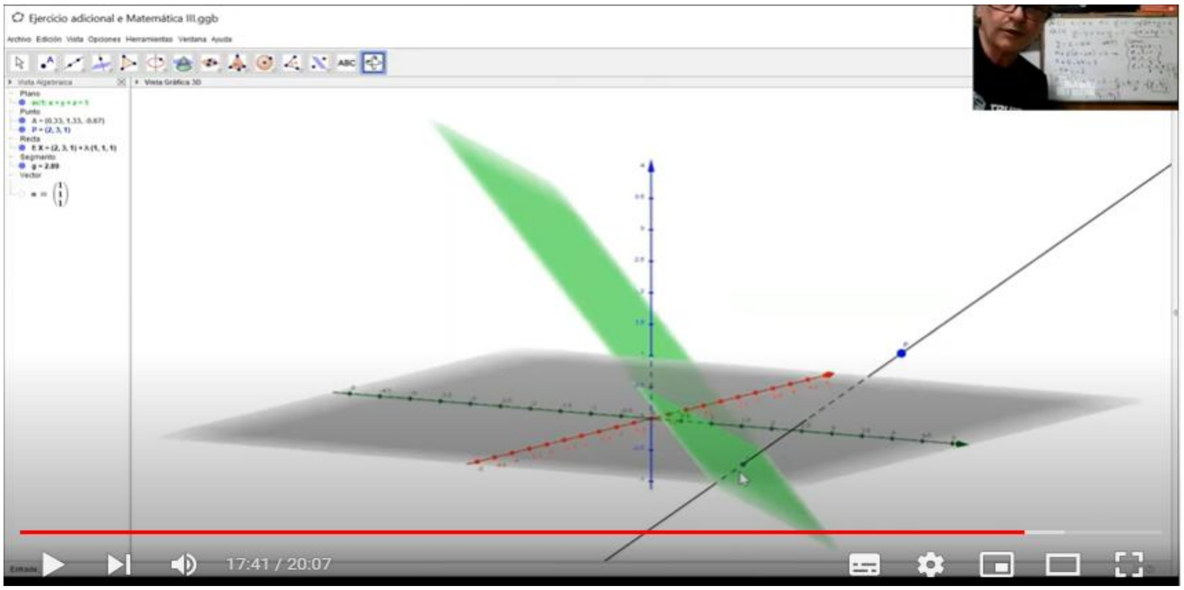
Obtención de curvas de nivel, límites dobles y cálculo de volúmenes

A lo largo de todas las clases sincrónicas fueron incluyéndose un gran número de simulaciones, de modo que nos limitaremos a rescatar algunas de las más significativas; por ejemplo, los casos particulares de curvas de nivel (Figura 8.15), que solo pueden ser representadas mediante el software.

La interpretación de límites parabólicos no resulta clara en algunos casos, pero una simulación como la que se muestra en la Figura 8.16 permite verificar la inexistencia del límite, ya que puede verificarse que el valor del mismo adopta distintos valores de acuerdo al camino que se adopte. El GeoGebra también permite representar los cuerpos cuyo volumen habrá de calcularse empleando integrales dobles y coordenadas polares (Figura 8.17).

Figura 8.13

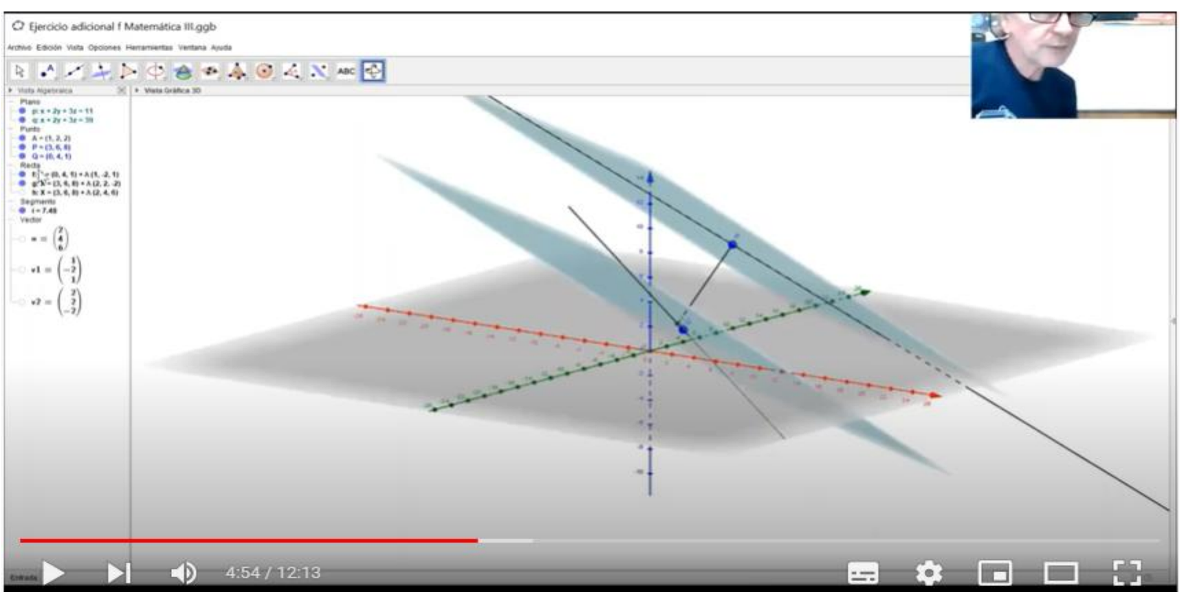
Distancia de un punto a un plano



Nota: El punto P aparece a la izquierda, y se traza por el mismo una recta perpendicular al plano (en color verde), sobre la que habrá de definirse el segmento cuya longitud defina la distancia que pide el enunciado y que se obtendrá por optimización (https://www.youtube.com/watch?v=vqdjphgBXmQ)

Figura 8.14

Distancia entre dos rectas alabeadas

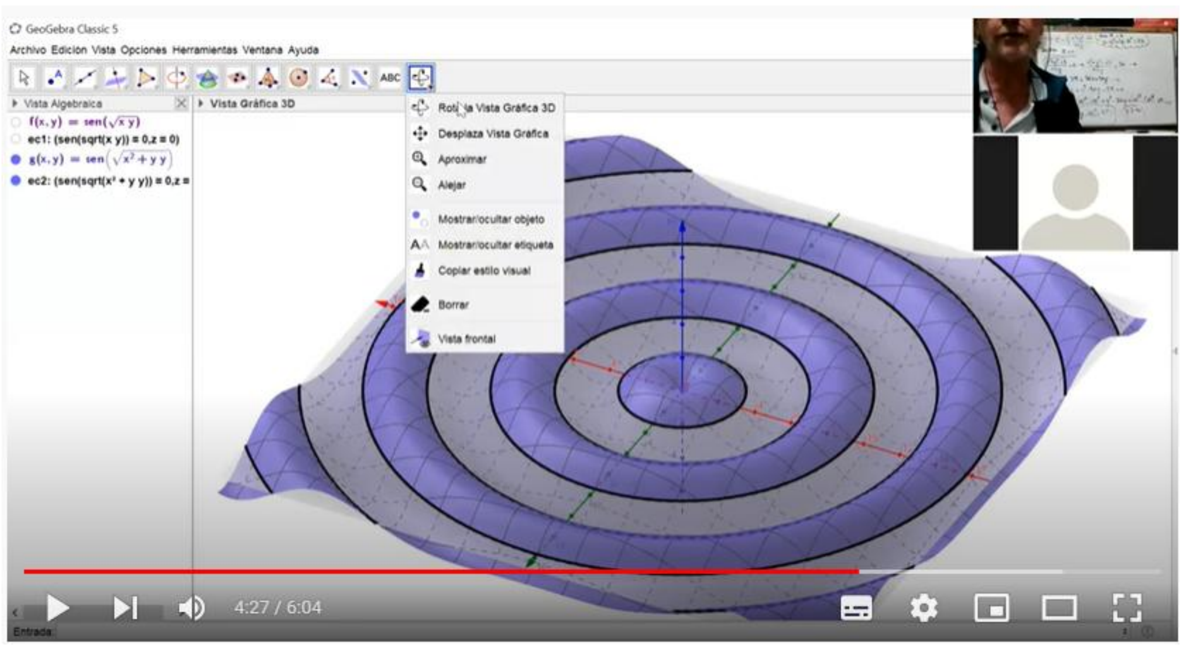


Nota: Dos planos paralelos entre sí (color azul) contienen a cada una de las dos rectas, de modo que la distancia entre aquellos es la buscada

(https://www.youtube.com/watch?v=BGDCW4eeCFU)

Figura 8.15

Curva de nivel $z = 0$ *de la función* $f(x, y) = sin\sqrt{xy}$



Nota: Infinitas circunferencias con centro en el origen representan a la intersección entre la función (en color violeta) y el plano $z = 0$

(https://www.youtube.com/watch?v=qHNZKXh6Lnk)

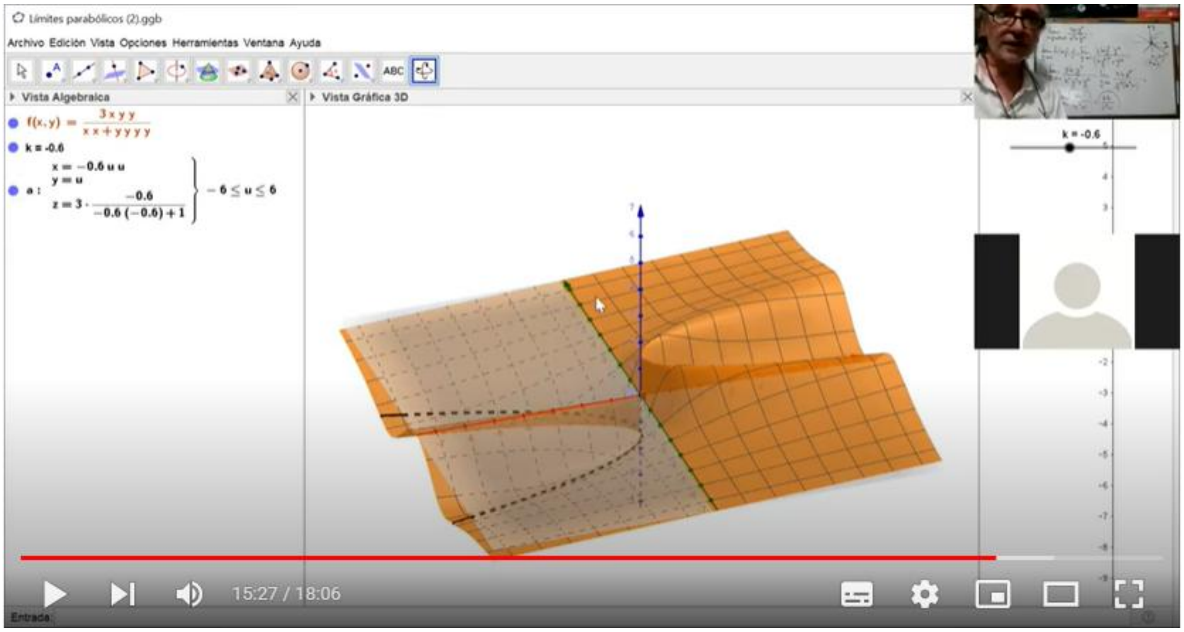
Todas las imágenes presentadas buscan ilustrar *el valor del software como complemento* dentro de las clases, que no pueden basarse exclusivamente en la aplicación de la tecnología a pesar del valor de su aplicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Polinomio de Taylor

El hecho de que el polinomio de Taylor se aplique para la resolución numérica de problemas de valor inicial (Faires y Burden, 2003) brinda un estímulo particular para el estudio del tema, ya que permite introducir a los estudiantes de Análisis Matemático en el empleo de los métodos numéricos.

Figura 8.16

Verificación de la inexistencia del límite de un campo escalar en el origen mediante límites parabólicos



Nota: El deslizador (a la derecha de la imagen, debajo de la imagen del docente) permite determinar distintos caminos por los que aproximarse al punto donde la función es discontinua, y ello se demuestra al observar la intersección de dichas curvas con el eje z (https://www.youtube.com/watch?v=oe1-ZDk_MjY)

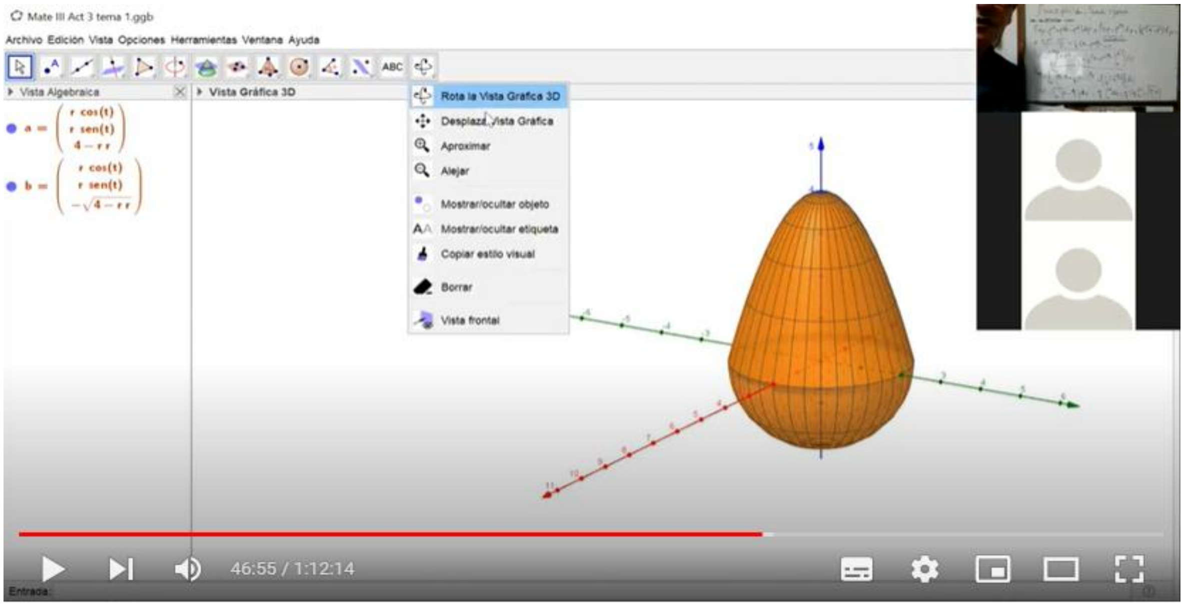
El software dinámico resulta de enorme utilidad en el momento de introducir el tema al permitir comparar a una función con algunos de sus polinomios desarrollados en el entorno del origen (Figura 8.18). La captura de pantalla rescata el instante en que, durante una de las clases sincrónicas, se representa a una función armónica junto a dichos desarrollos calculados previamente en el pizarrón.

El empleo del software se convierte, además, en un singular recurso en el proceso de autogestión del aprendizaje. En la Figura 8.19 se muestra por ejemplo de qué modo verificar el resultado obtenido al calcular la integral $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}dx$ en forma aproximada al reemplazar a la función trigonométrica por su correspondiente desarrollo de Taylor.

En el capítulo 11 analizaremos con mayor profundidad a algunos de los videos mencionados en el presente capítulo, junto con otros que presentaran características significativas para el presente estudio.

Figura 8.17

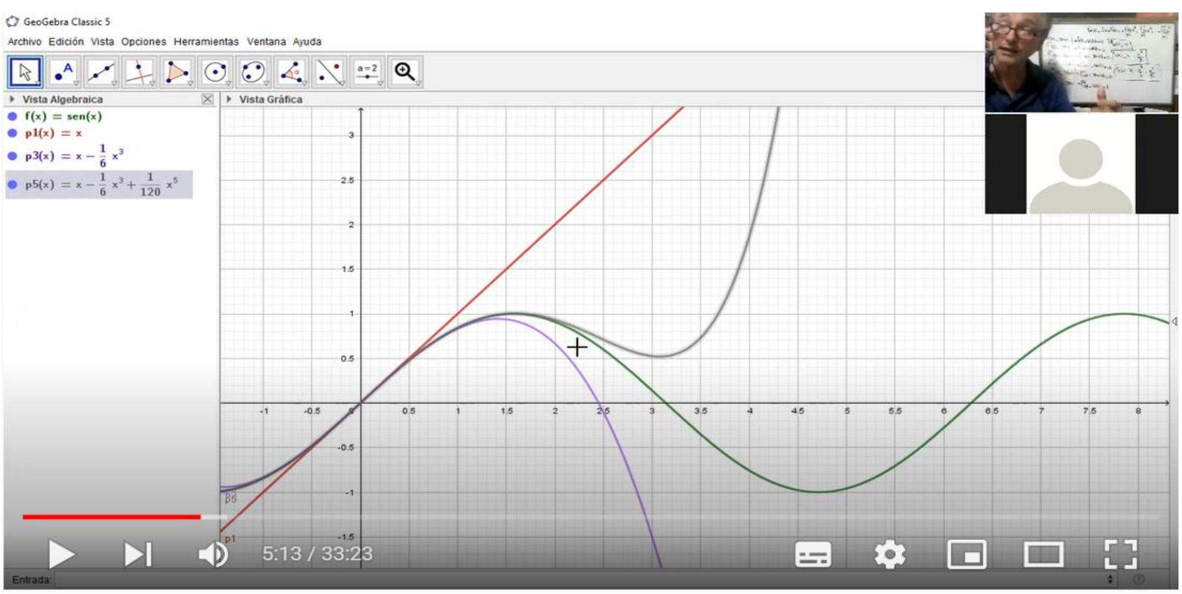
Cuerpo limitado superior e inferiormente por dos superficies cuyo volumen habrá de calcularse mediante integrales dobles



Nota: Fuente propia (https://www.youtube.com/watch?v=FXLQegRs9EI)

Figura 8.18

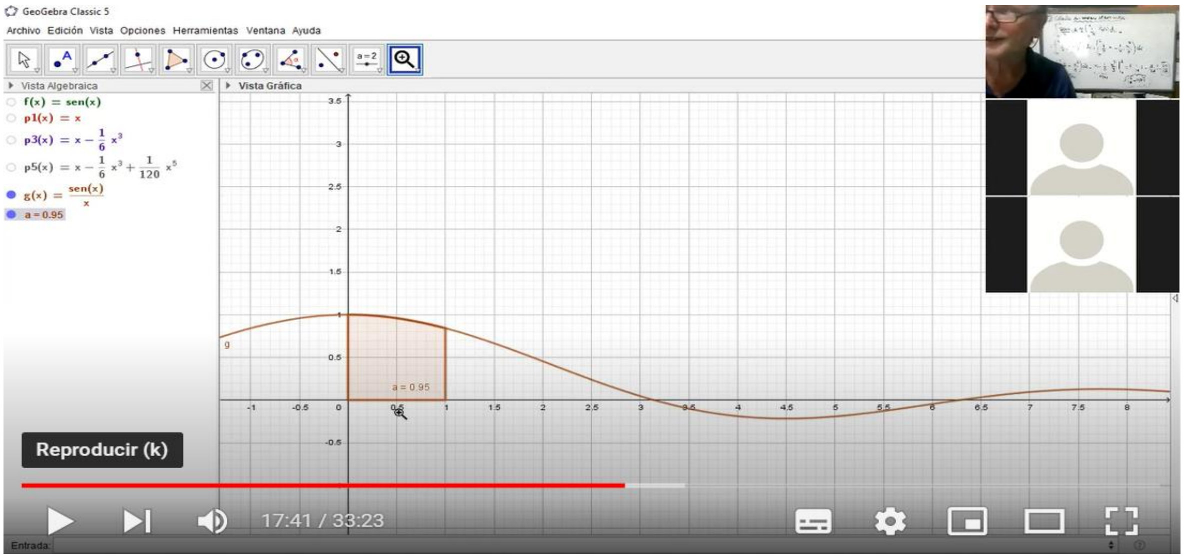
La función $f(x) = sin\,(x)$ *y sus polinomios de grado uno, tres y cinco, desarrollados en el entorno del origen*



Nota: La función seno aparece representada en color verde, en tanto que sus polinomios de Taylor de grado uno, tres y cinco presentan color rojo, azul y gris, respectivamente. La imagen permite observar que el ajuste aumenta con el grado del polinomio (https://www.youtube.com/watch?v=natZ91DDuYs)

Figura 8.19

Verificación del cálculo aproximado de la integral $\int_0^1 \frac{sin\,(x)}{x}\,dx$ *utilizando el polinomio de Taylor de la función trigonométrica*



Nota: El software nos brinda el valor exacto de la integral (es decir, del área encerrada entre la curva representativa de la función y el eje de abscisas, coloreado en la imagen), permitiendo que se verifique el resultado obtenido calculándola en forma aproximada (https://www.youtube.com/watch?v=natZ91DDuYs)

VI ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA

Capítulo 9

Empleo de recursos estadísticos para evaluar los resultados del estudio

Estudio preliminar de los cursos testigo

En el capítulo anterior vimos que, mientras que los videos y simulaciones dinámicas formaban parte integral dentro de las clases del curso piloto, dichos recursos solo servían como apoyo a las clases de consulta de los cursos testigo. Sabiendo que nuestro contacto con las alumnas y alumnos de éstos dos últimos sería mucho más limitado, llevamos a cabo una encuesta una semana después de comenzadas las clases para poder tener un panorama de algunos de los factores que nos interesaba estudiar. Algunas de las respuestas obtenidas en la encuesta preliminar nos permitieron comparar a ambos grupos, y para ello seleccionamos los siguientes ítems:

1. No veo cómo aplicar los conocimientos matemáticos que adquirí en clase para la resolución de problemas reales (Figura 9.1 a).

2. No comprendo porque tengo tantas materias del área matemática en mi carrera si como futuro profesional, utilizando un buen programa de computadora, podré resolver cualquier problema que se me presente (Figura 9.1 b).

3. Ante una dificultad en Matemática, recurro a videos grabados que bajo de la web (Figura 9.1 c).

4. Las clases sincrónicas son muy valiosas (Figura 9.1 d).

5. Las clases grabadas son muy útiles, pero generalmente no tengo tiempo suficiente para volver a verlas (Figura 9.1 e).

6. Ante una dificultad en Matemática consulto a mi docente, ya sea durante la clase sincrónica o a través del foro (Figura 9.1 f).

Los dos primeros estaban enfocados al valor que las alumnas y alumnos de dichos cursos le asignaban a la Matemática a partir de su experiencia como estudiantes. La segunda de ellas, además, buscaba poner en evidencia una creencia que hemos estado observando en muchos jóvenes a lo largo de los últimos años.

Teniendo en cuenta las condiciones en las que habría de llevarse adelante el estudio, los otros cuatro ítems estaban relacionados con la experiencia de los jóvenes en el empleo de la tecnología en el proceso de aprendizaje. En la Figura 1 reproducimos las capturas de pantalla donde aparecen (sin discriminar) las respuestas brindadas por quienes tomaron parte del estudio.

Figura 9.1 a

Respuesta de los estudiantes que respondieron la encuesta preliminar al ítem ”no veo cómo aplicar los conocimientos matemáticos que adquirí en clase para la resolución de problemas reales”

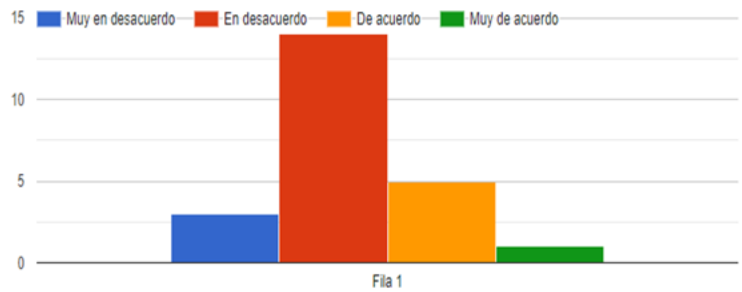


Figura 9.1 b

Respuesta de los estudiantes que respondieron la encuesta preliminar al ítem ”no comprendo porque tengo tantas materias del área matemática en mi carrera si como futuro profesional, utilizando un buen programa de computadora, podré resolver cualquier problema que se me presente”

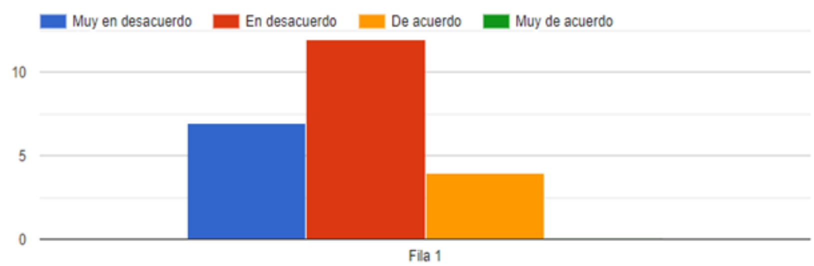


Figura 9.1 c

Respuesta de los estudiantes que respondieron la encuesta preliminar al ítem ”ante una dificultad en Matemática, recurro a videos grabados que bajo de la web”

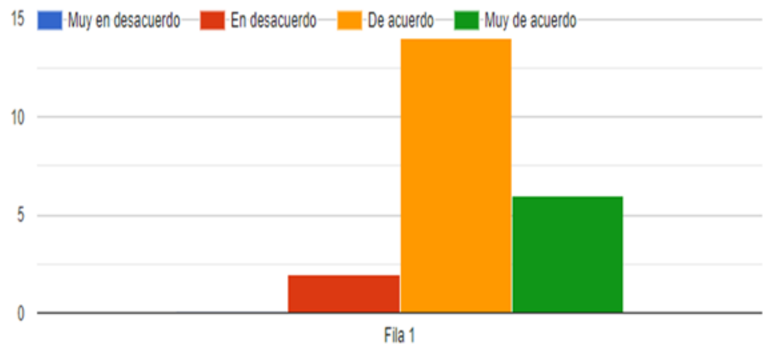


Figura 9.1 d

Respuesta de los estudiantes que respondieron la encuesta preliminar al ítem ”las clases sincrónicas son muy valiosas”

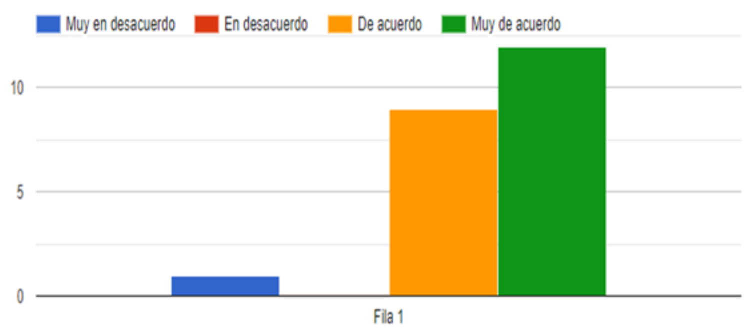


Figura 9.1 e

Respuesta de los estudiantes que respondieron la encuesta preliminar al ítem ”las clases grabadas son muy útiles, pero generalmente no tengo tiempo suficiente para volver a verlas”

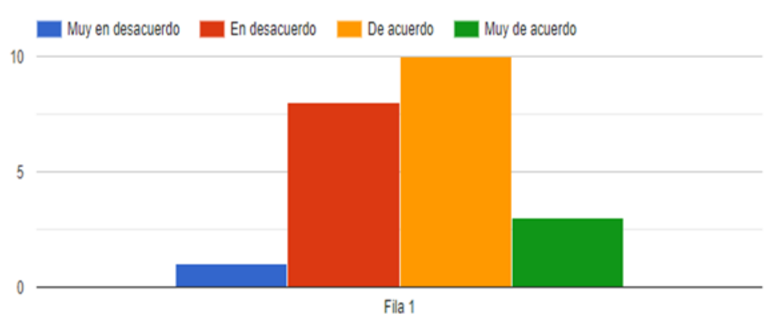
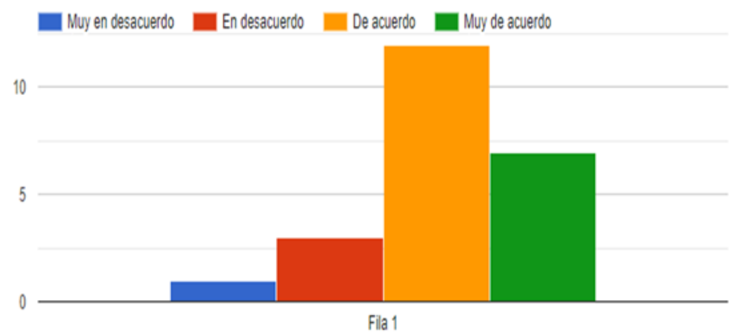


Figura 9.1 f

Respuesta de los estudiantes que respondieron la encuesta preliminar al ítem "ante una dificultad en Matemática consulto a mi docente, ya sea durante la clase sincrónica o a través del foro"



Fuente: https://docs.google.com/forms/d/1OLFAq_cmBmFkNep1s2e-RpkumqjpF7cMIspjpcAMhwA/edit#responses

Los datos recopilados se volcaron en las Tablas 9,1 y 9.2. La media de los promedios obtenidos por los cursos testigo A y B fue de 3,11 (alpha de Crombach 0,89) y 3,09 (alpha de Crombach 0,75), respectivamente. En principio, el hecho de que ambos valores prácticamente coincidiesen resultaba prometedor (aparentemente, la respuesta que podría esperarse de ambos cursos al finalizar el estudio podría ser la misma). La fiabilidad de la escala quedó garantizada a partir de los valores del alpha de Crombach obtenidos, ya que ambos resultaron ser superiores a 0,7. Decidimos entonces llevar adelante una prueba t para obtener evidencia estadística de que la media de la variable que acabábamos de medir pudiese ser la misma.

Ambas muestras se comportan normalmente, ya que los p-valores obtenidos al aplicar la prueba KS a los cursos testigo A y B fueron 0,45 y 0,71, respectivamente. La homogeneidad de la varianza se confirmó mediante el test de Barlett, ya que el estadístico de la prueba resultó ser inferior al valor crítico de la misma. La verificación de ambas condiciones (normalidad de las muestras y homogeneidad de la varianza) nos permitió llevar adelante el test t de las medias, que brindó evidencia estadística para aceptar la hipótesis nula, ya que el estadístico (0,49) resultó ser inferior al valor crítico de la prueba (3,84). Este último resultado nos habilitó a considerar que los dos cursos testigo presentaban igual predisposición ante factores del estudio que considerábamos críticos.

Tabla 9.1

Datos obtenidos a partir de las respuestas brindadas por alumnas y alumnos del curso testigo A

ítems seleccionados:	2	4	5	8	9	10		
	3	4	3	4	3	3	20	3,33333333
	4	3	4	3	3	4	21	3,5
	3	4	2	3	3	3	18	3
	3	2	3	3	2	3	16	2,66666667
	4	3	3	4	3	3	20	3,33333333
	3	4	3	4	3	3	20	3,33333333
	3	3	3	4	3	3	19	3,16666667
	1	2	4	3	2	2	14	2,33333333
	4	4	4	4	1	4	21	3,5
	3	4	3	4	4	4	22	3,66666667
	2	2	2	1	3	3	13	2,16666667
	3	4	3	3	3	4	20	3,33333333
	2	3	3	4	4	3	19	3,16666667
correlación ítem:	0,72708014	0,79834752	0,29838904	0,75037097	0,24162234	0,70411494	0,58665416	3,11538462
							media	media
alpha de Crombach:	0,8949104						correlación	promedios

Nota: Cada columna brinda los puntajes que estudiantes le asignaran a cada ítem. Las correlaciones permiten calcular el coeficiente alfa de Crombach, mediante el cual se determina la fiabilidad de la escala. La media de los promedios, ofrece un índice de la actitud de los encuestados

Tabla 9.2

Datos obtenidos a partir de las respuestas brindadas por alumnas y alumnos del curso testigo B

							suma ítems	promedio
ítems seleccionados:	2	4	5	8	9	10	alumnas/os	alumnas/os
	3	3	4	4	2	4	20	3,33333333
	3	4	4	4	2	2	19	3,16666667
	3	3	3	3	2	3	17	2,83333333
	3	3	4	3	2	3	18	3
	3	3	3	3	2	4	18	3
	3	3	3	4	3	4	20	3,33333333
	2	2	3	4	4	3	18	3
correlación ítem:	0,22222222	0,25458754	0,35355339	0,74639049	0,05337605	0,36111111	0,33187347	3,0952381
							media	media
alpha de Crombach:	0,74876486						correlación	promedios

Nota: Cada fila muestra los puntajes que cada una de las personas que respondiera la encuesta le asignó a cada ítem, tal como sucediera en el caso de la Tabla 9.1

Análisis del rendimiento académico de los cursos testigo mediante cartas de control

Una vez finalizado el cuatrimestre, consideramos que el porcentaje de alumnos aprobados sería la variable que nos brindaría un punto de partida para evaluar la metodología aplicada. Observamos entonces que el porcentaje de aprobados en el curso testigo A fue apenas superior al veinte por ciento, mientras que la situación fue aún más delicada en el curso testigo B (donde dicho porcentaje no alcanzó el quince por ciento). Decidimos entonces estudiar el fenómeno con mayor profundidad, y para ello solicitamos a las docentes a cargo de dichos cursos información que nos permitiese estudiar la variable de interés en el tiempo.

Utilizamos para ello cartas de control para el proceso de enseñanza y aprendizaje (Calandra y Vericat, 2006), que se derivan de los Diagramas de Control de fracción disconforme empleados en el Control Estadístico de Procesos industriales (Montgomery, 2004). El fundamento estadístico de aquellos parte de una pregunta que nos hacemos respecto de cada una de las alumnas y alumnos: ¿aprobó el curso? Como dicha pregunta solo tiene dos respuestas posibles (“si” o “no”), nos encontramos frente a un experimento del tipo Bernoulli. Además, partiendo del hecho de que la probabilidad de que cada uno de los estudiantes apruebe es la misma, y que el experimento se repite “n” veces (donde “n” representa el número de alumnos), se comprende entonces que la distribución de probabilidad con la que ha de trabajarse es la binomial.

Toda carta de control tiene una línea central y dos límites (el inferior, LSI, y el superior, LSC), que para muestras de tamaño constante se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$LSC = \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}*(1-\hat{p})}{n}} \qquad LC = \hat{p} \qquad LSI = \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}*(1-\hat{p})}{n}}$$

Como en nuestro estudio la probabilidad no es un valor conocido a priori, se trabaja con un valor estimado de la fracción de aprobados a la que expresamos como $\hat{p}$ (valor que debe asignarse entonces a la línea central de la carta, LC). En la medida en que la secuencia de los puntos graficados se encuentre dentro de los límites de control, podemos decir que el proceso se encuentra bajo control.

Cuando las muestras son de distinto tamaño (que es el caso que estamos estudiando, ya que el tamaño de cada muestra depende del número de alumnos por curso) existen distintos criterios para la confección de las cartas. Comúnmente se utiliza el método de los límites de control de ancho variable, donde éstos se calculan en forma particular para cada una de las muestras, a partir de las expresiones:

$$LSC = \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}*(1-\hat{p})}{n_i}} \quad \text{y} \quad LSI = \hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}*(1-\hat{p})}{n_i}}$$

Sin embargo, cuando la longitud de las corridas es pequeña resulta más apropiado utilizar cartas de control estandarizadas (Montgomery, 2004), en las cuales la variable graficada se expresa en unidades de la desviación estándar y se calcula como:

$$Z_i = \frac{p_i - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_i}}}$$

En la expresión, p_i representa la fracción correspondiente a cada una de las muestras, p a la fracción estimada como correspondiente al estado de control y n_i al tamaño de cada una de las muestras. Este tipo de carta estará centrada en cero, y sus límites superior e inferior de control serán +3 y -3, respectivamente.

Las cartas de control correspondientes a los cursos testigo A y B pueden observarse en las Figuras 9.2 y 9.3, y fueron construidas a partir de los datos que aparecen en las Tablas 9.3 y 9.4.

Tabla 9.3

Datos a partir de los cuales se construye la carta de control del curso testigo A

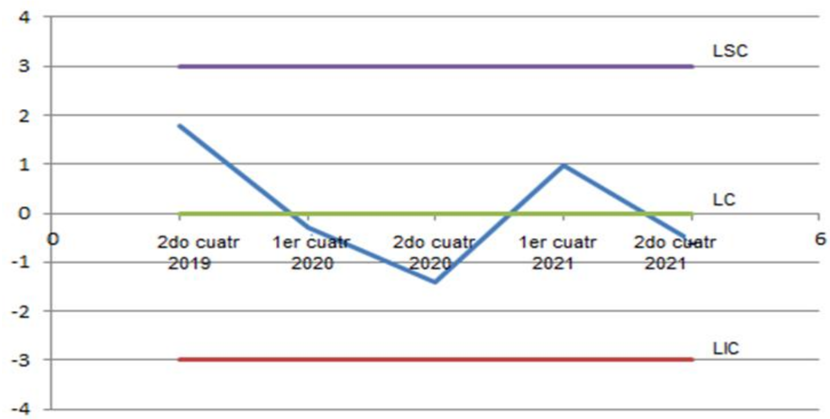
Curso de control A					fracción
		inscriptos	aprobados	fracción	normalizada
2do.cuatr.2019	1	24	10	0,41666667	1,78016333
1er.cuatr.2020	2	46	11	0,23913043	-0,288444939
2do.cuatr.2020	3	43	7	0,1627907	-1,423392606
1er.cuatr. 2021	4	40	13	0,325	0,97268957
2do.cuatr.2021	5	41	9	0,2195122	-0,559519732
sumas		194	50		
fracción total de aprobados			0,25773196		

Nota: Al dividir el número de aprobados (columna cuatro) por el número de inscriptos (columna tres) se obtiene la fracción, que deberá normalizarse para confeccionar la carta de control

Los dos diagramas de control reflejan un comportamiento similar a lo largo del tiempo. Además, debemos tener en cuenta que una de las señales más claras de que un proceso se encuentra fuera de control es la presencia de puntos por encima del límite superior de control (LSC) o por debajo del límite inferior de control (LIC), cosa que no se observa en ninguna de las dos cartas de control. En principio, esto indicará que ninguno de los dos procesos se encuentra fuera de control.

Figura 9.2

Carta de control normalizada correspondiente al curso testigo A



Nota: La abscisa de cada uno de los puntos que conforman la línea segmentada representa el instante en que la muestra fue tomada, en tanto que la ordenada de cada uno de ellos corresponde al porcentaje de alumnos aprobados en cada uno de los cuatrimestres. El hecho de que los tamaños de las muestras fuesen distintos obliga a normalizar los valores de éstos últimos. Teniendo en cuenta que cada uno de los puntos corresponde al resultado de una prueba de hipótesis donde la hipótesis nula implica que el proceso se encuentra bajo control, la región comprendida entre los límites superior e inferior de control (LSC y LIC, respectivamente) representa las seis desviaciones estándar que limitan la zona de aceptación de la hipótesis antes mencionada

Ahora bien: ambas cartas de control fueron normalizadas (procedimiento recomendable en aquellos casos en los que el tamaño de las muestras no es constante), lo que impide poner en evidencia que los porcentajes de aprobación medios (25,77 % y 14,97 % para los cursos testigo A y B, respectivamente) son bajos. Teniendo en cuenta que prácticamente toda la información utilizada para la construcción de las cartas se obtuvo durante la pandemia, sospechamos que el paso de la enseñanza presencial a la virtual pudo ser la causa del bajo nivel en el desempeño académico de los estudiantes. Y ello nos llevó a utilizar otras herramientas para confirmar dicha sospecha.

Tabla 9.4

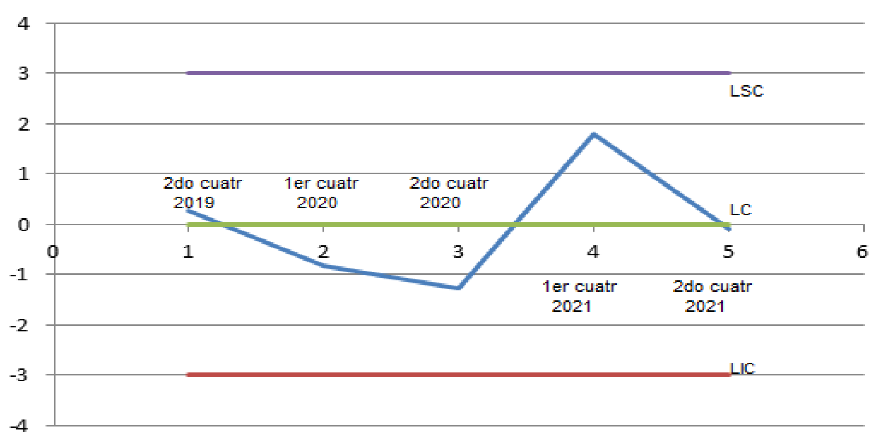
Datos a partir de los cuales se construye la carta de control del curso testigo B

Curso de control B					fracción
		inscriptos	aprobados	fracción	normalizada
2do.cuatr.2019	1	30	5	0,16666667	0,26609076
1er.cuatr.2020	2	31	3	0,09677419	-0,821283899
2do.cuatr.2020	3	30	2	0,06666667	-1,270583379
1er.cuatr. 2021	4	35	9	0,25714286	1,789132663
2do.cuatr.2021	5	28	4	0,14285714	-0,096400536
sumas		154	23		
fracción total de aprobados			0,14935065		

Nota: En la última fila de la tabla se ofrece un dato clave, la fracción de aprobados media del período bajo estudio

Figura 9.3

Carta de control normalizada correspondiente al curso testigo B



Nota: El aspecto de esta carta presenta una notable la similitud respecto de la del curso testigo A, y aparentemente no muestra una condición de fuera de control

Determinación del momento en que se produce el cambio en el rendimiento académico

Ya hemos hablado sobre las cartas de control, herramienta ampliamente utilizada en el Control Estadístico de Procesos (CEP) desde hace décadas. A pesar de su indudable valor, carecen de la sensibilidad necesaria para determinar cambios o variaciones pequeñas (Escorcia Marchena et al., 2017). Éstas últimas (del orden de $0{,}5\sigma$ a $1{,}5\,\sigma$) pueden detectarse rápidamente mediante otra herramienta, las cartas CUSUM (nombre derivado de la expresión en idioma inglés *cumulative sum*), que acumulan información obtenida en muestras obtenidas anteriormente (Herrera Acosta et al., 2018). Por ese motivo, la estadística comúnmente utilizada es la suma de las desviaciones de la estadística propia de cada una de las muestras (x_i) respecto de la que le corresponde a un valor objetivo (x_0) , lo que se expresa como $\sum(x_i - x_0)$.

La Tabla 9.3 muestra que el nivel de aprobados del curso testigo A durante el segundo cuatrimestre del año 2019 superó el 40 %, valor que no volvió a alcanzarse durante los siguientes cuatro cuatrimestres. Un comportamiento similar se observó en el curso testigo B (Tabla 9.4), donde el nivel de aprobados del segundo cuatrimestre del 2019 solo fue superado en una oportunidad a lo largo de los dos años siguientes.

Para determinar si realmente hubo un cambio en el indicador utilizado, el porcentaje de alumnos aprobados, definimos un estimador y el nivel de confianza de la probabilidad de que se haya producido dicho cambio. A continuación analizaremos lo sucedido en el curso testigo A.

Al obtener la sucesión de sumas acumulativas (que permiten detectar desviaciones en el promedio de la muestra) se adopta como primer valor $S_0 = 0$ y el resto de los valores se calculan con la expresión:

$$S_i = S_{i-1} + (X_i - \bar{X})$$

con i = 1, 2, …., N (donde N representa el número total de valores de la muestra)

En la determinación del nivel de confianza en el cambio de la media de la muestra se emplea el estadístico $S_{dif} = S_{máx} - S_{mín}$, donde $S_{máx} = máx\, S_i$ y $S_{mín} = mín\, S_{mín}$. Dicho estadístico permite estimar la magnitud del cambio, y se emplea la técnica de *bootstrap* para obtener el nivel de confianza. Utilizando los datos volcados en la Tabla 9.5 y el programa diseñado a tal efecto (que se incluye en el Anexo 3), se obtiene el nivel de confianza para el cambio de la media del 96,89 %. Dado que el nivel recomendado para establecer un punto de cambio oscila entre el 90 % y el 95 % (Calandra y Vericat, 2006), obtenemos confirmamos estadística del cambio.

En secciones anteriores dijimos que los límites superior e inferior de las cartas de control permiten detectar una condición de fuera de control cuando alguno de los puntos se encuentra por encima del primero de ellos o por debajo del segundo. Las gráficas

CUSUM carecen de límites de control, y una de las formas en las que puede representárselas recibe el nombre de *cusum tabular* o *algorítmica*.

Tabla 9.5

Tabla de sumas acumulativas construida a partir de los datos del curso testigo A

Curso testigo A		inscr.	aprob.	porcentajes	Xi-Xprom	Si		
2do.cuatr.2019	1	24	10	0,416666667	0,15893471	0,15893471		
1er.cuatr.2020	2	46	11	0,239130435	-0,01860152	0,14033318		
2do.cuatr.2020	3	43	7	0,162790698	-0,09494126	0,04539192		
1er.cuatr. 2021	4	40	13	0,325	0,06726804	0,11265996		
2do.cuatr.2021	5	41	9	0,219512195	-0,03821976	0,0744402	Sdif:	0,11354279

Nota: A partir de algunos de los datos con los que se construyó la carta de control se obtienen las sumas acumulativas (séptima columna). La diferencia entre la máxima y la mínima de ellas permiten calcular el estadístico *Sdif*

Siendo x_i a la i-ésima observación del proceso, diremos que la misma tiene una distribución normal con media μ_0 y desviación estándar σ cuando el proceso se encuentra bajo control. Y mientras μ_0 suele representar el valor objetivo de la característica de calidad que se analiza, se supone que la desviación estándar σ debería conocerse o que, al menos, debería contarse con una buena estimación de la misma.

Se definen, además, los estadísticos C^+ y C^-, que reciben el nombre de *cusums laterales superior e inferior* y que se calculan como:

$$C_i^+ = máx[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = máx[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-]$$

Se adoptan como valores iniciales $C_0^+ = C_0^- = 0$, siendo K el *valor de referencia o tolerancia,* cuyo valor suele tomarse como el promedio entre el valor objetivo μ_0 y el valor de fuera del valor de la media que se desea detectar μ_1. Si C_i^+ o C_i^- quedan más allá del *intervalo de decisión* H, obtendremos evidencia estadística de que el proceso se encuentra fuera de control. Es frecuente adoptar un valor de H equivalente a cinco veces la desviación estándar (Oliva Escamilla, 2006).

En la Tabla 9.6 reproducimos la *tabla cusum tabular* correspondiente al curso testigo A. Los valores de μ_0 y σ fueron estimados a partir de los datos del Cuadro III de un trabajo publicado por el Centro de Estudios de la Educación Argentina (Guadagni, 2020), y para definir H y K seguimos las recomendaciones habituales para el diseño de este tipo de carta (Escorcia Marchena et al., 2017), de acuerdo a las cuales $H = h\sigma$ y $K = k\sigma$. Dichas recomendaciones indican, además, los valores convenientes para h (=5) y k (=0,5), que fueron los que adoptamos para confeccionar la Tabla a partir de la cual construimos la gráfica que se observa en la Figura 9.4.

Tabla 9.6

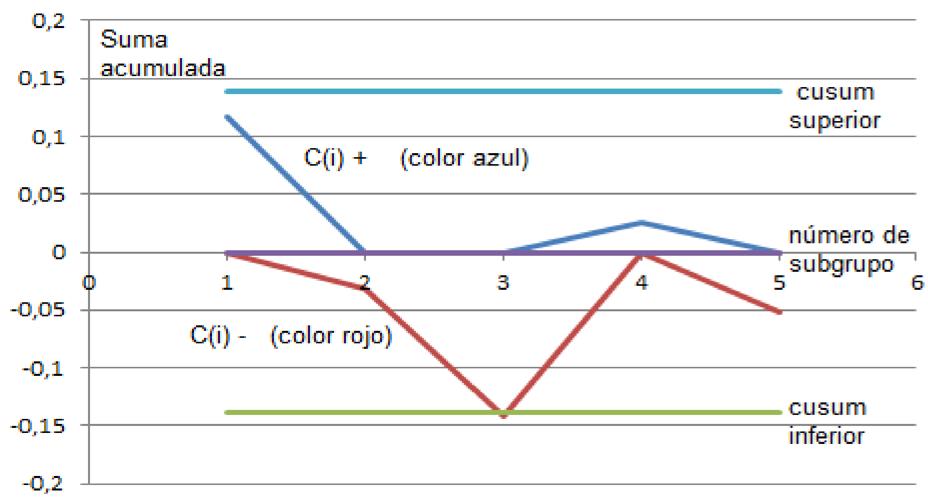
Tabla CUSUM para la construcción de la carta de control CUSUM del curso testigo A

Curso testigo A										
		inscriptos	aprobados	fracción	xi - (muo + K)	C(i)+	N+	(muo-K)-xi	C(i)-	N -
2do.cuatr.2019	1	24	10	0,41666667	0,117495677	0,11749568	1	-0,14506843	0	0
1er.cuatr.2020	2	46	11	0,23913043	-0,060040554	0	0	0,03246781	0,0324678	1
2do.cuatr.2020	3	43	7	0,1627907	-0,136380292	0	0	0,10880754	0,1412754	2
1er.cuatr. 2021	4	40	13	0,325	0,025829011	0,02582901	1	-0,05340176	0	0
2do.cuatr.2021	5	41	9	0,2195122	-0,079658794	0	0	0,05208605	0,052086	1

Nota: Las cantidades N+ y N- indican el número de períodos sucesivos en los que las sumas CUSUM (columnas siete y diez) son distintas de cero

Figura 9.4

Carta de control CUSUM correspondiente al curso testigo A



Nota: Tal como sucede en el caso de las cartas de control, las abscisas corresponden al período en el cual se tomó cada una de las muestras. Sin embargo, en este caso son dos las líneas segmentadas. Cada una de ellas corresponde a los estadísticos de control C_i^+ y C_i^-, sumas acumulativas superior e inferior para cada uno de dichos períodos, siendo entonces el valor de las sumas acumulativas lo que se representa sobre el eje de ordenadas. Se observa un único punto fuera de control, correspondiente a la suma acumulada negativa correspondiente al segundo cuatrimestre del año 2020, que se ubica por debajo del límite inferior

La carta CUSUM señala un punto de fuera de control en el tercer subgrupo (es decir, el que corresponde al segundo cuatrimestre del año 2020). Dado que a dicho punto le corresponde $N^{-} = 2$, al restarle este valor al del subgrupo (3 – 2 = 1), concluimos que el proceso estuvo bajo control hasta el segundo cuatrimestre del 2019. El resultado no nos sorprende, ya que coincide con el último cuatrimestre durante el cual las clases se dictaron en forma presencial. Obsérvese en la tercera columna de la Tabla 9.5 el modo en que se incrementó el número de inscriptos al curso desde el comienzo de la pandemia, fenómeno que se registró en un gran número de cursos de distintas materias y que explica en buena medida el descenso en el porcentaje de aprobados. Por diversos factores, muchos estudiantes se inscribieron en muchas materias, viéndose obligados a abandonarlas a lo largo de la cursada.

Seguidamente analizaremos lo sucedido con el grupo testigo B. En la Tabla 9.7 hemos reproducido los valores mediante los cuales calcular el nivel de confianza en el cambio de la media, utilizando nuevamente el procedimiento de bootstrap.

Tabla 9.7

Tabla de sumas acumulativas construida a partir de los datos del curso testigo B

Curso testigo B		inscr.	aprob.	porcentajes	Xi-Xprom	Si		
2do.cuatr.2019	1	30	5	0,166666667	0,01731602	0,01731602		
1er.cuatr.2020	2	31	3	0,096774194	-0,05257646	-0,03526044		
2do.cuatr.2020	3	30	2	0,066666667	-0,08268398	-0,11794442		
1er.cuatr. 2021	4	35	9	0,257142857	0,10779221	-0,01015221		
2do.cuatr.2021	5	28	4	0,142857143	-0,00649351	-0,01664572	Sdif:	0,13526044

Nota: Como vimos anteriormente, las sumas acumulativas mediante las cuales ´se calcula el estadístico (en el extremo inferior derecho de la tabla) se encuentran en la última columna (Elaboración propia)

El nivel de confianza en el cambio de la media para este segundo grupo, calculado mediante el programa desarrollado para tal fin (ver Apéndice C) fue de tan solo el 68,7 %. Siendo entonces inferior al noventa por ciento, desestimamos que haya existido un cambio en la media del número de aprobados y desistimos de la idea de construir la carta CUSUM para el curso testigo B.

Análisis del rendimiento académico del curso piloto

El hecho de contar con información de la asignatura correspondiente a los mismos cinco cuatrimestres estudiados en los cursos testigo nos llevó a construir directamente la carta de control del curso piloto para dicho período y calcular, además, las sumas acumulativas. El objetivo de esto último era determinar eventuales cambios en el proceso, y la información utilizada se reproduce en la Tabla 9.8

Tabla 9.8.

Datos a partir de los cuales se construye la carta de control del curso piloto y se obtienen las sumas acumuladas

Matemática III					fracción			
		inscriptos	aprobados	porcentajes	normalizada	Si		
2do.cuatr.2019	1	6	3	0,5	-1,414213562	-0,25		
1er.cuatr.2020	2	3	1	0,33333333	-1,666666667	-0,66666667		
2do.cuatr.2020	3	12	11	0,91666667	1,333333333	-0,5		
1er.cuatr. 2021	4	6	4	0,66666667	-0,471404521	-0,58333333		
2do.cuatr.2021	5	5	5	1	1,290994449	-0,33333333	Sdif:	0,4166667

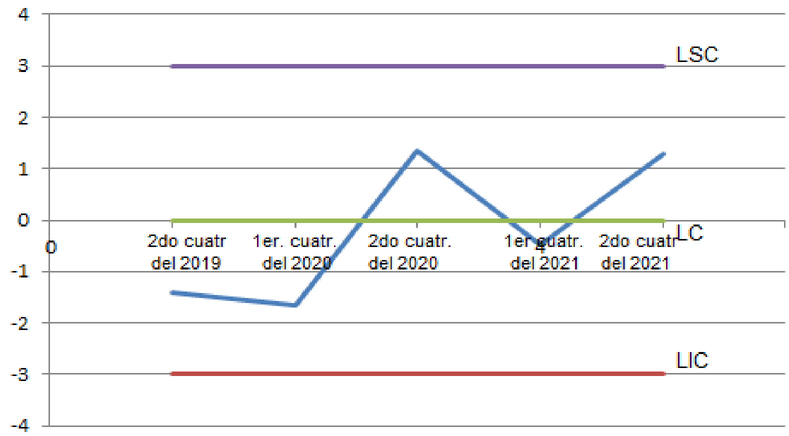
Nota: El formato de la presente tabla difiere levemente de las que se presentaran en el caso de los cursos testigo, ya que se agregó la columna donde se indican las sumas acumuladas. En el extremo inferior derecho se indica el valor del estadístico *Sdif*

A partir de los datos volcados en la Tabla 9.8 construimos la carta de control del curso piloto (Figura 9.5) y analizamos la posibilidad de un cambio en el proceso a partir de los valores de las sumas acumulativas utilizando el programa que ofrecemos en el Apéndice C. Sin embargo, al volver a utilizarlo observamos que el nivel de confianza para el cambio en la media resultó ser inferior al 25 %, de modo que carecemos de evidencia estadística para afirmar que en el curso piloto se hubiera producido cambio alguno en la media.

Al comparar las cartas de control de los porcentajes de aprobados de los cursos testigo (Figuras 9.2 y 9.3), se observa que ambos presentan una significativa similitud. No sucede lo mismo si se las compara con la carta del curso piloto (Figura 9.5). Si nos detenemos particularmente en lo sucedido en el segundo cuatrimestre del año 2021 (durante el cual se llevó a cabo el presente estudio), vemos que mientras la media de aprobados en los cursos testigo estuvo por debajo de la media, no sucedió lo mismo con el curso piloto.

Figura 9.5

Carta de control normalizada correspondiente al curso piloto



Nota: Como se observara en las cartas de control de las Figuras 9.2 y 9.3, cada uno de los puntos de la línea segmentada tiene por abscisa el momento en el que fue tomada la muestra, en tanto que su ordenada representa el porcentaje de aprobados normalizado. Como corresponde a la distribución normal, de media cero y desviación estándar uno, se observa que la línea central representa a la primera, mientras que los límites de control se encuentran a distancia 3 σ de ella. La línea que une las fracciones normalizadas se encuentra dentro de los límites de control, pero a diferencia de lo que se observara en los cursos testigo, presenta una clara tendencia ascendente

Los porcentajes de aprobados en los cursos que tomaran parte del estudio parecen confirmar la eficacia del tratamiento utilizado con el curso testigo. Sin embargo, existe un factor que pudo haber influido en la diferencia observada en los rendimientos académicos al que nos referimos al finalizar la sección 8.1: el reducido número de estudiantes del curso piloto.

Es por ello que utilizamos la información que nos permitió construir la carta de control para comparar el rendimiento académico del curso testigo con el de los cursos de Matemática III dictados a partir del segundo cuatrimestre del año 2019, ya que el número promedio de alumnos inscriptos en todos ellos resulta inferior al de los inscriptos en los cursos de Análisis Matemático II.

Desde el punto de vista cuantitativo, observamos que el porcentaje de aprobados también fue muy elevado en uno de los cursos dictado durante el año 2020. Sin embargo, mientras todos los estudiantes del curso piloto aprobaron la asignatura por promoción, el

25 % de los estudiantes que cursaran la materia durante el segundo cuatrimestre del 2020 perdieron la promoción y tuvieron que rendir examen integrador para aprobar la materia, lo que señalaría una diferencia de tipo cualitativa.

Aún cuando el argumento presentado en el párrafo anterior parecía confirmar la eficiencia de la metodología aplicada en el curso piloto, decidimos utilizar dos modelos de pronóstico (con media móvil simple y con media variable ponderada) para obtener nuevas evidencias (Tabla 9.9). Al comparar el porcentaje obtenido con los que brindaron ambos modelos de pronóstico (Figura 9.6), observamos que ninguno de éstos preveía un porcentaje de aprobados superior al 80 % (que de por sí es muy elevado), lo que resulta significativo si tenemos en cuenta que el porcentaje de aprobados en el curso piloto fue del 100 %.

Tabla 9.9

Medias móviles simple y ponderada para dos períodos calculadas para el curso piloto

fx =(2*BR33+1*BR32)/3

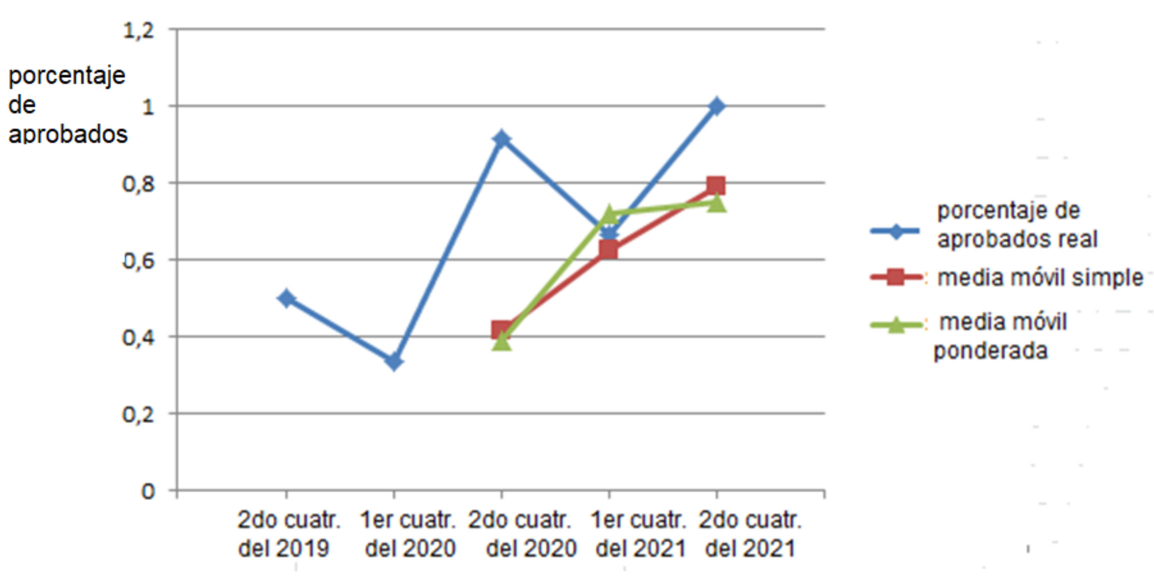
BR	BS	BT
porcentaje real de aprobados	media móvil simple para dos períodos	media móvil ponderada para 2 períodos
0,5		
0,333333333		
0,916666667	0,416666667	0,388888889
0,666666667	0,625	0,722222222
1	0,791666667	0,75

Nota: En la ventana que aparece en la parte superior se observa de qué modo se obtuvo uno de los valores de la media móvil ponderada

Permítasenos observar que el pronóstico obtenido mediante el método de media móvil simple resultó más próximo al valor real que el obtenido al aplicar el método de media ponderada. Ambos métodos se hacen menos sensibles a los cambios reales a medida que el número de períodos utilizado aumenta, razón por la cual solo trabajamos con dos períodos.

Figura 9.6

Comparación entre los pronósticos efectuados utilizando media móvil simple y ponderada respecto de los porcentajes de aprobados reales.



Nota: La presente carta, a diferencia de la de la Figura 9.5, no está normalizada, de modo que sobre el eje de ordenadas se representan directamente los porcentajes de aprobados (sin normalizar). Las líneas de segmentos en color rojo y verde corresponden a las medias móviles simple y ponderada, respectivamente, y se observa que los valores pronosticados mediante ambos métodos resultaron inferiores a los obtenidos realmente

La respuesta del curso piloto al tratamiento resulta inocultable. Sabemos que algunos de los factores que influyeron en el mismo pudieron no depender de la metodología aplicada, pero en el siguiente capítulo nos detendremos en aquellos que de algún modo pudimos controlar y que se vieron reflejados en el resultado obtenido.

Capítulo 10

Comparación del modo en el que los recursos fueron utilizados en los grupos testigo y piloto

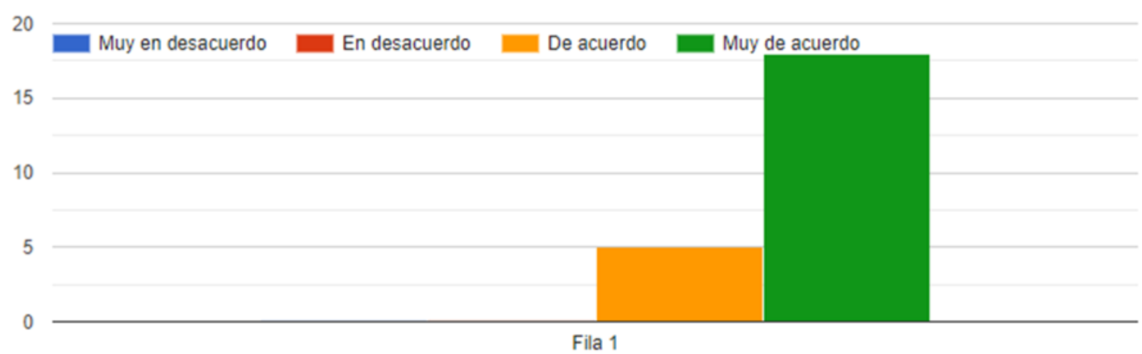
A continuación nos detendremos en aquellos factores que, a nuestro criterio, nos permitieron alcanzar un resultado que superó nuestras expectativas originales.

Empleo del software dinámico

En la encuesta preliminar que se les hizo a los estudiantes de los cursos testigo, todos aquellos que respondieron señalaron estar de acuerdo o muy de acuerdo con el empleo de simuladores dinámicos en las clases (Figura 10.1).

Figura 10.1

Respuesta de los estudiantes al ítem "Creo que los simuladores dinámicos como el GeoGebra resultan muy útiles para aprender Matemática"



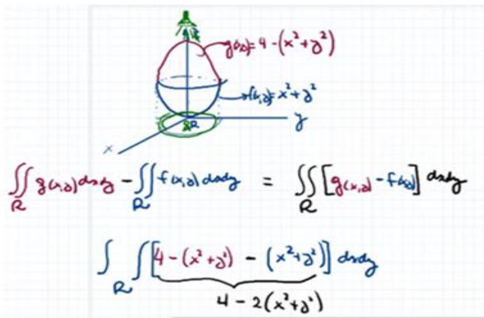
Nota: Cada grupo de estudiantes se agrupa de acuerdo a la respuesta ofrecida al ítem con distinto color (https://docs.google.com/forms/d/1OLFAq_cmBmFkNep1s2e-RpkumqjpF7cMIspjpcAMhwA/edit#responses)

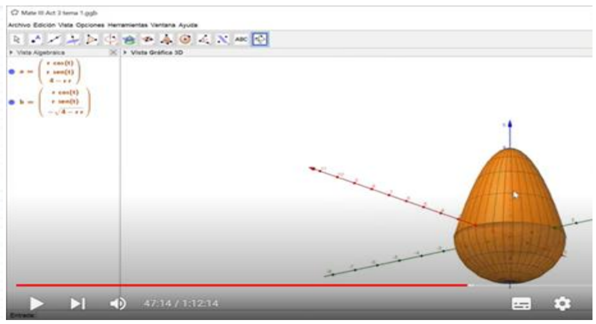
A partir de su versión 5.0, el Geogebra resulta ideal para las representaciones gráficas en el espacio. Además, sus funciones no solo permiten graficar rápidamente a las superficies que representan a los campos escalares, sino que además facilitan la obtención de sus curvas de nivel, permiten representar sus gradientes, planos tangentes, etc. A continuación comparamos la captura de pantalla correspondiente a una clase sincrónica teórica en la que se utilizó una pizarra digital (Figura 10.2.a) con otra (de un cuerpo muy similar) tomada de la respectiva clase práctica, en la que se utilizó el software al que estamos haciendo referencia (Figura 10.2 b).

Figura 10.2

Comparación entre una misma imagen presentada mediante una pizarra digital con la que se obtuvo utilizando software dinámico

Figuras 10.2.a **Figura 10.2.b**





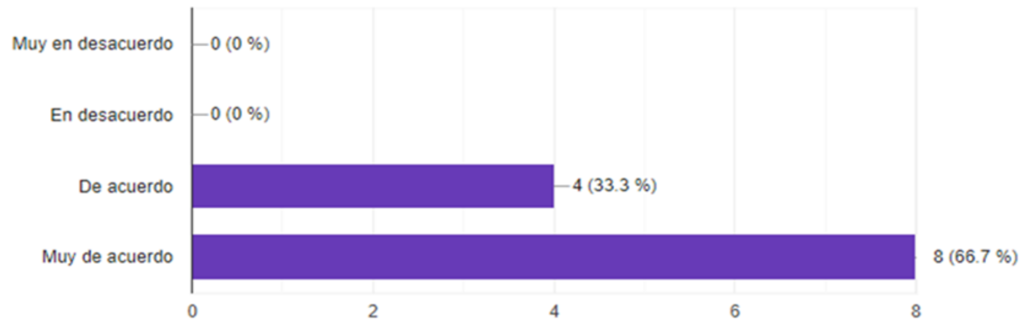
Nota: A la izquierda se observa la imagen de un cuerpo dibujado a mano alzada por la docente durante una clase virtual, en tanto que a la derecha vemos un cuerpo muy similar construido mediante el programa GeoGebra. Al compartir su pantalla durante la clase virtual el docente pudo, por ejemplo, rotar la imagen para que pudiese observarse claramente su proyección sobre el plano xy, para determinar de ese modo los límites de integración (https://www.youtube.com/watch?v=FXLQegRs9EI)

En este último caso, el programa permite rotar la imagen, facilitando enormemente la explicación. No es de extrañar entonces que las alumnas y alumnos de los cursos testigo que tuvieron oportunidad de ver las imágenes construidas mediante el programa durante las clases prácticas, al responder a la encuesta que se llevara a cabo al finalizar el cuatrimestre, expresaran estar de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem “las simulaciones dinámicas utilizadas en clase me ayudaron a comprender mejor los contenidos” (Figura 10.3).

Conociendo el valor del recurso, el mismo fue utilizado no solo durante las clases prácticas sino también durante las clases teóricas del curso piloto. Los alumnos de éste grupo también fueron invitados al finalizar el cuatrimestre a responder en forma voluntaria y anónima una encuesta, y todos los que lo hicieron dijeron estar muy de acuerdo con el ítem mencionado en el párrafo anterior (Figura 10.4).

Figura 10.3

Respuesta de los estudiantes de los cursos testigo al ítem "Las simulaciones dinámicas utilizadas en clase me ayudaron a comprender mejor los contenidos de las clases"

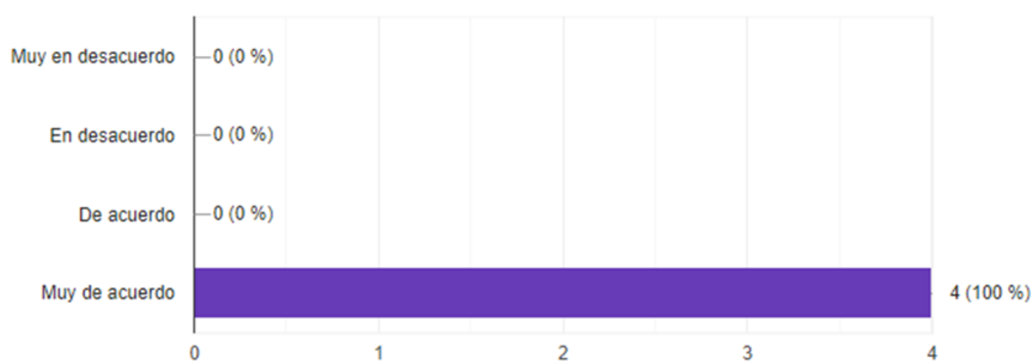


Nota: El porcentaje de respuestas recibidas por cada ítem aparece a la derecha de cada una de las filas

(https://docs.google.com/forms/d/1B8RNc9CTaHABfsqqM9J0KpcUXOWfKvtDP61ASaudQ0s/edit#responses)

Figura 10.4

Respuesta de los estudiantes del curso piloto al ítem "Las simulaciones dinámicas utilizadas en clase me ayudaron a comprender mejor los contenidos"



Nota: El porcentaje de respuestas recibidas por cada ítem aparece a la derecha de cada una de las filas

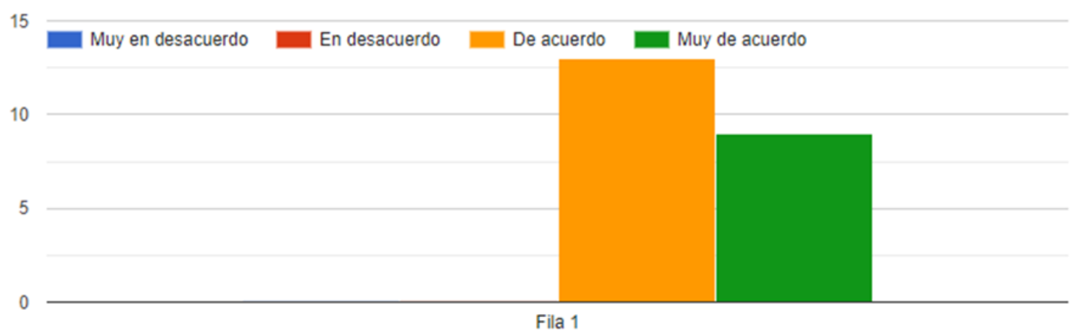
(https://docs.google.com/forms/d/1Hw1iV3mOUS1gITKMQQsDg_a0aI7N_jRiqW_O3IygCxM/edit#responses)

Uso de modelos matemáticos

Otra de las preguntas que se les hizo a los estudiantes de los cursos testigo en la encuesta preliminar estaba referida al empleo de modelos matemáticos dentro de las clases. Nuevamente encontramos que todos manifestaron estar de acuerdo o muy de acuerdo con la inclusión de los mismos en las clases (Figura 10.5).

Figura 10.5

Respuesta de los estudiantes al ítem "Creo que estudiar modelos matemáticos correspondientes a otras asignaturas durante las clases prácticas resultaría útil para comprender mejor los conceptos vistos durante las clases prácticas"



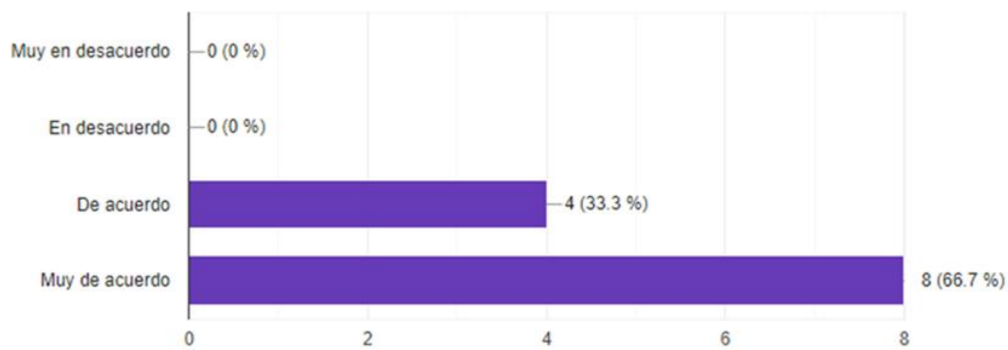
Nota: Cada grupo de estudiantes se agrupa de acuerdo a la respuesta ofrecida al ítem con distinto color (https://docs.google.com/forms/d/1OLFAq_cmBmFkNep1s2e-RpkumqjpF7cMIspjpcAMhwA/edit#responses)

Tal como lo planteamos en secciones anteriores, durante algunas de las clases prácticas utilizamos como ejemplo fenómenos como el crecimiento bacteriano, la fuerza resistente al avance de un cuerpo que se mueve dentro de un fluido viscoso o el movimiento de un cuerpo sujeto a un resorte. Sin embargo, dado que los desarrollos matemáticos correspondiente hubiesen demandado varias clases, una vez planteados los modelos, los estudiantes fueron invitados a profundizar sobre el tema bajando los respectivos videos. Estos se encontraban a su disposición en el campus, pero muy pocos fueron vistos por alumnas y alumnos. La pesada carga horaria, sumada al hecho de que "para los alumnos, solo aquello que es evaluado es percibido como realmente importante" (Viera et al., 2007, como se citó en Scenni e Igartúa, 2020), desanimaron a quienes en principio manifestaran interés en el material puesto a su disposición. Y ello se vio reflejado en el bajo número de vistas recibidas por los videos didácticos en los que dichos problemas eran resueltos.

No obstante, los pocos estudiantes que llegaron a responder la encuesta que se llevó a cabo al finalizar el cuatrimestre opinaron estar de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem “las simulaciones dinámicas utilizadas en clase me ayudaron a comprender mejor los contenidos de las clases” (Figura 10.6).

Figura 10.6

Respuesta de los estudiantes de los cursos testigo al ítem “Las simulaciones dinámicas utilizadas en clase me ayudaron a comprender mejor los contenidos de las clases”



Nota: El porcentaje de respuestas recibidas por cada ítem aparece a la derecha de cada una de las filas

(https://docs.google.com/forms/d/1B8RNc9CTaHABfsqqM9J0KpcUXOWfKvtDP61ASaudQ0s/edit#responses)

El hecho confirma la motivación que para el aprendizaje de la Matemática genera la resolución de problemas vinculados con el mundo real, criterio al que hemos hecho referencia en secciones anteriores.

La duración de las clases grabadas

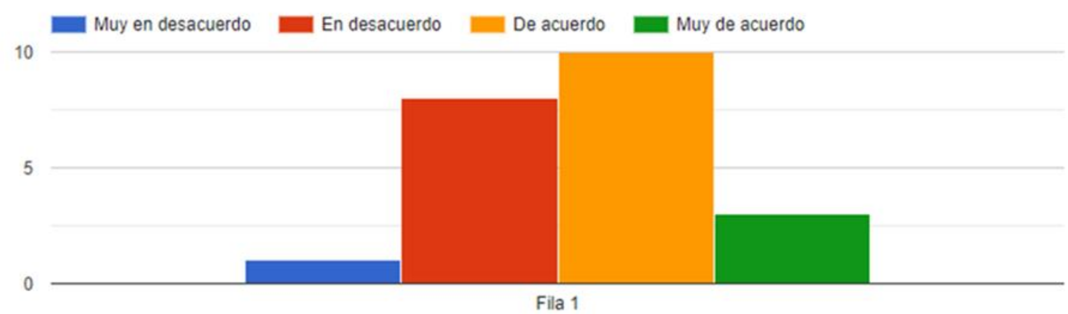
Desde que comenzara la pandemia, el alumnado se mostró entusiasmado con la posibilidad de que las clases sincrónicas pudiesen ser grabadas. De ese modo, ante cualquier inconveniente que pudiese surgir, el estudiante tenía la posibilidad de ver la clase en forma asincrónica.

Algunos docentes del Área Matemática disponían, además, de material oportunamente grabado en otras Universidades (en particular, la Universidad Tecnológica Nacional, Regional Avellaneda), que incluía clases completas. Dichos videos se convirtieron en un valioso aporte para nuestras alumnas y alumnos.

Sin embargo, la carga horaria que naturalmente poseen las materias del Área Matemática, sumada al tiempo requerido para ver la grabación, ocasionaron previsibles inconvenientes. Uno de los resultados de la encuesta preliminar respondida por los estudiantes de los cursos testigo señala que prácticamente el 60 % de ellos opinaron estar de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem “las clases grabadas son muy útiles, *pero generalmente no tengo tiempo suficiente para volver a verlas*” (Figura 10.7).

Figura 10.7

Respuesta de los estudiantes al ítem “Las clases grabadas son muy útiles, pero generalmente no tengo tiempo suficiente para volver a verlas”



Nota: Cada grupo de estudiantes se agrupa de acuerdo a la respuesta ofrecida al ítem con distinto color (https://docs.google.com/forms/d/1OLFAq_cmBmFkNep1s2e-RpkumqjpF7cMIspjpcAMhwA/edit#responses)

Los docentes que optaron por el uso del zoom se vieron obligados a dividir sus clases en tramos de alrededor de cuarenta minutos, y muchos de ellos terminaron grabándolos para luego subir dos o tres videos de una misma clase. El autor del presente estudio optó por emplear el servicio ofrecido por Google. El hecho de que la conexión no tuviese límite de tiempo evitaba que la clase tuviese que ser interrumpida, pero el servicio gratuito no permite la grabación. Afortunadamente en algunos cursos de Matemática III hubo alumnos que utilizando programas diseñados a tal fin, grabaron las clases para luego compartirlas con sus compañeros.

Durante el segundo cuatrimestre del 2021, estudiantes y docentes tuvimos la ventaja de poder utilizar un servicio de zoom brindado por la propia UNQ, de manera que aun clases de tres horas de duración pudieron ser grabadas y subidas al campus. El recurso nos permitió sumar a los videos didácticos preparados antes de comenzar el cuatrimestre las clases sincrónicas del curso testigo.

Utilizando información obtenida del propio campus y de las estadísticas del canal de You Tube donde subimos todo el material, hicimos un estudio comparativo, donde la variable analizada fue el número de vistas de los videos correspondientes a cada una de las clases. Nuevamente utilizamos cartas de control, pero en este caso el tamaño de cada una de las muestras era constante (de modo que no fue necesario recurrir a la normalización).

Teniendo en cuenta que el número de estudiantes del curso testigo B que respondiera la entrevista preliminar resultó ser prácticamente el mismo que el de las alumnas y alumnos del curso piloto, decidimos llevar adelante esta parte del estudio exclusivamente con dicho grupo. En la primera columna de la Tabla 10.1 figura la fecha en que cada una de las clases sincrónicas de la docente a cargo de dicho curso fue subida al campus. Los datos que aparecen en las cinco columnas restantes (que incluyen el número de vistas de cada uno de los videos, en la tercera columna contando desde la izquierda) permitieron construir la carta de control de la Figura 10.8.

Al analizar dicha carta se observan claramente cuatro puntos por encima del límite superior de control, en correspondencia con las clases del 15 de Septiembre, del 29 de Septiembre, del 1° de Octubre y del 13 de Octubre. Esos cuatro videos tuvieron que ser vistos una y otra vez por los estudiantes, ya sea porque no pudieron asistir a la clase o necesitaron revisar varios de los tramos de la grabación (y la extensión de la misma los obligó a hacerlo en distintos momentos).

El diagrama refleja, además, el hecho de que el número de vistas fue decreciendo a lo largo del cuatrimestre. Los últimos tres puntos de la carta se encuentran por debajo del límite inferior de control, ya que los videos correspondientes a las tres últimas clases no fueron vistos por ninguna de las alumnas ni de los alumnos del grupo. Ello está implícitamente relacionado con el elevado número de alumnas y alumnos que no lograron mantener la regularidad a lo largo del cuatrimestre.

En el curso piloto utilizamos algunos instantes de la clase (al finalizar un desarrollo teórico, o antes de comenzar con la resolución de un problema) para interrumpir la grabación De ese modo, se facilitaba el acceso a la información para los estudiantes (quienes, salvo por cuestiones puntuales, hicieron lo posible por asistir a todos los encuentros sincrónicos). Es por ello que, para construir la siguiente carta de control, seleccionamos para cada una de las clases el video que tuviese el mayor número de vistas.

Tabla 10.1

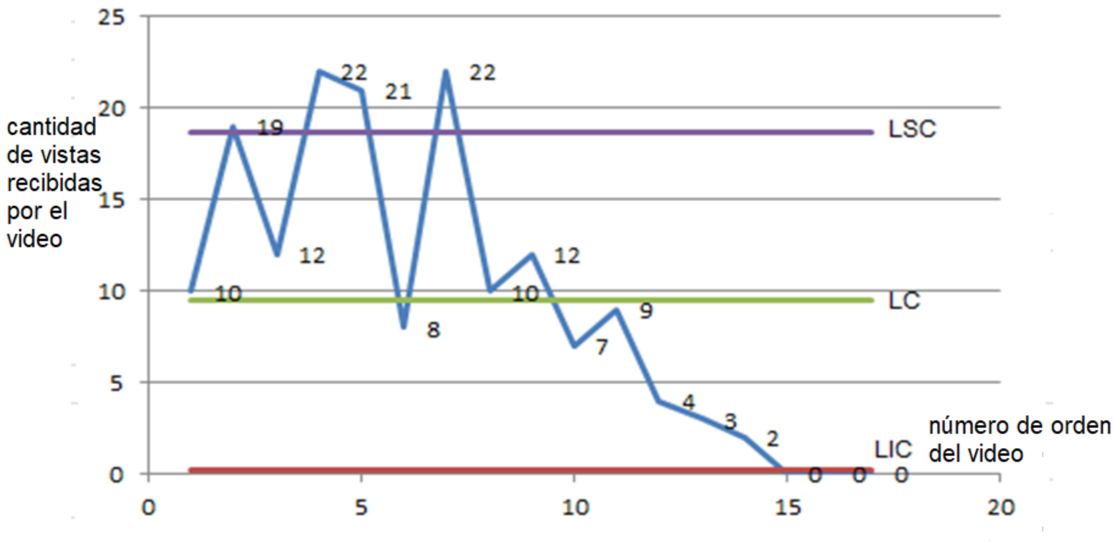
Datos utilizados para construir la carta de control de la cantidad de vistas a cada uno de los videos subidos por la docente del curso testigo B

			LIC	LC	LSC
8-sep	1	10	0,2383	9,4706	18,703
15-sep	2	19	0,2383	9,4706	18,703
17-ago	3	12	0,2383	9,4706	18,703
29-sep	4	22	0,2383	9,4706	18,703
1-oct	5	21	0,2383	9,4706	18,703
6-oct	6	8	0,2383	9,4706	18,703
13-oct	7	22	0,2383	9,4706	18,703
22-oct	8	10	0,2383	9,4706	18,703
27-oct	9	12	0,2383	9,4706	18,703
29-oct	10	7	0,2383	9,4706	18,703
3-nov	11	9	0,2383	9,4706	18,703
5-nov	12	4	0,2383	9,4706	18,703
17-nov	13	3	0,2383	9,4706	18,703
24-nov	14	2	0,2383	9,4706	18,703
26-nov	15	0	0,2383	9,4706	18,703
1-dic	16	0	0,2383	9,4706	18,703
3-dic	17	0	0,2383	9,4706	18,703
	media	9,4706			

Nota: En la primera columna se indica la fecha correspondiente a cada uno de los videos, en tanto que en la tercera se registra el número de vistas recibidas por cada uno de ellos. Las tres últimas columnas señalan los valores de la línea central y de los límites de control de la carta de control

Figura 10.8

Carta de control de cantidad de vistas para el video correspondiente a cada una de las clases dictadas en el curso testigo B



Nota: El eje de abscisas indica el orden en que las clases fueron dictadas, en tanto que sobre el eje de ordenadas se señala el número de vistas recibidas por el video grabado durante la misma. El proceso se encuentra evidentemente fuera de control, ya que en la mitad izquierda de la carta encontramos cuatro puntos por arriba de la línea superior de control (LSC), que paradójicamente desemboca en una corrida descendente que finaliza sobre el límite inferior de control

La forma de presentar los videos en el campus tampoco fue la misma: mientras la docente del curso testigo B utilizó el recurso URL para subir cada uno de los videos (Figura 10.9.a), en el curso piloto cada video fue subido dentro de una etiqueta (Figura 10.9.b). Por ese motivo, las vistas no quedaron registradas dentro del campus, y la información tuvo que ser recuperada directamente de las *estadísticas* del canal de You Tube.

En la Tabla 10.2 se presentan los datos obtenidos y calculados para construir la carta de control del curso piloto (Figura 10.10). En la misma el límite inferior de control resultó ser negativo, razón por la cual se aplicó el criterio habitual en estos casos, que consiste en igualarlo a cero. El análisis del gráfico solo muestra un punto fuera de los límites de control, el correspondiente a la clase del 21 de Octubre. Aplicando el criterio habitual en el control de procesos, debe determinarse si la causa de dicha señal de fuera de control es fortuita o no. En este caso observamos que el valor resulta atribuible al video que se utilizó para representar a dicha clase, “Coordenadas polares”.

Figura 10.9

Modo en que los videos fueron ofrecidos a alumnas y alumnos en uno de los cursos testigo y en el curso piloto

Figura 10.9 a

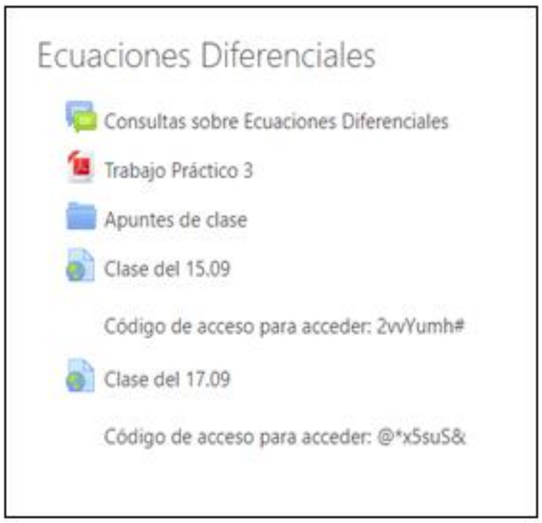
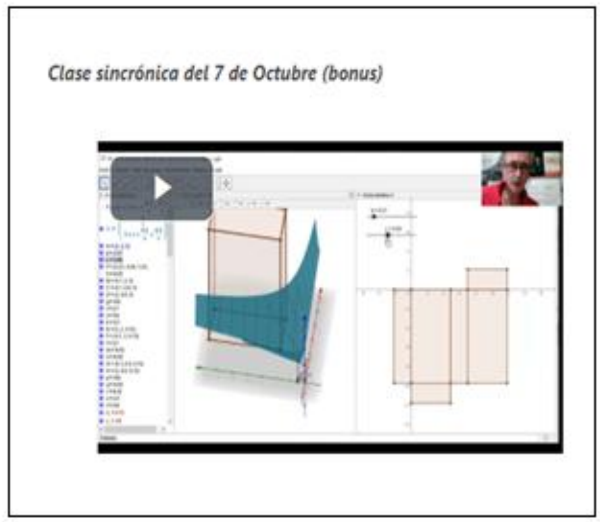


Figura 10.9.b



Nota: mientras que en el curso testigo los videos se ofrecían utilizando el recurso *URL*, en el curso piloto se empleó el recurso *etiqueta*, que mostraba una de las imágenes del video dentro del propio campus

Tratándose de un tema delicado, y que resultaba clave para resolver uno de los problemas propuestos al curso en una de las últimas actividades, no nos sorprendió el elevado número de vistas, y el hecho de que existiese una causa asignable nos permitió reemplazar ese valor particular por el que le seguía dentro de la misma clase (es decir, en el que había recibido mayor número de vistas una vez eliminado el empleado anteriormente).

Tabla 10.2

Datos utilizados para construir la carta de control de la cantidad de vistas a cada uno de los videos subidos por la docente del curso piloto

			LIC	LC	LSC
30-ago	1	7	0	5,9444	13,259
2-sep	2	4	0	5,9444	13,259
6-sep	3	4	0	5,9444	13,259
9-sep	4	3	0	5,9444	13,259
13-sep	5	2	0	5,9444	13,259
16-sep	6	2	0	5,9444	13,259
20-sep	7	4	0	5,9444	13,259
23-sep	8	9	0	5,9444	13,259
27-sep	9	6	0	5,9444	13,259
30-sep	10	12	0	5,9444	13,259
4-oct	11	6	0	5,9444	13,259
7-oct	12	3	0	5,9444	13,259
14-oct	13	6	0	5,9444	13,259
18-oct	14	8	0	5,9444	13,259
21-oct	15	14	0	5,9444	13,259
25-oct	16	7	0	5,9444	13,259
28-oct	17	5	0	5,9444	13,259
1-nov	18	5	0	5,9444	13,259
	media	5,9444			

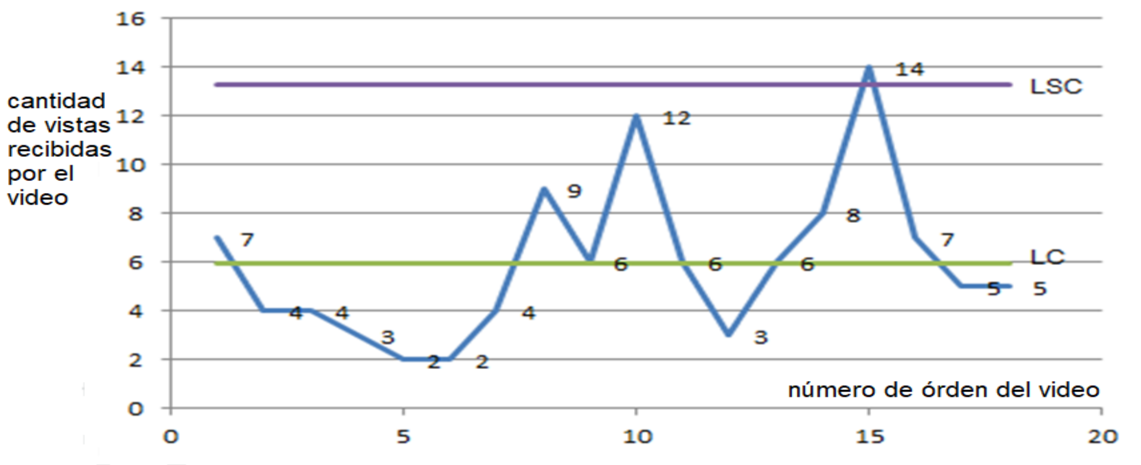
Nota: El límite inferior de control, *a* diferencia de lo que se observa en la Tabla 10.1, resultó ser negativo. En estos casos, se adopta el valor cero para dicho límite

Se trata de un procedimiento habitual en el uso de cartas de control (Montgomery, 2004**)**, a partir del cual calculamos los nuevos límites de control (Tabla 10.3) y construimos la nueva carta de control (Figura 10.11). En esta oportunidad se observa que todos los puntos de la carta se encuentran entre los límites de control, lo que implica que el proceso es estable, y que la media de vistas de cada uno de los videos es aproximadamente 6 en este curso. Si recordamos que dicha cifra coincide con el número de estudiantes del grupo, podemos decir que, en promedio, cada uno de ellos volvió a ver en una oportunidad cada uno de los videos.

Al comparar esta última carta con la obtenida con el curso testigo B se ponen en evidencia las diferencias en lo que respecta al empleo del recurso, entre las que cabe destacar el elevado número de estudiantes del curso testigo que abandonaron la cursada.

Figura 10.10

Carta de control de cantidad de vistas para el video correspondiente a cada una de las clases dictadas en el curso piloto



Nota: Como sucediera en el caso de la carta de la Figura 10.8, el eje de abscisas indica el orden en que las clases fueron dictadas mientras que sobre el eje de ordenadas se señala el número de vistas recibidas por el video grabado durante la misma. Pero a diferencia de lo que se observara para el caso del curso testigo B, aquí solo se observa un punto por encima del límite superior de control, que obliga a determinar si existe una causa asignable

Tabla 10.3

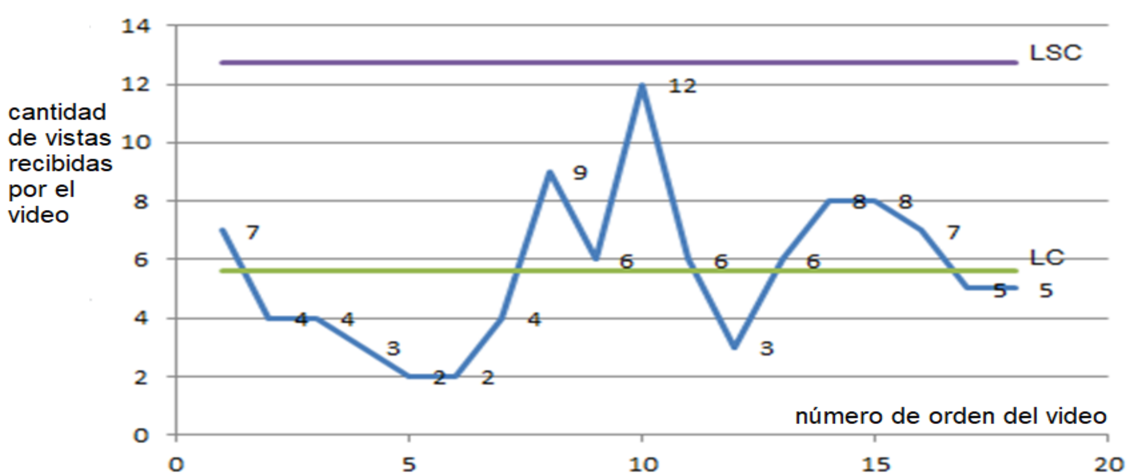
Datos utilizados para construir la nueva carta de control de la cantidad de vistas a cada uno de los videos subidos por la docente del curso piloto

			LIC	LC	LSC
30-ago	1	7	0	5,6111	12,717
2-sep	2	4	0	5,6111	12,717
6-sep	3	4	0	5,6111	12,717
9-sep	4	3	0	5,6111	12,717
13-sep	5	2	0	5,6111	12,717
16-sep	6	2	0	5,6111	12,717
20-sep	7	4	0	5,6111	12,717
23-sep	8	9	0	5,6111	12,717
27-sep	9	6	0	5,6111	12,717
30-sep	10	12	0	5,6111	12,717
4-oct	11	6	0	5,6111	12,717
7-oct	12	3	0	5,6111	12,717
14-oct	13	6	0	5,6111	12,717
18-oct	14	8	0	5,6111	12,717
21-oct	15	8	0	5,6111	12,717
25-oct	16	7	0	5,6111	12,717
28-oct	17	5	0	5,6111	12,717
1-nov	18	5	0	5,6111	12,717
	media:	5,6111			

Nota: Habiéndose determinado que hubo una causa asignable, se lleva a cabo una corrección para construir una nueva carta de control

Figura 10.11

Carta de control (corregida) de cantidad de vistas para el video correspondiente a cada una de las clases dictadas en el curso piloto



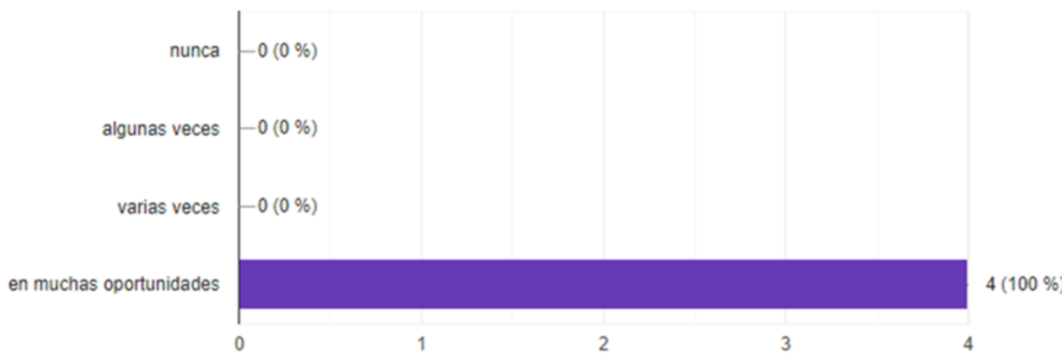
Nota: Efectuada la corrección, se observa que a diferencia de lo observado en la carta de la Figura 10.10, ya no se observa patrón alguno que indique que el proceso se encuentra fuera de control

Es indudable que el video didáctico resulta un recurso valiosos en el proceso de auto regulación, y por ello creemos oportuno rescatar la respuesta ofrecida por alumnas y alumnos del curso piloto a uno de los ítems de la encuesta que respondieran al finalizar el cuatrimestre: “las clases grabadas y los videos didácticos me permitieron aclarar algunas dudas *sin necesidad de consultarlas con el docente*” (Figura 10.12). El alumnado del curso piloto no solo consultó en clase y a través de correos electrónicos (que en algunos casos eran respondidos a través de breves videos), sino que, además, utilizó eficientemente los videos didácticos. Seguidamente analizaremos este punto con mayor detenimiento.

Tal como lo señalamos anteriormente, la especificidad de los videos didácticos los convierte en un recurso más accesible para los estudiantes. Ya comentamos que muchos de los videos presentados fueron grabados antes de comenzar el cuatrimestre, y que la mayoría de las clases grabadas en el curso piloto fue dividida en varias partes, de modo que cada video contuviese la explicación de algún tema en particular o la resolución de un determinado ejemplo. Sin embargo, en algunos casos las clases terminaron editándose en forma íntegra, lo que nos llevó a preguntarnos si existía algún tipo de correlación entre las vistas recibidas por cada video y su duración. Construimos entonces el diagrama de dispersión que se observa en la Figura 10.13, en el cual el número de vistas aparece en el eje de ordenadas, en tanto que el eje de abscisas representa la duración (en minutos).

Figura 10.12

Respuesta de los estudiantes del curso piloto al ítem "Las clases grabadas y los videos didácticos me permitieron aclarar algunas dudas sin necesidad de consultarlas con el docente"



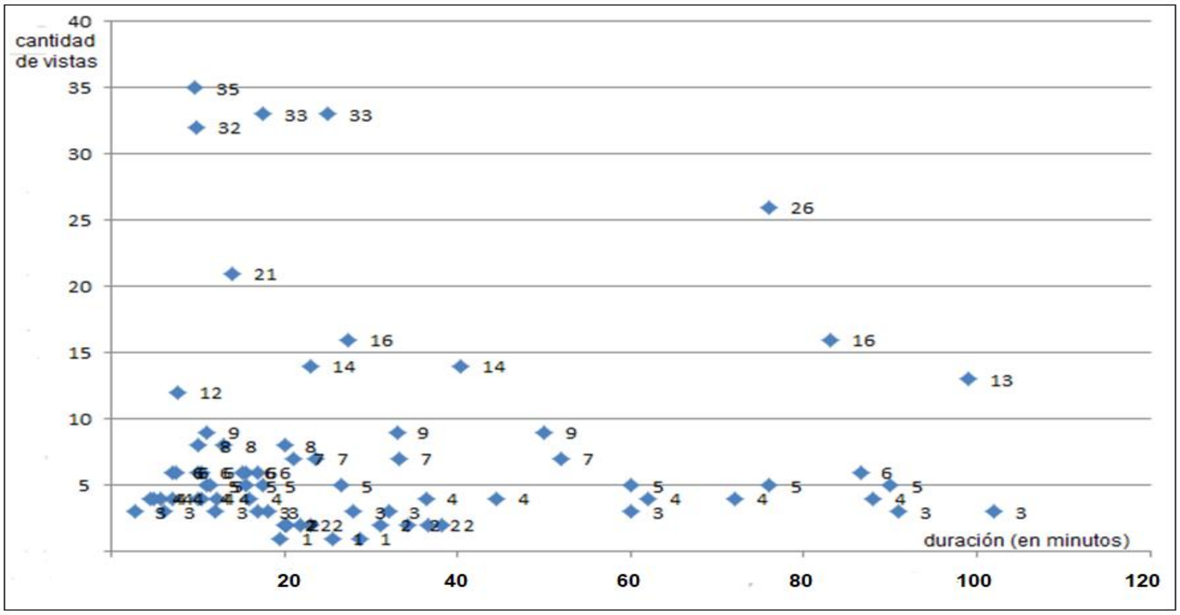
Nota: El porcentaje de respuestas recibidas por cada ítem aparece a la derecha de cada una de las filas

(https://docs.google.com/forms/d/1Hw1iV3mOUS1gITKMQQsDg_a0aI7N_jRiqW_O3IygCxM/edit#responses)

El diagrama permite ver que no existe correlación alguna entre las variables. Sin embargo, al detenernos en todos aquellos videos que recibieran más de diez vistas observamos que prácticamente todos ellos podían agruparse a partir de su contenido (Figura 10.14). En el próximo capítulo analizaremos detenidamente las características de los videos señalados en dichos grupos, junto con las de algunos otros incluidos en el listado del Apéndice F.

Figura 10.13

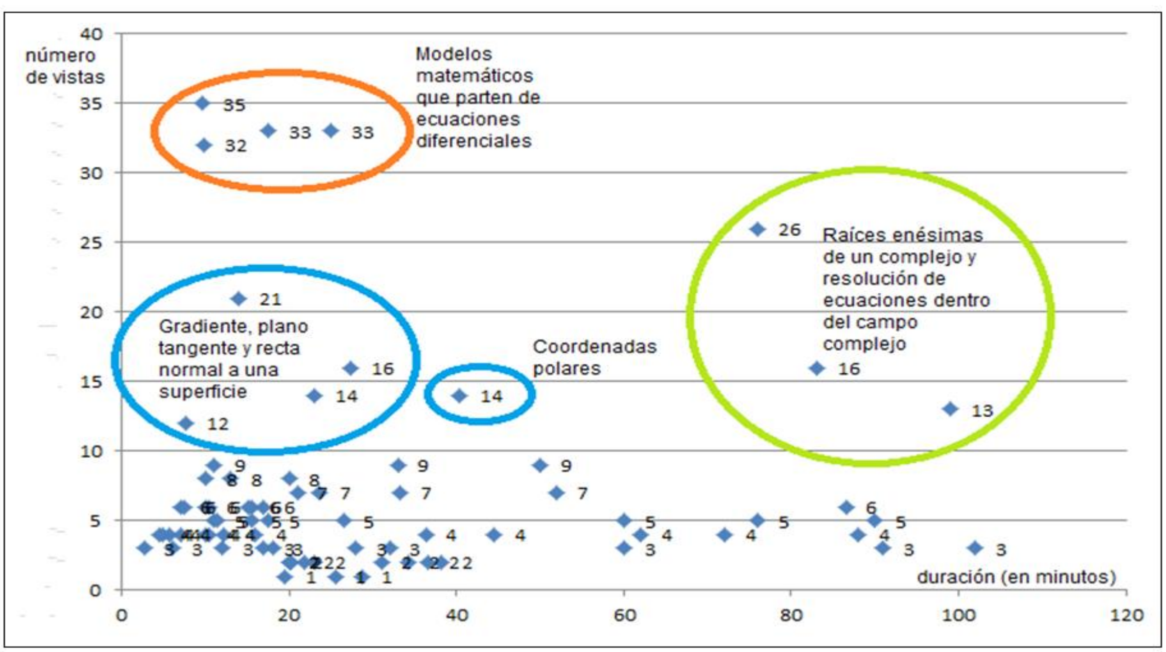
Diagrama de dispersión donde se representan el número de vistas recibidas por cada uno de los videos y su respectiva duración



Nota: La abscisa de cada punto representa la duración de cada video, en tanto que su ordenada indica la cantidad de vistas recibidas

Figura 10.14

Diagrama de dispersión que agrupa videos de particular interés



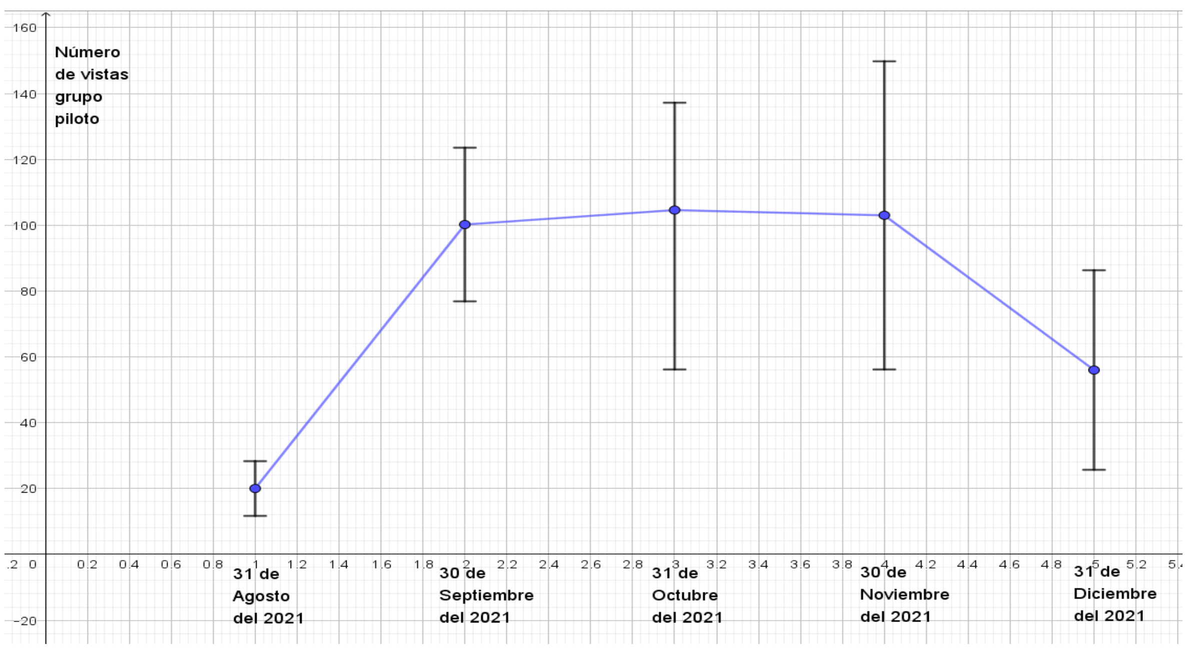
Nota: Al detenernos en aquellos videos que recibieran más de diez vistas se observó que podían agruparse en función de su contenido. Se intervino entonces la Figura 10.13 y se señalaron cuáles eran los contenidos básicos de cada uno de los grupos

Actividad en el campus

A partir de parte de la información obtenida en el campus determinamos el número promedio de vistas al campus por estudiante en función del tiempo para cada uno de los tres cursos que tomara parte del estudio. La Figura 10.15 muestra la gráfica correspondiente al curso piloto, y en ella se observa que el número promedio de vistas en los tres períodos centrales (Agosto a Septiembre, Septiembre a Octubre y Octubre a Noviembre) permanece prácticamente invariable. El descenso en el último de los períodos resulta previsible, pues contempla solamente a las dos primeras semanas del mes de Diciembre del 2021.

Figura 10.15

Promedio mensual del número de vistas por alumno al campus para el curso piloto

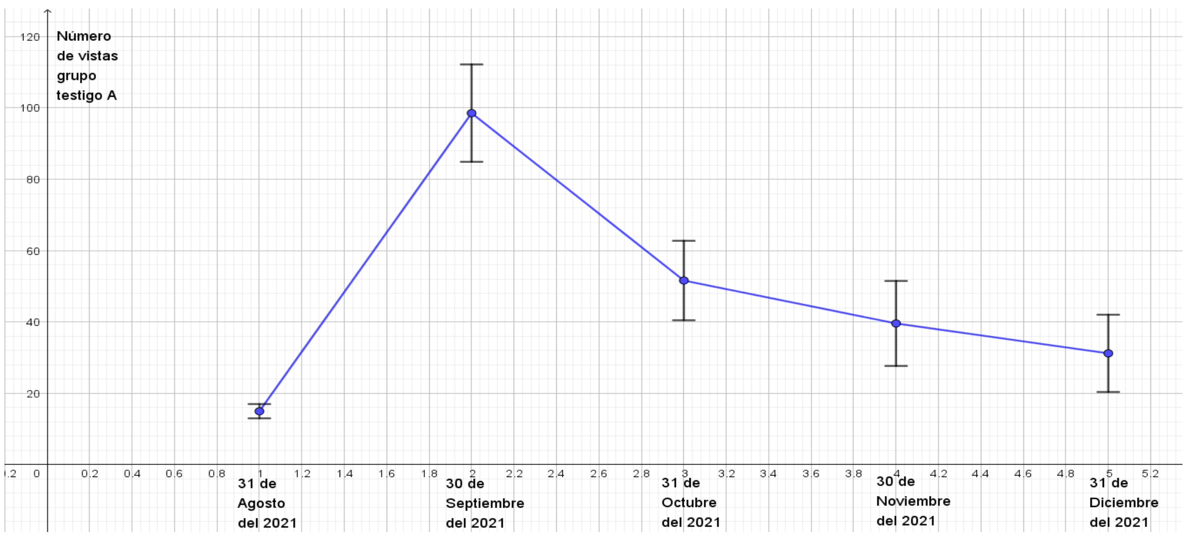


Nota: El primero y el último período corresponden a períodos inferiores a un mes, lo que justifica que se encuentren por debajo de los tres valores intermedios, razón por la cual el diagrama presenta una apariencia amesetada.

En las Figuras 10.16 y 10.17 reproducimos las gráficas correspondientes a los cursos testigos A y B, respectivamente. No se observa en ellas el aspecto amesetado que presentaba la del curso piloto, y al recopilar los datos necesarios para la construcción de éstas gráficas se observó que *el alumnado del curso testigo A no vió ninguno de los videos que pusimos a su disposición*, limitándose a consultar exclusivamente los que la docente a cargo del curso subiera oportunamente al campus. En cambio, los estudiantes del curso testigo B también utilizaron los videos que se prepararon para el estudio, lo que explica que el promedio de vistas en este curso fuese superior al que se observa en el curso testigo A.

Figura 10.16

Promedio mensual del número de vistas por alumno al campus para el curso testigo A

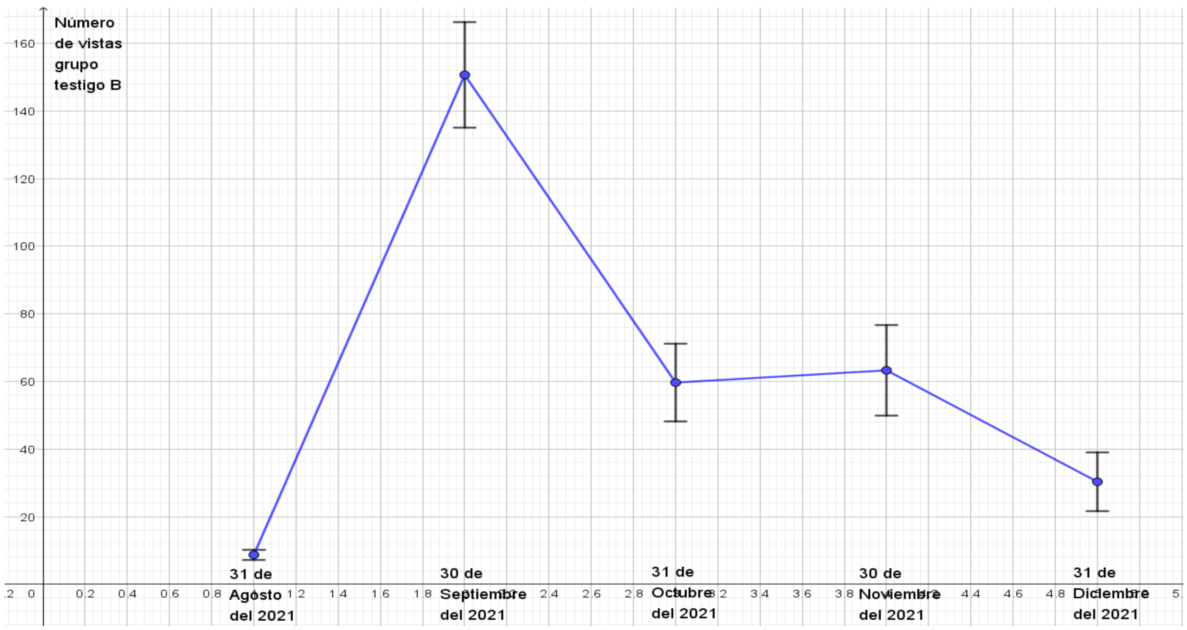


Nota: A diferencia de lo que se observara en la gráfica de la Figura 10.15, la gráfica presenta un pico durante el mes de Septiembre del 2021, descendiendo bruscamente actividad en el campus en el mes de Octubre.

En ambos cursos testigo se observa que el promedio de vistas en el período comprendido entre el 31 de Agosto y el 30 de Septiembre es muy elevado, disminuyendo a partir de ese momento. Dado que en todos los casos calculamos el promedio a partir del número de estudiantes inscriptos, el brusco descenso observado en las curvas correspondientes a los cursos testigos parecería reflejar el hecho de que algunos de aquellos fueron abandonando la cursada a lo largo del cuatrimestre. Para confirmar tal suposición, y utilizando los datos que brindaba el campus, construímos para cada uno de los cursos testigo una gráfica en la que se indica, en función del tiempo, el numero de estudiantes que permanecían en el curso (en color azul) y el de aquellos que lo abandonaron (en color rojo). La gráfica de la Figura 10.18 corresponde al curso testigo A, en tanto que la de la Figura 10.19 representa lo sucedido en el curso testigo B. En ésta última se observa que prácticamente el 70 % de las alumnas y alumnos de dicho curso siguieron asistiendo a las clases sincrónicas hasta que el cuatrimestre finalizara, en tanto que solo el 45 % de los estudiantes del curso testigo A llegaron a finalizar el curso.

Figura 10.17

Promedio mensual del número de vistas por alumno al campus para el curso testigo B

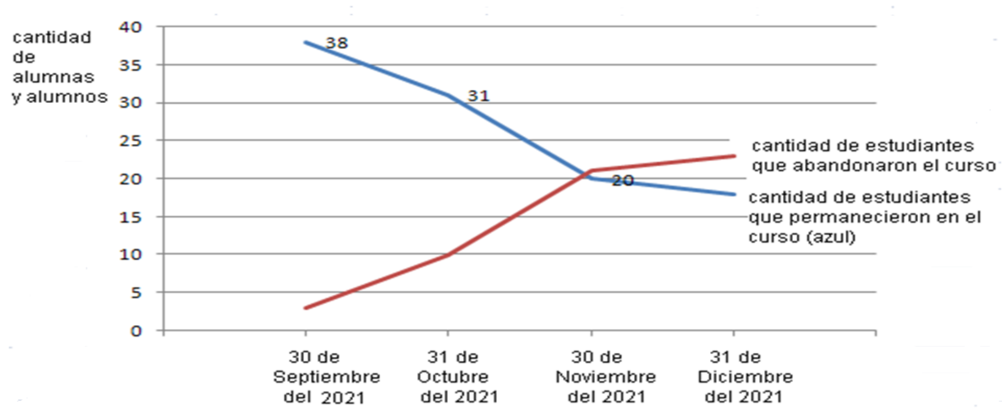


Nota: Resulta significativo el hecho de que se observe nuevamente un pico muy pronunciado en el mes de Septiembre, para luego producirse un brusco descenso de la actividad en el campus en el mes de Octubre, como sucediera en el caso del curso testigo A (Elaboración propia)

En principio, la deserción que se registrara en los dos cursos testigo podría justificar el descenso en el número promedio de vistas al campus. Sin embargo, la retención en el curso testigo B fue notablemente superior a la del curso testigo A, aún cuando el rendimiento académico en éste último fuese finalmente superior que el de aquél. Detenernos en esta circunstancia nos llevó a comparar el modo en que se evaluaron los contenidos en cada uno de los cursos testigo.

Figura 10.18

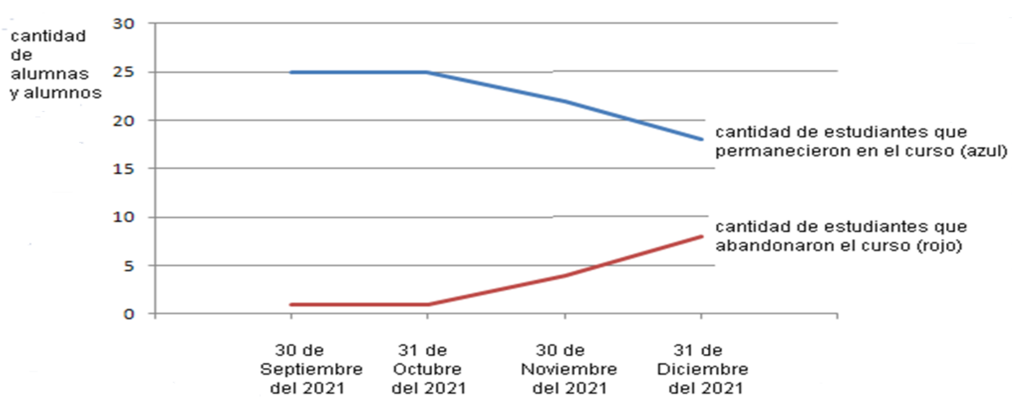
Retención en el curso testigo A



Nota: En la gráfica se observan el número de estudiantes que aún cursaba (en color azul) y la de los que fueron abandonando el curso (color rojo) a medida que el cuatrimestre se fue desarrollando. Obsérvese que ya hacia fines de Noviembre el número de alumnas y alumnos que dejaron de cursar superó al de quienes siguieron haciéndolo (Elaboración propia)

Figura 10.19

Retención en el curso testigo B



Nota: Como en la gráfica anterior, se representan el número de estudiantes que aún cursaba (en color azul) y la de los que fueron abandonando el curso (color rojo) a medida que el cuatrimestre se fue desarrollando. A diferencia de lo observado en el curso testigo A, en este caso la retención fue muy elevada (Elaboración propia)

Forma en que los contenidos fueron evaluados

El hecho de que el curso piloto contara con solo cinco estudiantes facilitó enórmemente el proceso de evaluación, que fue mucho más allá del esquema tradicional. A pesar de que las clases fuesen dictadas en forma virtual, alumnas y alumnos intervinieron en forma activa en las mismas. En general, los primeros minutos se utilizaban para responder las preguntas de los estudiantes, y a traves de las mismas se pudo determinar el grado de comprensión de los distintos temas, recogiéndose información a lo largo de todo el proceso de aprendizaje y no solamente en el momento de corregir las seis evaluaciones que se les tomaran durante el cuatrimestre.

Evidentemente, el número de estudiantes inscriptos en los cursos testigos obligó a sus docentes a manejar un esquema diferente. Se observó que generalmente eran pocos los estudiantes que intervenían durante las clases, y en general lo hacían en repuesta a preguntas de sus docentes.

Los ejemplos presentados durante las clases teóricas fueron adecuados a los contenidos. Por ejemplo, el ejercicio tomado en el tercer parcial del curso testigo A (Figura 10.20) resulta similar a uno de los resueltos por la docente durante una de las clases teóricas.

Figura 10.20

Ejercicio extraído del último parcial tomado en el grupo testigo A

Ejercicio 3:

a)Calcule $\int_C \vec{F}\, d\vec{r}$, siendo $\vec{F}\,(x,y) = (3x^2 + y)\breve{\imath} + (4xy^2)\,\breve{\jmath}$ y C el contorno de la región comprendida entre $y = \sqrt{x}$; $y = 0$; $x = 4$

b) Plantear (no calcular) el cálculo anterior aplicando el Teorema de Green

Nota: El ejercicio solo pide resolver una integral de línea y plantear una integral doble, sin llevar adelante verificación alguna

(https://presencial.uvq.edu.ar/pluginfile.php/533182/mod_assign/introattachment/0/AM2A-Parcial%204-%202%C2%BAC2021%20bis%20.pdf?forcedownload=1)

Comparemos dicho ejercicio con el que se tomara en el último parcial del grupo testigo B (Figura 10.21). Obsérvese que los campos vectoriales de ambos ejercicios no difieren mayormente (¡y que la región en la que ha de trabajarse es la misma!). Sin embargo, mientras en el curso testigo A el estudiante debe limitarse a calcular la integral de línea, la alumna o alumno del curso testigo B deberá además verificar el resultado obtenido calculando una integral doble. La actividad habrá de demandarle más tiempo, y adoptará el carácter de problema y no de simple ejercicio. El enunciado del Teorema de Green (que no fue enunciado en las clases teóricas y se presenta por primera vez al estudiante) debe ser interpretado para llevar a cabo la actividad.

Figura 10.21

Problema extraído del último parcial tomado en el grupo testigo B

El Teorema de Green relaciona una integral de línea con una integral doble. Este teorema establece que dada una curva plana C, suave a tramos, cerrada y simple que encierra una región R incluida en el dominio de un campo vectorial $\vec{F}(x,y) = (P(x,y); Q(x,y))$ siendo P y Q funciones con derivadas parciales continuas en una región que contiene a R, se verifica: $\oint_C P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \iint_R (Q'_x - P'_y)dxdy$
Verificar el cumplimiento del teorema siendo $\vec{F}(x,y) = (x^2 + y^2; 2xy)$ y R la región comprendida entre la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$, el eje x y la recta x=4.

Nota: En este caso deben resolverse la integral de línea y la integraal doble, debiendo obtenerse el mismo resultado en ambos casos. La complejidad de la tarea es superior pues se debe llevar a cabo una verificación

(https://qoodle.uvq.edu.ar/pluginfile.php/1427784/mod_folder/content/0/P3%202021.2.pdf?forcedownload=1)

Por el modo en que los temas fueron trabajados en las clases teóricas y prácticas del curso testigo B, creemos que sus estudiantes no se enfrentaron a lo que Edith Litwin califica como un proceso reflexivo novedoso al que no se hubiesen enfrentado durante el proceso de enseñanza. No se esperaba que la alumna o el alumno aprendiese en ese momento el Teorema de Green, sino que a partir de su enunciado pusiera en práctica los conocimientos adquiridos en clase. El tipo de consigna no resultó novedoso para el curso, ya que a lo largo del cuatrimestre se habían propuesto actividades en las que temas no incluídos en el programa de la asignatura sirviesen para trabajar los contenidos propios de la misma. El ejercicio cuyo enunciado aparece en la Figura 10.22, por ejemplo, no tenía por objetivo el de detenerse en la fórmula de Laplace sino simplemente practicar el cálculo de derivadas parciales sucesivas.

Figura 10.22

Ejercicio extraído de la Guía de Trabajos Prácticos del curso testigo B

10) Analizar si las siguientes funciones verifican la ecuación de Laplace: $\mu_{xx} + \mu_{yy} = 0$

a) $\mu(x, y) = x^2 - y^2$ b) $\mu(x, y) = x^2 + y^2$

c) $\mu(x, y) = e^{-x}\cos(y) - e^{-y}\cos(x)$ d) $\mu(x, y) = ln\sqrt{x^2 + y^2}$

Nota: Aún cuando solo deben calcularse un par de derivadas parciales segundas, la actividad se basa en la verificación de una ecuación que permite modelar diversos fenómenos físicos que no dependen del tiempo, como la temperatura en la ley de Fourier de transferencia de calor, o el potencial electrostática en la ley de Ohm de conducción (https://presencial.uvq.edu.ar/pluginfile.php/449522/mod_resource/content/1/TP5%20.pdf)

Teniendo en cuenta la importancia que la resolución de ecuaciones diferenciales tiene en la formación de todo futuro ingeniero, decidimos analizar de qué modo había sido evaluado el tema. En el curso testigo A la consigna consistió en resolver una ecuación diferencial lineal (Figura 10.23). En cambio, las alumnas y alumnos del curso testigo B se encontraron con un modelo matemático que había sido comentado durante una de las clases prácticas. En este caso, la solución de la ecuación diferencial debía aplicarse para determinar el tiempo en que un cuerpo alcanzaba una temperatura determinada (Figura 10.24).

Figura 10.23

Enunciado de uno de los ejercicios tomados en el Primer Parcial del curso testigo A.

Ejercicio 1: Resolver la ecuación diferencial $x\frac{dy}{dx} - 4y - x^5 \sec x \; tgx = 0$, y encontrar la solución particular que cumpla $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3$

Nota: La actividad consiste en resolver una ecuación diferencial lineal y obtener su solución particular.(https://presencial.uvq.edu.ar/pluginfile.php/514592/mod_assign/introattachment/0/AM2A-Parcial%202%20-%20Tema%201%20-%202C2021.pdf?forcedownload=1)

Los estudiantes del curso testigo B se enfrentaron a algo más que la resolución de un ejercicio, pero el contenido de la evaluación respetaba los aprendizajes brindados: la Ley de enfriamiento de Newton fue uno de los fenómenos que se utilizaron para ejemplificar la aplicación de ecuaciones diferenciales durante las clases prácticas, y todos los estudiantes que tomaron parte del estudio tuvieron acceso al video didáctico correspondiente (al cual nos referiremos en el próximo capítulo)

Figura 10.24

Enunciado de un problema de parcial del curso testigo B

Ejercicio 3:

La ley de enfriamiento de Newton establece que la razón de cambio de la temperatura T de un cuerpo es directamente proporcional a la diferencia de temperatura de dicho cuerpo y la temperatura del ambiente donde se encuentra. La expresión matemática que representa esta ley es la EDO:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_o)$$

Donde k >0 es la constante de proporcionalidad y T_o, la temperatura ambiente. Hallar la solución general que permitirá dar la fórmula de la temperatura del cuerpo en un momento determinado. Sabiendo que la temperatura de un cuerpo es de 100°C en el instante t=0 y 3 minutos después se enfría hasta llegar a los 70°C, ¿cuánto tiempo será necesario esperar para que su temperatura descienda a 31°C?

Nota: El problema consiste en obtener la solución particular para resolver un problema concreto.
(https://presencial.uvq.edu.ar/pluginfile.php/449514/mod_assign/introattachment/0/Parcial%201.pdf?forcedownload=1)

Hemos comentado que ninguno de los videos que pusimos a disposición de quienes tomaron parte del estudio había sido utilizado por los estudiantes del curso testigo A, a diferencia de lo que se observara con las alumnas y alumnos del curso testigo B. Éstos fueron responsables de 24 de las 35 vistas recibidas por el video mencionado en el párrafo anterior, lo que a la luz de lo expuesto en la presente sección, ello no debería sorprendernos. Tal como lo señalaran oportunamente Paula Sceni y Daniela Igartúa (2020):

> Para los alumnos, solo aquello que es evaluado es percibido como realmente importante (p.138).

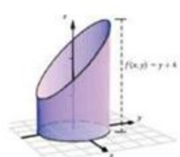
Considerando la carga horaria de la materia, sus vastos contenidos y la calidad del material que la docente a cargo del curso subiera al campus (que incluía exámenes parciales tomados en cuatrimestres anteriores), resulta entendible que los estudiantes del curso testigo A no consultasen el material adicional que si fuera tenido en cuenta por las alumnas y alumnos del curso testigo B. Estos también disponían de exámenes parciales tomados por la docente a cargo de su curso en cuatrimestres anteriores, y en los mismos encontraron problemas como el que se muestra en la Figura 10.25. Si bien la consigna resulta elemental y no está vinculada con ninguna de las demás asignaturas, la interpretación del enunciado lo convierte en una situación extra matemática que habrá de resolverse utilizando los contenidos de la asignatura.

Figura 10.25

Problema extraído de uno de los parciales tomados durante la pandemia en el curso testigo B

Ejercicio 2:

Se quiere pintar ambos lados de la pared del cilindro cuya base es la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$ y cuya altura en cada punto está dada por la función $f(x, y) = y + 4$ como se muestra en la figura. Calcular el área a pintar.

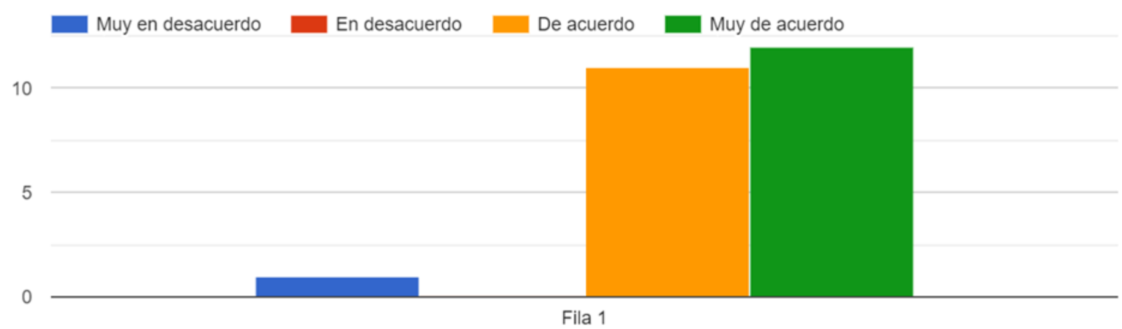


Nota: La sola interpretación del enunciado convierte a la actividad en un verdadero problema (https://presencial.uvq.edu.ar/pluginfile.php/449576/mod_resource/content/1/Parcial%203)

Aún cuando el porcentaje de estudiantes que aprobaran la asignatura en el curso testigo A (21,95 %) fuese superior al de quienes lo hicieran en el curso testigo B (14,28 %), consideramos que la actitud hacia la materia podría explicar porqué el nivel de retención fue superior en el grupo cuyo rendimiento académico resultara ser inferior. En la Figura 10.26 vemos que solo una de las personas entrevistadas al comenzar el cuatrimestre no estuvo ni de acuerdo ni muy de acuerdo con el ítem *aún siendo muy* *abstracta, la Matemática permite comprender al mundo real,* y fueron los estudiantes del curso testigo B quienes tuvieron mayor oportunidad de trabajar con las aplicaciones a problemas reales a lo largo del cuatrimestre.

Figura 10.26

Respuesta de los estudiantes al ítem "Aún siendo muy abstracta, la Matemática permite comprender al mundo real"



Nota: La opinión de los encuestados es prácticamente unánime, y solo uno de los encuestados estuvo en desacuerdo. Ello refleja ya en la encuesta preliminar la actitud positiva de los estudiantes hacia la Matemática

(https://docs.google.com/forms/d/1OLFAq_cmBmFkNep1s2e-RpkumqjpF7cMIspjpcAMhwA/edit#responses)

El problema que se tomara en el curso testigo B cuyo enunciado se muestra en la Figura 10.24 es un claro ejemplo de la metodología que se aplicara en el presente estudio. Ejercicios similares habían sido resueltos durante la clase práctica, y el modelo matemático del fenómeno era objeto de uno de los videos disponibles en el campus. La obtención de la solución particular de la ecuación diferencial describe un proceso del mundo real, lo que de por si representa una motivación para su estudio. Y si la alumna o el alumno hacia un buen uso del recurso puesto a su disposición, podía responder adecuadamente a la consigna del parcial.

Creemos que el criterioso empleo del material grabado resultó provechoso en mayor o menor medida para quienes lo utilizaron, y por esa razón analizaremos en el próximo capítulo algunos de los videos que subiéramos oportunamente al canal de YouTube.

Capítulo 11

Análisis de los videos didácticos y las clases grabadas preparados específicamente para el presente estudio

A lo largo del segundo cuatrimestre del año 2021, se grabaron más de setenta videos para los cursos de Matemática III (curso piloto) y Análisis Matemático II A (cursos testigo A y B). Aun cuando algunos habían sido grabados poco antes de comenzar el cuatrimestre, la mayoría de ellos corresponde a clases dictadas durante el mismo. Sin embargo, en la medida de lo posible, éstas no fueron registradas en forma íntegra, sino que se las dividió en tramos que correspondían a desarrollo de ejemplos puntuales o exposiciones referidas a temas específicos. De ese modo se intentó mantener las características propias de los videos didácticos y facilitar su empleo como material de consulta.

A continuación nos detendremos en el análisis de algunos de ellos, seleccionados por su elevado número de vistas (es decir, el número de veces que fuera visitado el link), la retención del público (es decir, el interés que alumnas y alumnos manifestaron respecto de algunos momentos particulares del video) o sus contenidos nos brindasen información relevante para el presente estudio.

Modelos matemáticos obtenidos resolviendo ecuaciones diferenciales

Estos videos se grabaron con el fin de complementar las clases de ecuaciones diferenciales de los cursos testigo, y el material fue someramente descripto en la sección 8.3.3. Seguidamente, tal como lo anticipamos, detallaremos características relevantes de los videos correspondientes a este grupo.

***Título**: EDO, Problema 19*

Duración: 24:58 (minutos y segundos)

Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=JXnbnNPT3jQ

Contenido: A partir del hecho de que existe una fuerza que se opone al movimiento de un cuerpo sumergido en un fluido proporcional a la velocidad del mismo, se obtiene la expresión de la velocidad como función del tiempo, se grafica dicha función y se introduce el concepto de velocidad límite (que alumnas y alumnos de Ingeniería de los Alimentos aplicarán en la asignatura Procesos Unitarios).

Durante los últimos diez minutos del video se presenta un segundo ejemplo basado en un clásico problema de Dinámica de los Fluidos que permite introducir el concepto de viscosidad. La solución de la ecuación diferencial se introduce en un pequeño programa de computadora que permite representar la velocidad con la que burbujas de gas de diversos diámetros ascienden dentro de un vaso con agua

Número de vistas: La Figura 11.1 muestra la cantidad de vistas recibidas por el video y las fechas en las que las mismas se produjeron. Se observa que solo las diez primeras vistas corresponden a alumnas y alumnos del curso testigo B. Debido a su contenido, los videos también se pusieron a disposición de estudiantes de Física I de Ingeniería de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) y de Bioquímica de la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ), a quienes corresponden las restantes vistas.

Figura 11.1

Número de vistas del video "EDO, Problema 19"

Nota: El gráfico indica el número de vistas por fecha para el video en cuestión. El rectángulo señala el número de vistas correspondientes a alumnas y alumnos del curso testigo B, y representa una intervención sobre la fuente

(https://studio.youtube.com/video/JXnbnNPT3jQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Retención: La retención del video (Figura 11.2) se ubica dentro de la habitual para los de igual extensión durante los primeros 18 minutos, durante los cuales se explica brevemente el fenómeno, se procede a obtener la solución particular del sistema, se obtiene la asíntota de la función (para obtener la velocidad límite) y se grafica aproximadamente la curva obtenida.

Durante los seis últimos minutos la retención desciende por debajo del rango inferior para videos de igual duración. En esta parte del video se propone un problema similar al resuelto anteriormente; pero en este caso, la fuerza resistente queda explícitamente definida a partir de la Ley de Stokes. La solución de la ecuación diferencial (que en este caso no se obtiene explícitamente) se convierte en una línea de un programa de computadora que permite graficar la velocidad en función del tiempo para cuerpos de distinto diámetro, y que puede observarse en la Figura 8.10.

En el extremo inferior derecho de la Figura 11.2 se reproducen las capturas de pantalla correspondientes a los únicos dos picos de interés que presenta el video durante los últimos minutos. El primero de ellos corresponde al momento en que se muestra en pantalla el programa de computadora, en tanto que durante el segundo se lo ejecuta. Las curvas que se obtienen mediante el mismo (que pueden observarse claramente en la Figura 8.11) muestran que el valor de la velocidad límite alcanzada por el cuerpo esférico que se desplaza dentro del fluido depende del radio del mismo.

Figura 11.2

Retención del video “EDO, Problema 19”

Nota: En color gris se indica el margen de retención habitual para videos de igual duración. En color azul, la retención del video registrada hasta principios del mes de Febrero del 2022. Se agregaron miniaturas que muestran algunos de los contenidos del video. De izquierda a derecha: resolución de la ecuación diferencial; power point que ilustraba al problema; programa utilizado; y curva obtenida mediante dicho programa (https://studio.youtube.com/video/JXnbnNPT3jQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Título**: **EDO, Problema 18

Duración: 9:39 (minutos y segundos)

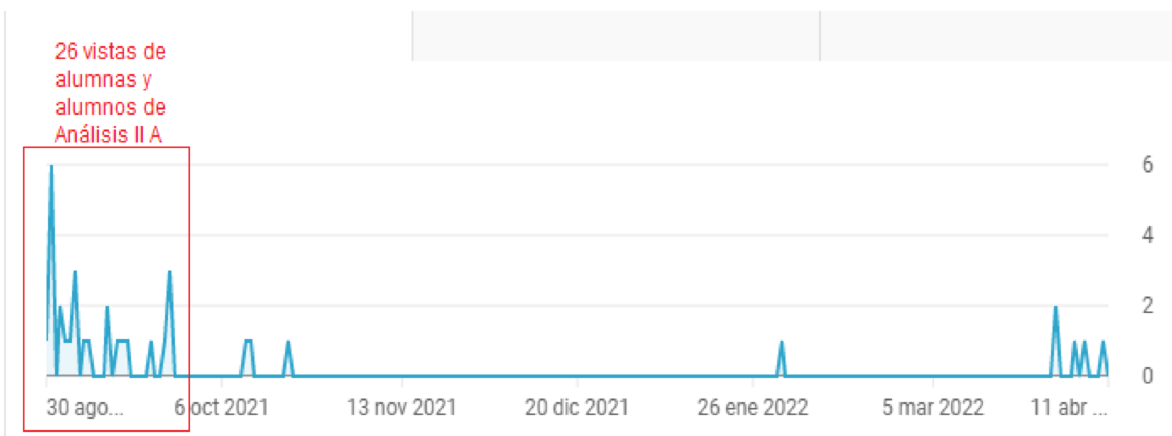
Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=UK6uoPo_A44

Contenido: Partiendo de la ecuación de Newton que permite estudiar el modo en que un cuerpo alcanza el equilibrio térmico con el medio (suponiendo que la temperatura del mismo permanece constante), se resuelve la ecuación diferencial y se grafica la curva obtenida. La duración de éste video es muy inferior a la del anterior, y se limita a mostrar la resolución de un único ejemplo (extraído nuevamente de la Guía de Trabajos Prácticos de la materia).

Número de vistas: 35 (treinta y cinco), de las cuales 26 (veintiséis) correspondieron a alumnas y alumnos del curso testigo B (Figura 11.3)

Figura 11.3

Número de vistas del video "EDO, Problema 18"

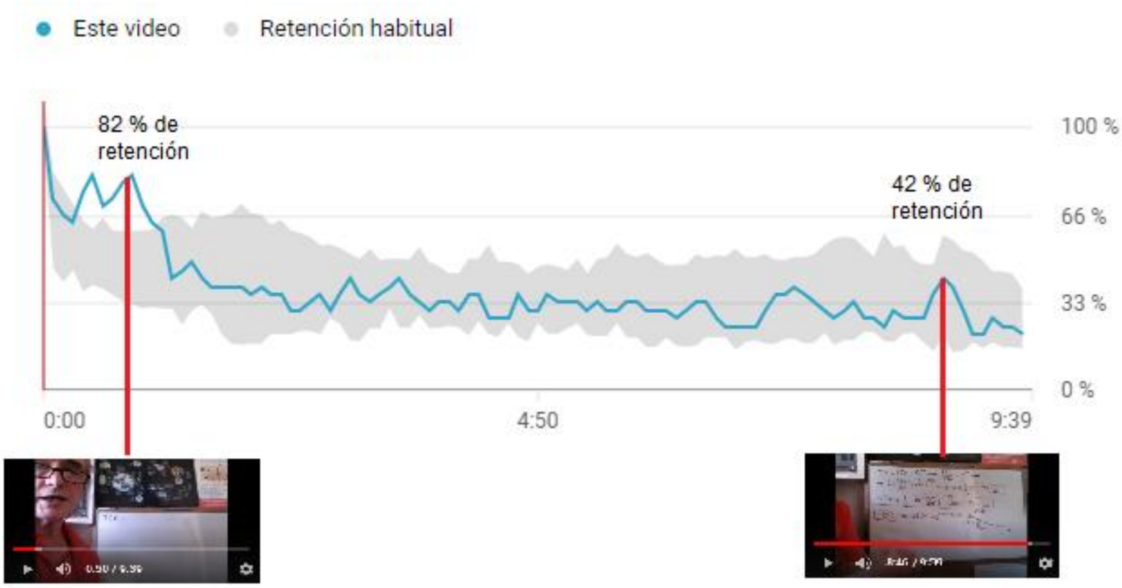


Nota: El recuadro vuelve a señalar el número de vistas de alumnas y alumnos del curso testigo B (https://studio.youtube.com/video/UK6uoPo_A44/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Retención: La retención (Figura 11.4) se mantiene dentro de los porcentajes habituales para los videos de igual duración prácticamente durante toda su extensión. Solo se observa un pico importante al comenzar el video, mientras se explica brevemente el fenómeno bajo estudio. El pico indicado durante los últimos segundos corresponde al momento en el que se brinda una interpretación al comportamiento asintótico de la curva obtenida. Resulta significativo el hecho de que el interés de quienes lo visitaron fuese muy elevado durante los primeros instantes, en coincidencia con la breve explicación del fenómeno físico descripto mediante la ecuación diferencial que daba origen al problema.

Figura 11.4

Retención del video "EDO, Problema 18"



Nota: En este caso se agregaron al gráfico original las miniaturas correspondientes a dos de los picos de retención (https://studio.youtube.com/video/UK6uoPo_A44/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Título**: **Movimiento Oscilatorio Armónico

Duración: 17:43 (minutos y segundos)

Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=h0QlYlV0Y_c

Contenido: La ecuación diferencial que permite analizar el movimiento de un carrito unido a una pared mediante un resorte brinda la oportunidad de resolver una ecuación diferencial de segundo orden del tipo homogénea con coeficientes constantes.

Número de vistas: 33 (treinta y tres) vistas, de las cuales solo 9 corresponden a alumnas y alumnos del curso testigo B. Como sucedió en el caso del primero de los videos analizados, las restantes vistas correspondieron a estudiantes de Física I

Retención**:** La retención (Figura 11.5) estuvo apenas dentro de los límites habituales para videos de igual duración. El primer pico de atención se produjo cuando se obtuvo la solución general de la ecuación diferencial, y el segundo, el momento en el que se llegó a la solución particular a partir de las condiciones iniciales propuestas.

Figura 11.5

Retención del video "Movimiento Oscilatorio Armónico"

Nota: Las dos primeras miniaturas corresponden a momentos de la explicación; las dos últimas a la presentación de las simulaciones dinámicas correspondientes al MOA y al movimiento oscilatorio amortiguado

(https://studio.youtube.com/video/h0QlYlV0Y_c/analytics/tab-overview/period-lifetime)

La retención descendió por debajo de los niveles habituales cuando se presentaron a los estudiantes un par de simulaciones dinámicas, la primera correspondiente al MOA ideal (que puede observarse en la Figura 8.11), y la segunda a una oscilación amortiguada. El último pico de retención se produjo justamente cuando ésta última se puso en pantalla, pero la retención de ese instante ya se encontraba muy por debajo de la habitual.

***Título**: EDO, Volumen drenado en función del tiempo*

Duración: 12:51 (minutos y segundos)

Disponible en**:** https://www.youtube.com/watch?v=piuTSJgIGMo

Contenido: Uno de los fenómenos que las alumnas y alumnos de Ingeniería en Alimentos estudian en la asignatura Química de los Alimentos es el del drenado de líquido en función del tiempo para una espuma. Gracias a los valores experimentales que la docente a cargo de la materia nos brindara oportunamente, resolvimos la ecuación diferencial que permite calcular el volumen de líquido drenado en función del tiempo, e introdujimos la solución dentro de un pequeño programa de computadora. Gracias al mismo, pudimos graficar la curva correspondiente al fenómeno junto con los valores experimentales. Ello nos permitió comprobar la validez del modelo matemático utilizado.

Durante los últimos minutos comparamos la solución obtenida con la curva de regresión logarítmica obtenida mediante una planilla de cálculo, convirtiendo la actividad en un problema abierto.

Número de vistas: 8 (ocho) de alumnas y alumnos del curso testigo B

Retención: Aun cuando el número de vistas recibidas por este video no es tan elevado como el de los dos casos comentados previamente (Figura 11.6), su análisis cualitativo resulta particularmente interesante.

Figura 11.6

Retención del video "EDO, Volumen drenado en función del tiempo"

Nota: Al compararse la atención del video con la de otros de igual duración se observa bastante disparidad, con picos y mesetas que corresponden a contenidos de particular interés. Las primeras tres miniaturas marcan el planteo del problema y la resolución de la ecuación diferencial del modelo; las dos miniaturas siguientes se tomaron en el momento en que se presenta el programa utilizado y la gráfica que se obtuvo con el mismo; finalmente, las dos últimas miniaturas muestran cómo se dibuja el diagrama de dispersión a partir de los datos experimentales y cómo se obtiene la curva empelando el modelo de regresión logarítmico (https://studio.youtube.com/video/piuTSJgIGMo/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Tal como lo expresamos al resumir su contenido, se trata de un video ambicioso, ya que desde el principio (primero de los picos señalados en la imagen) se advierte a alumnas y alumnos que la solución de la ecuación diferencial habrá de convertirse en una línea del programa que permitirá confirmar la validez del modelo matemático. Recién en el segundo de los picos de atención (después de que transcurriera alrededor de la cuarta parte del video) comienza la resolución manual de la ecuación, que demanda alrededor de tres minutos (se trata de una ecuación en variables separables que se resuelve mediante una integral inmediata).

El pico más alto en la atención se produce cuando alumnas y alumnos comprueban que la solución particular obtenida efectivamente representa una de las líneas del programa (imagen que puede observarse claramente en la Figura 8.13); y el siguiente pico de atención, poco antes de los ocho minutos, se produce cuando el modelo matemático es confrontado exitosamente con los valores experimentales, cosa que claramente se observa en la gráfica obtenida mediante el programa.

El interés vuelve a subir cuando se introduce el concepto de modelo de regresión, y sorprende observar la atención con la que se sigue la explicación del modo de utilizar la planilla de cálculo. Los últimos dos picos de atención indicados en la imagen coinciden con la obtención del diagrama de dispersión (a partir de los valores experimentales disponibles) y con el trazado automático de la curva de regresión correspondiente al modelo logarítmico (que aparece en la Figura 8.14).

Título**: **EDO, Crecimiento bacteriano

Duración: 21:04 (minutos y segundos)

Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=HQerO0qyh84

Contenido: El hecho de que la velocidad con la que el número de bacterias crece resulta proporcional a la cantidad de bacterias presentes en un instante determinado da lugar a uno de los ejemplos de aplicación más comúnmente empleados dentro del tema de ecuaciones diferenciales. Sin embargo, a nuestro criterio, es necesario ubicar a los estudiantes dentro del contexto propio de la Microbiología, aclarando que la solución de la ecuación diferencial que se desprende del hecho señalado al principio del presente párrafo solo corresponde a una de las etapas del fenómeno.

Es por ello que durante algunos años introducíamos al problema con una breve presentación titulada “Biorreactores”. La respuesta de alumnas y alumnos era muy positiva, y ello nos llevó a preparar un video que incluye algunas de las diapositivas de aquella presentación.

Número de vistas: total 7 (siete), todas de alumnas y alumnos del curso testigo B. Cabe aclarar que este video, debido al reducido número de vistas recibidas, no se encuentra dentro del grupo señalado en el margen superior izquierdo del diagrama de la Figura 10.14. Sin embargo, debido a su temática, decidimos incluirlo dentro de la presente reseña.

Retención: Basta con comparar la retención del presente video con la habitual para los de su misma duración para comprobar que nuestras expectativas, en cierta medida, fueron defraudadas. Se observa (Figura 11.7) que prácticamente a lo largo de toda su duración la retención resultó ser inferior a la habitual.

El primero de los picos coincide con el momento en que presentamos el enunciado del problema. Hasta ese momento habíamos hecho referencia al tema y a la bibliografía específica utilizada para obtener los datos experimentales que permitirían resolverlo. El siguiente pico señalado en la imagen coincide con el momento en que se obtuvo la solución general de la ecuación diferencial.

Figura 11.7

Retención del video "EDO, Crecimiento bacteriano"

Nota: La retención fue bastante inferior a la habitual para videos de la misma duración (obsérvese que la línea azul se encuentra por debajo de la zona gris prácticamente durante toda la grabación). Las últimas dos miniaturas corresponden al power point "Biorreactores" que fuera presentado durante el video

(https://studio.youtube.com/video/HQerO0qyh84/analytics/tab-overview/period-lifetime)

El tercer pico de retención se produce cuando se expresa la solución particular. La meseta es abandonada en el momento en que aparece el programa dentro del cual se introdujo la solución de la ecuación diferencial obtenida, alcanzándose uno de los picos más altos de retención cuando se verifica la validez del modelo al compararse la curva con los valores experimentales.

La atención disminuye notablemente cuando ponemos en pantalla las imágenes correspondientes a la presentación, y apenas vuelve a subir cuando mencionamos a los reactores tipo batch, o cuando mostramos las curvas de crecimiento bacteriano y decrecimiento de sustrato que se obtienen una vez resuelto un sistema de ecuaciones diferenciales.

Observación: La presentación a la que nos referimos al hablar del contenido del video tiene por único fin ubicar al problema dentro del contexto propio de la Microbiología; a nuestro criterio, distintas variantes del enunciado del mismo (Valiente Barderas, 1998, p. 83; Zill, 1999, p. 72) no dejan en claro que solo se está describiendo una de las fases del crecimiento de un microorganismo, la exponencial. El power point puede obtenerse en: https://docs.google.com/presentation/d/1iuti8IIlXlSmugoCWyC1az8FewNSNWef/edit#slide=id.p1

Gradiente, plano tangente y recta normal a una superficie

El segundo grupo de videos en el que hemos de detenernos está conformado por cuatro videos tomados durante la clase del curso piloto del día 30 de Septiembre del 2021. Tal como lo comentáramos en secciones anteriores, dicha clase fue dividida en segmentos para que su contenido resultase más accesible.

***Título**: Gradiente en un punto*

Duración: 23:06 (minutos y segundos)

Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=jCk9XGrejCw

Contenido: Después de repasar el concepto de derivada visto en Análisis I, se definen las derivadas parciales para campos escalares de dos variables independientes. Se calcula a modo de ejemplo la derivada de una función por definición, para luego resolver ejemplos utilizando la tabla de derivadas y las propiedades.

Número de vistas (Figura 11.8): 12 (doce) alumnas y alumnos del curso piloto y 6 (seis) de alumnas y alumnos del curso testigo B (la última de ellas corresponde a la única alumna de dicho curso que rindió el Integrador de la materia en Febrero del 2022)

Retención: La gráfica de retención del presente video (Figura 11.9) refleja un gran interés por el contenido durante los primeros diez minutos (que aparece dentro o por encima de los límites correspondientes a la retención habitual) para luego caer abruptamente por debajo del límite inferior. Ello está directamente relacionado con los contenidos: durante los primeros minutos se presenta el tema a partir de una situación concreta, se define al gradiente de la función en un punto dado y se llega a representar gráficamente dicho vector en el momento representado por el último de los fotogramas.

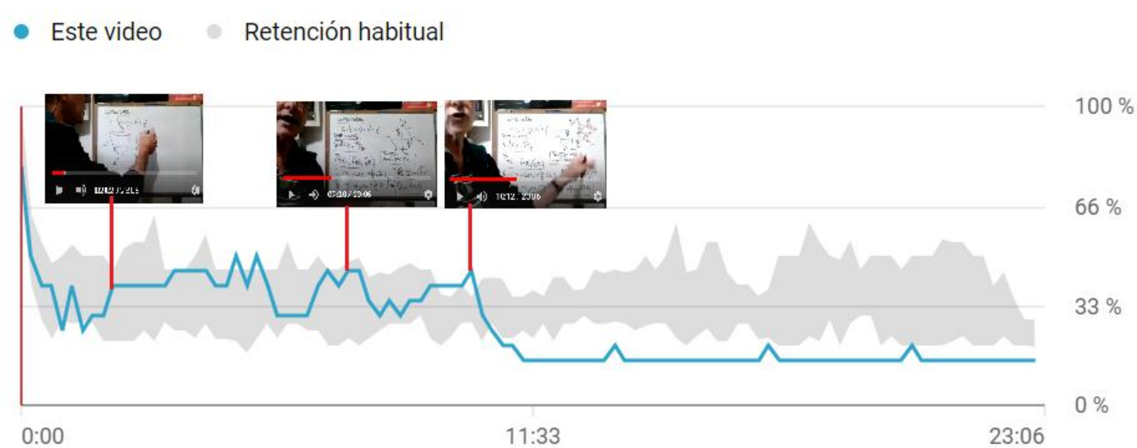
Figura 11.8

Número de vistas del video "Gradiente en un punto"

Nota: En este caso se discriminaron las doce vistas de alumnas y alumnos del curso piloto respecto de las de los estudiantes de los cursos testigo B. Éstas últimas incluyen las de una de las alumnas que rindió integrador en Febrero del 2022 (https://studio.youtube.com/video/jCk9XGrejCw/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Figura 11.9

Retención del video "Gradiente en un punto"



Nota: A los diez minutos de comenzado el video (último de los picos , en correspondencia con la tercera miniatura a partir de la izquierda), la retención alcanza el 47 % para luego caer por debajo de la retención habitual

(https://studio.youtube.com/video/jCk9XGrejCw/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Título**: **Repaso de las fórmulas del plano tangente

Duración: 13:46 (minutos y segundos)

Disponible en**:** https://www.youtube.com/watch?v=ramBdtLOSCQ

Contenido: Se repasa la ecuación del plano tangente a una superficie en un punto y se señala la relación entre el gradiente (definido al comenzar la clase) y el vector normal al plano.

Número de vistas (Figura 11.10): 11 (once) de alumnas y alumnos del curso piloto y solo 5 (cinco) de alumnas y alumnos del curso testigo B (la última de ellas corresponde nuevamente a la alumna que rindió Integrador de la materia en Febrero del 2022)

Figura 11.10

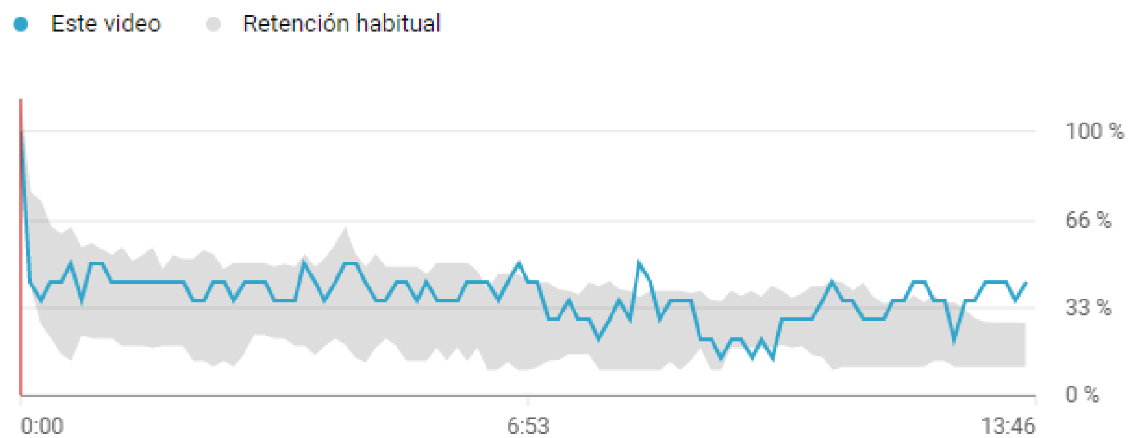
Número de vistas del video "Repaso de las fórmulas del plano tangente"

Nota: El número de vistas de los estudiantes del curso piloto duplica el de los de los del curso testigo B (https://studio.youtube.com/video/ramBdtLOSCQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Retención (Figura 11.11): A diferencia de lo observado en la última mitad del video anterior, la atención se encuentra en este caso dentro o por encima de los niveles de retención habituales para videos de la misma duración. El interés de alumnas y alumnos del curso piloto en el tema queda reflejado por el hecho de que el número promedio de vistas por estudiante es muy elevado (próximo a cuatro). Ello no debe sorprendernos, ya que los temas de Geometría Analítica no son tocados en profundidad en las asignaturas de Matemática previamente cursadas por los estudiantes de la Licenciatura en Informática.

Figura 11.11

Retención del video "Repaso de las fórmulas del plano tangente"



Nota: Se observa que la retención se encuentra dentro de la normal para los videos de igual extensión (https://studio.youtube.com/video/ramBdtLOSCQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Título**: **Resolución de un problema (parte 1)

Duración: 27:27 (minutos y segundos)

Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=8XsN2VJeGss

Contenido: Después de haber utilizado un ejemplo típico durante la segunda parte de la clase, proponemos una función bastante compleja. El objetivo es obtener el plano tangente y la recta normal a la superficie que permite graficar a la función en un punto dado.

Número de vistas (Figura 11.12): 12 (doce) de alumnas y alumnos del curso piloto y solo 4 (cuatro) de los del curso testigo B (la última de ellas corresponde a la alumna que rindió Integrador en Febrero del 2022)

Retención (Figura 11.13): Como sucedió con el video anterior, el interés de alumnas y alumnos del curso piloto se refleja en el hecho de que el número promedio de visitas por estudiante resulta elevado (cada uno de ellos, en promedio, habría visto más de dos veces el video). Además, la retención supera durante buena parte de la extensión de la grabación los niveles habituales. Como se observa en los fotogramas que ilustran la gráfica, el uso del software facilitó la interpretación de los resultados obtenidos en forma analítica.

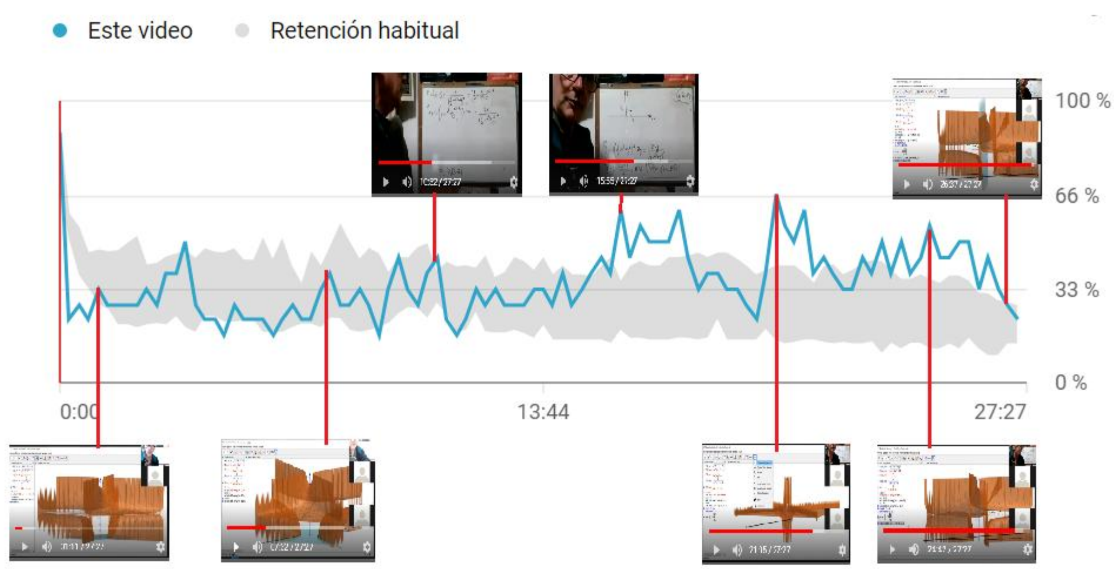
Figura 11.12

Número de vistas del video “Resolución de un problema (parte 1)”

Nota: Nuevamente se observa que el número de vistas de los estudiantes del curso piloto resulta superior a las de los del curso testigo B (https://studio.youtube.com/video/8XsN2VJeGss/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Figura 11.13

Retención del video “Resolución de un problema (parte 1)”



Nota: Las miniaturas muestran que buena parte de los picos corresponden con las presentaciones en las que se utiliza el GeoGebra (https://studio.youtube.com/video/8XsN2VJeGss/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Título*: *Resolución de un problema (parte 2)

Duración: 7:40 (minutos y segundos)

Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=Ptv6f50Pui8

Contenido: Se repasa la forma de obtener la ecuación vectorial de una recta para poner en evidencia la forma en que se utilizó el gradiente en el problema

Número de vistas (Figura 11.14): 6 alumnas y alumnos del curso piloto y 6 del curso testigo B (las últimas dos, de la alumna que rindiera Integrador en Febrero del 2022)

Figura 11.14

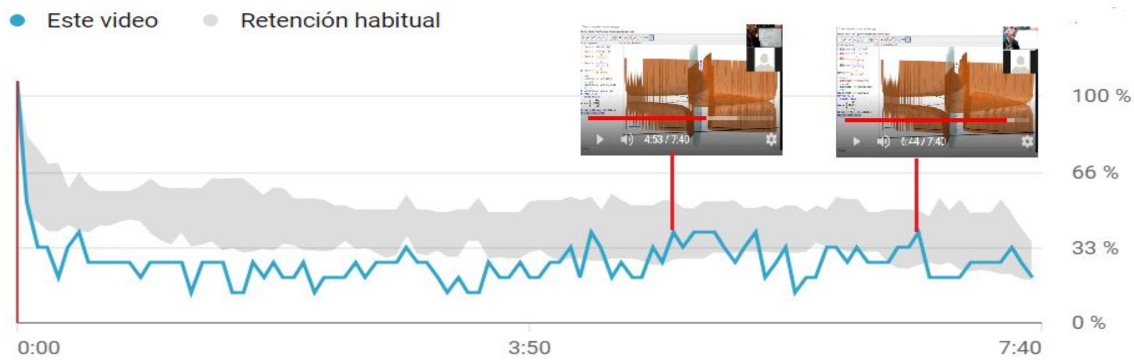
Número de vistas del video Resolución de un problema (parte 2)

Nota: El interés en el video de alumnas y alumnos del curso piloto fue inferior al que se observara con el video anterior. El pico en el extremo derecho corresponde nuevamente a la alumna del curso testigo B que rindiera Integrador en Febrero del 2022 (https://studio.youtube.com/video/Ptv6f50Pui8/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Retención (Figura 11.15): A diferencia de lo sucedido con los dos videos anteriores, la retención resulta inferior a la que habitualmente tienen los videos de esta duración. Tal como sucediera con el primero de los videos de este grupo, la retención disminuyó ante observaciones de tipo conceptual.

Figura 11.15

Retención del video Resolución de un problema (parte 2)



Nota: La disminución en el interés de alumnas y alumnos también se refleja en la retención, que es inferior a la habitual prácticamente durante los 7 minutos (https://studio.youtube.com/video/Ptv6f50Pui8/analytics/tab)

Coordenadas polares

En esta sección nos limitaremos a analizar el último de los cinco videos en los que fue dividida la clase de Matemática III del 21 de Octubre del 2021. Durante la primera mitad de la clase se resolvieron ejercicios de cálculo de volumen de cuerpos mediante integrales dobles en coordenadas cartesianas.

En la segunda parte de la clase se introduce un nuevo sistema de coordenadas, cuya utilidad en modelos matemáticos en los que se trabaja con ecuaciones diferenciales en variables separables (como el de transmisión de calor) lo hace particularmente útil para los estudiantes de Ingeniería en Alimentos.

Título*: *Clase del 21 de Octubre (Parte 5)

Duración: 40:18 (minutos y segundos)

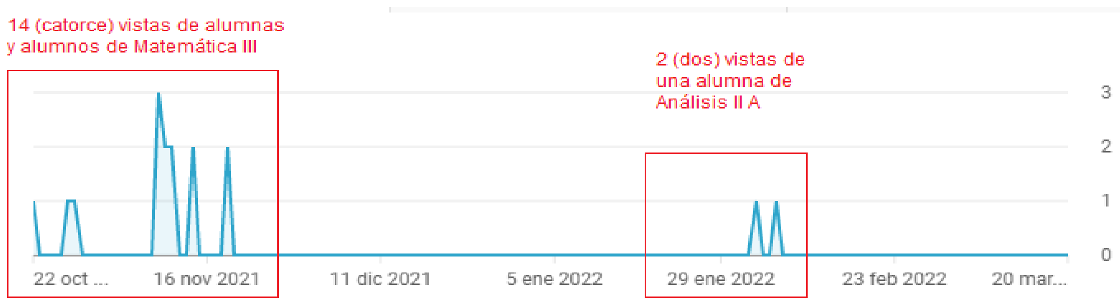
Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=8RXEHVFq2iQ

Contenido: Introducción al tema de cambio de sistema de coordenadas cartesianas a polares a través de un ejemplo

Número de vistas (Figura 11.16): 14 alumnas y alumnos del curso piloto (mas dos de la alumna que se presentara a rendir Integrador de Análisis Matemático II en Febrero del 2022, que no fueron contemplados en el momento de construir la gráfica que aparece en la Figura 10.14)

Figura 11.16

Número de vistas del video "Clase del 21 de Octubre (Parte 5)"



Nota: El interés por el contenido se refleja en el número de vistas que recibiera por parte de las alumnas y alumnos del curso piloto

(https://studio.youtube.com/video/8RXEHVFq2iQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Retención: Aún cuando no disponemos de los niveles de retención habituales para videos de la misma duración, el presente video amerita un análisis detenido. En el mismo se propone inicialmente demostrar la conveniencia de buscar un sistema de coordenadas distinto de las cartesianas para cierto tipo de cuerpo, para luego calcular un volumen en el nuevo sistema propuesto.

Se trata de un tema que presenta tanto interés como dificultad, lo que se refleja en elevado número de vistas (no debe olvidarse que todo el curso piloto había asistido previamente a la clase virtual sincrónica). Y los picos señalados se corresponden claramente con momentos significativos de la explicación.

El primero de ellos se produce a los 7 minutos de comenzado el video (Figura 11.17a), y corresponde al momento en que se explica cómo obtener la intersección entre las dos superficies que definen al cuerpo cuyo volumen habrá de calcularse. En dicho pico se alcanza un 80 % de retención.

Figura 11.17a

Primero de los picos de atención analizados del video "Clase del 21 de Octubre (Parte 5)"

Nota: En la parte superior se observa la miniatura correspondiente al momento, mientras que debajo señalamos el momento en que se produjo y el elevado porcentaje de retención recibido por el contenido

(https://studio.youtube.com/video/8RXEHVFq2iQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

El segundo pico es levemente inferior al anterior (73 %), y se produce apenas 5 minutos después del mismo (Figura 11.17 b). Corresponde al momento en que se muestra cómo el cambio de coordenadas (de cartesianas a polares) facilita la definición de los límites de integración y el cálculo del volumen solicitado por el problema.

El último de los picos de retención (cuyo valor también es del 73 %) tiene lugar a los 39 minutos de comenzado el video (prácticamente al finalizar el mismo), en el momento en el que, finalmente, se obtiene el volumen del cuerpo limitado por dos superficies (Figura 11.17 c).

Figura 11.17 b

Segundo de los picos de atención analizados del video "Clase del 21 de Octubre (Parte 5)"

Nota: Nuevamente señalamos el instante y el elevado porcentaje de retención debido al interés por el contenido (https://studio.youtube.com/video/8RXEHVFq2iQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Figura 11.17 c

Tercero y último de los picos de atención analizados del video "Clase del 21 de Octubre (Parte 5)"

Nota: Resulta significativo el hecho de que un pico de retención se manifieste prácticamente al finalizar el video

(https://studio.youtube.com/video/8RXEHVFq2iQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Números complejos

Los videos que conforman el presente grupo se diferencian de los analizados previamente por su extensión, ya que las clases fueron grabadas prácticamente sin interrupciones. Sin embargo, fue el tema (y no el formato) el que llevó a alumnas y alumnos a consultarlo en gran número de oportunidades. Cabe aclarar que éste grupo de videos fue visitado exclusivamente por las alumnas y alumnos del curso piloto, ya que el tema no está incluido en el programa de la asignatura Análisis Matemático II A.

Título**: **Clase del 4 de Noviembre

Duración: 1:38:51 (horas, minutos y segundos)

Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=tGuJehO-b8E

Contenido: Introducción al tema de cambio de números complejos y operaciones elementales entre ellos

Número de vistas: 13 (trece) de alumnas y alumnos del curso piloto

Retención: La información estadística que obtuvimos gracias a las estadísticas de nuestro canal de YouTube indica que en general, independientemente de la duración del video, la retención del mismo disminuye a lo largo del tiempo. Sin embargo, en este caso se observaron picos de valor creciente.

El primero de ellos coincide con el instante en que se define al número imaginario *i,* y tiene lugar a los 34 minutos de comenzar el video (Figura 11.18 a). El nivel de retención en ese momento alcanza el 36 %, siendo el menor de los seis picos registrado. Los siguientes tres picos de retención alcanzan el 45 %. El primero de ellos se registra a los 39 minutos (Figura 11.18 b), en el momento en que se explica el modo en que se representan gráficamente los números complejos.

Figura 11.18 a

Primero de los picos de retención analizados del video "Clase del 4 de Noviembre"

Nota: A diferencia de lo que sucede generalmente, la retención comienza a aumentar después de los primeros minutos del video (https://studio.youtube.com/video/tGuJehO-b8E/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Figura 11.18 b

Segundo de los picos de retención analizados del video "Clase del 4 de Noviembre"

Nota: Después de transcurridos los primeros cuarenta minutos se registra un pico que es aún superior al señalado pocos minutos antes (https://studio.youtube.com/video/tGuJehO-b8E/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Se observa otro pico de atención a los 50 minutos (Figura 11.18 c), coincide con el momento en el que se deja en claro el hecho de que tanto la parte real como la imaginaria de un número complejo son dos números reales. No se trata de un hecho trivial, teniendo en cuenta que se trata de un detalle conceptual en el que no suelen detenerse muchos estudiantes (lo que los lleva, por ejemplo, a cometer serios errores en el momento de calcular el módulo del complejo).

Figura 11.18 c

Tercero de los picos de retención analizados del video "Clase del 4 de Noviembre"

Nota: La retención se mantiene como consecuencia del interés en el contenido del video (https://studio.youtube.com/video/tGuJehO-b8E/analytics/tab-overview/period-lifetime)

El tercero de los picos de retención del 45 % se produce a los 59 minutos de comenzada la grabación (Figura 11.18 d), en el momento en que se explica el modo de restar dos complejos analítica y gráficamente.

Los últimos dos picos de retención alcanzan el 55%. El primero de ellos se produce a los 75 minutos de comenzado el video y corresponde al instante en el que el docente comparte su pantalla para mostrar de qué modo graficar la suma y resta de complejos utilizando el GeoGebra (Figura 11.18 e). El último de los picos de retención del video se produce a los 95 minutos (Figura 11.18 f), al obtenerse la expresión que permite calcular el cociente de dos complejos escritos en forma binómica.

Figura 11.18 d

Cuarto de los picos de retención analizados del video "Clase del 4 de Noviembre"

Nota: El interés de alumnas y alumnos se refleja en el hecho de que la retención se mantiene aún una hora después de comenzado el video (https://studio.youtube.com/video/tGuJehO-b8E/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Figura 11.18 e

Quinto de los picos de retención analizados del video "Clase del 4 de Noviembre"

Nota: La retención supera el 50 %, registrándose así un comportamiento completamente inusual (https://studio.youtube.com/video/tGuJehO-b8E/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Figura 11.18 f

Sexto y último de los picos de retención analizados del video "Clase del 4 de Noviembre"

Nota: La retención vuelve a superar el 50 % prácticamente al final del video. El hecho es aún más significativo si se tiene en cuenta que los estudiantes habían asistido a la clase virtual sincrónica y utilizaronn el video como material de consulta

(https://studio.youtube.com/video/tGuJehO-b8E/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Título*: *Clase del 8 de Noviembre

Duración: 1:22:51 (horas, minutos y segundos)

Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=PXSoA3-Ayjs

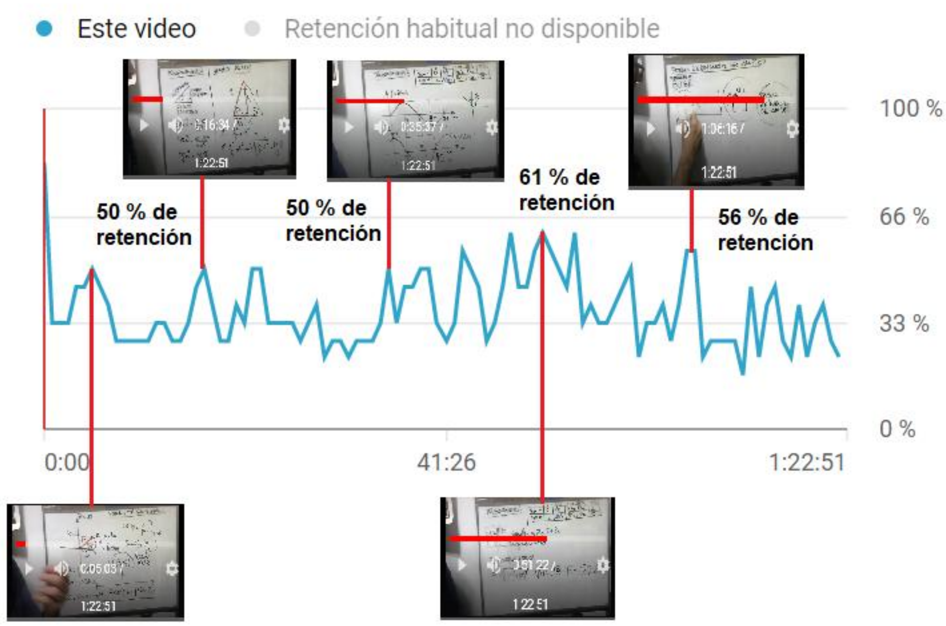
Contenido: Pasaje de complejos expresados en forma binómica a las formas polar y exponencial

Número de vistas: 16 alumnas y alumnos del curso piloto

Retención (Figura 11.19): Los porcentajes de retención vuelven a ser notablemente elevados, teniendo en cuenta la duración del video y el número de vistas que tuvo. Nuevamente, la complejidad del tema llevó a alumnas y alumnos a detenerse en momentos importantes dentro de la exposición. De izquierda a derecha, los picos señalados corresponden a los momentos en los que se presentó una segunda forma de expresar a los complejos (la polar), a la obtención de los valores usuales de las funciones trigonométricas, a la representación gráfica de las mismas, al mecanismo para convertir a un complejo expresado en forma binómica a la forma trigonométrica y, finalmente, a lo forma de pasar al complejo de la forma trigonométrica a la forma exponencial

Figura 11.19

Retención del video "Clase del 8 de Noviembre"



Nota: El interés en el material se pone de manifiesto al observarse no menos de cinco picos de retención superiores al 50% (https://studio.youtube.com/video/PXSoA3-Ayjs/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Título*: *Clase del 11 de Noviembre

Duración: 1:15:56 (horas, minutos y segundos)

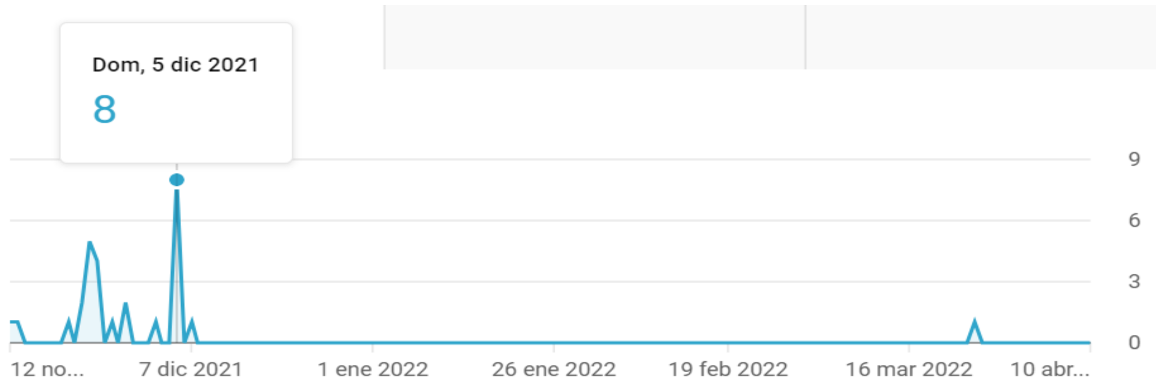
Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=tMO85D_Pe5w

Contenido: Obtención de raíces enésimas de un complejo y su aplicación en la resolución de ecuaciones

Número de vistas (Figura 11.20): 26 alumnas y alumnos del curso piloto. Obsérvese que tan solo el 5 de Diciembre se produjeron 8 vistas. Pero, además, y de acuerdo a la información obtenida a traves del campus, quedó de manifiesto que todas ellas correspondieron a una única alumna que, por motivos laborales, no pudo asistir a las clases sincrónicas y solicitó prórroga para la fecha de entrega de la actividad correspondiente al tema (lo que le permitió promcionar la asignatura).

Figura 11.20

Número de vistas del video “Clase del 11 de Noviembre”



Nota: Es notable el pico de vistas que se registrara el 5 de Noviembre, especialmente porque corresponden a una única alumna

(https://studio.youtube.com/video/tMO85D_Pe5w/analytics/tab-overview/period-year)

Retención (Figura 11.21): La retención apenas alcanza el 30 % en algunos momentos (por ejemplo, los dos últimos picos que se señalan en la imagen corresponden al planteo y finalización de la resolución de una ecuación). Sin embargo, el número de vistas muestra que la forma en que el video fue empleado resultó diferente al que observamos en el resto de ellos: cada vista fue utilizada para detenerse en una parte muy específica de la clase (el porcentaje de reproducción por vista es de tan solo el 6,7 %, uno de los más bajos registrados en el estudio)

El número de vistas se incrementa con el grado de dificultad

En la Tabla 11.1 hemos volcado información que permite analizar con mayor detenimiento el modo en que los tres videos de este grupo fueron empleados por las alumnas y alumnos del curso piloto. En la primera fila se reproducen las gráficas correspondientes al número de vistas diarias, dato recogido del canal de You Tube. Y en las tres últimas columnas se indica el número de vistas diarias recibidas por cada uno de los videos.

Figura 11.21

Retención del video "Clase del 11 de Noviembre"

Nota: La retención resulta ser muy baja, pudiéndose suponer que resulta ser inversamente proporcional al número de vistas

(https://studio.youtube.com/video/tMO85D_Pe5w/analytics/tab-overview/period-year)

La dificultad de los contenidos fue aumentando a lo largo de las clases, lo que se ve reflejado claramente en el número creciente de vistas recibidas por cada uno de los videos. Además, la información registrada en el campus permitió comprobar que aquellos estudiantes que por motivos personales no pudieron seguir el ritmo que el resto de sus compañeros, supieron aprovechar el recurso para resolver correctamente las actividades de evaluación parcial asincrónicas. Así, las cuatro vistas del jueves 2 de Diciembre corresponden al alumno A1 del grupo, en tanto que las once vistas del domingo 5 fueron efectuadas por la alumna A5 quien, por razones de trabajo, no pudo asistir a algunas de las clases y solicitó autorización para entregar su actividad de evaluación pocos días después de la fecha fijada por el cronograma. Cabe aclarar que la alumna pudo resolver sin cometer error alguno los problemas que se le asignaran en la actividad, *logrando así modo mantener la regularidad en la materia* (para, finalmente, promocionarla).

Tabla 11.1

Vistas recibidas por los videos de las clases del 5, el 8 y el 11 de noviembre del 2021

Vistas recibidas por cada uno de los videos			
Fechas	Clase del 5 de Noviembre	Clase del 8 de Noviembre	Clase del 11 de Noviembre
Sábado 20/11		3 vistas	1 vista
Lunes 22/11	1 vista	1 vista	2 vistas
Martes 23/11	2 vistas	6 vistas	5 vistas
Miércoles 24/11	1 vista		4 vistas
Viernes 26/11			1 vista
Domingo 28/11			2 vistas
Jueves 2/12	2 vistas	1 vista	1 vista
Domingo 5/12	2 vistas	1 vista	8 vistas

Nota: En la primera columna se indican las fechas, en tanto que las tres últimas columnas registran el número de vistas que cada uno de los tres videos recibiera en cada fecha. Dicha información, sumada a la que se obtuviera del campus, permitió determinar quiénes fueron los responsables de cada una de dichas vistas

Polinomio de Taylor

Este tema se encuentra dentro de una de las primeras unidades del programa de Análisis Matemático II; en cambio, representa la última unidad de Matemática III, y fue desarrollado durante las clases de los días 15, 18 y 25 de Noviembre. Los videos del tema subidos a nuestro canal son exclusivamente los que corresponden a dichas clases, de modo que las únicas vistas que recibieran corresponden a las alumnas y alumnos del curso piloto.

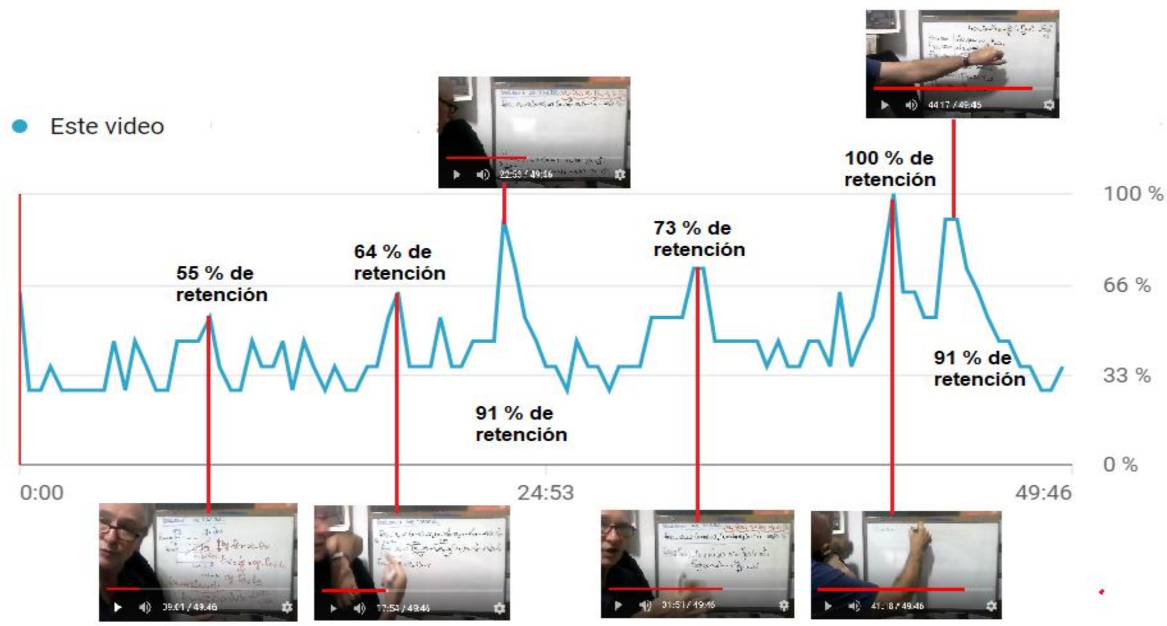
El hecho de que estos videos no pertenezcan a ninguno de los cuatro grupos señalados en la Figura 10.14 indica que el número de vistas recibidas no fue elevado. Sin embargo, creemos apropiado hacer un par de observaciones vinculadas con los mismos que consideramos significativas dentro del presente estudio.

La retención de los videos puede ser igual a mayor al 100 %

La primera parte de la clase del 15 de Noviembre tuvo una duración de aproximadamente cincuenta minutos, a lo largo de los cuales, partiendo del procedimiento de aproximación lineal visto en Análisis Matemático I, se obtuvo la expresión correspondiente al Polinomio de Taylor. El video recibió nueve vistas de alumnas y alumnos del grupo piloto, y el interés suscitado por el mismo fue tal que en un momento dado la retención alcanzó el 100 % (Figura 11.22).

Figura 11.22

Retención del video "Clase del 15 de Noviembre (Parte 1)"



Nota: Si bien es cierto que la retención fue muy elevada, hemos observado porcentajes superiores al 100% en algunos de los videos utilizados por nuestros estudiantes durante el año 2022, a pesar de que las clases se dictasen en forma presencial (https://studio.youtube.com/video/NDjCmekjMr4/analytics/tab-overview/period-lifetime)

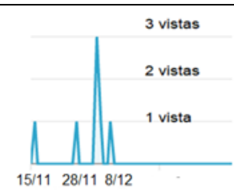
El hecho de que la retención sea igual o mayor al 100 % no es frecuente pero si posible, ya que significa que los usuarios observan una secuencia dada en más de una oportunidad. En este caso particular ello sucedió en el momento en que se propuso al curso un primer ejemplo de aplicación.

Valor que el curso piloto le brindó a los videos

Tal como lo indicamos en la sección anterior, la primera de las clases correspondientes al tema Polinomio de Taylor fue dividida en dos partes (la primera de 49 minutos de duración y la segunda de 33 minutos). En la Tabla 11.2 se indica la cantidad de vistas recibidas por cada uno de los dos videos durante el período transcurrido desde el 16 de Noviembre (fecha en que fueron subidos al canal) hasta el 8 de Diciembre (fecha en la que los videos fueron consultados por última vez por alumnas y alumnos del curso piloto). La comparación entre las fechas y el número de vistas recibidas por cada una de las dos partes del video parce indicar que alumnas y alumnos varones revisaron ambos videos en forma sucesiva en el momento de repasar los contenidos de la clase.

Tabla 11.2

Cantidad de vistas recibidas por dos videos correspondientes a una misma clase

Vistas recibidas por cada uno de los videos		
Fechas	Primera clase (Parte uno)	Primera clase (Parte dos)
Martes 16 de Noviembre	1 vista	1 vista
Lunes 28 de Noviembre	1 vista	1 vista
Sábado 4 de Diciembre	2 vistas	3 vistas
Domingo 5 de Diciembre	2 vistas	1 vista
Miércoles 8 de Diciembre	3 vistas	1 vista

Nota: Cada una de las dos últimas columnas indica el número de vistas recibidas por cada uno de los dos videos en as fechas que aparecen en la primera de las columnas

Cruzando la información que ofrece el campus con la que se obtiene de las estadísticas del canal de You Tube, construimos la Tabla 11.3, donde indicamos el número de vistas de cada uno de los estudiantes del grupo piloto a cada uno de los videos en los que se desarrollaba el tema polinomio de Taylor.

En este punto creemos apropiado efectuar el siguiente análisis: en la carta de control correspondiente al número de vistas recibidas por los videos correspondientes a cada una de las clases del grupo testigo B (Figura 10.8) se observa que las últimas no recibieron vista alguna, lo que refleja claramente que el proceso está fuera de control. La carta correspondiente al grupo piloto (Figura 10.11), en cambio, refleja un proceso bajo control. Esta última no incluye la información correspondiente a las últimas clases dictadas, pero los datos de la Tabla 11.2 indican que las alumnas y alumnos del curso piloto utilizaron el recurso incluso en las últimas semanas del cuatrimestre.

Tabla 11.3

Cantidad de vistas recibidas por cada uno de los videos del tema Polinomio de Taylor discriminadas por alumna o alumno del curso testigo

	Primera Clase (parte uno)	Primera Clase (parte dos)	Segunda Clase (Ejercicio 4b)	Segunda Clase (Ejercicio 4d)	Segunda Clase (Ejercicio 4f)	Tercera Clase
Alumno A1					2 vistas (27/11)	
Alumno A2	1 vista (28/11)	1 vista (28/11)		1 vista (28/11) 1 vista (30/11)		2 vistas (2/12)
Alumna A3	2 vistas (4/12)	3 vistas (4/12)	1 vista (4/12)	2 vistas (4/12)	2 vistas (4/12)	
Alumno A4	2 vistas (5/12)	1 vista (5/12)	1 vista (5/12)	1 vista (5/12)		1 vista (5/12)
Alumna A5	3 vistas (8/12)	1 vista (8/12)	1 vista (8/12)	1 vista (8/12)		1 vista (7/12)

Nota: Cada fila corresponde a una alumna o alumno del curso testigo, en tanto que las columnas, a partir de la segunda, brindan la información de cada uno de los videos

Es decir, los estudiantes del curso testigo B dejaron de utilizar los videos prácticamente tres semanas antes de la finalización del cuatrimestre, en tanto que los del curso piloto recurrieron a ellos hasta el momento de resolver correctamente la última de las actividades de evaluación obligatoria (¡sin necesidad de pasar a la instancia de recuperación!).

A nuestro criterio, disponemos de evidencias para pensar que el rendimiento académico de los estudiantes mejora al utilizar con criterio recursos tecnológicos tales como simulaciones dinámicas o programas de computadora para ilustrar los contenidos propios de las asignaturas del área Matemática. Además, al poner a disposición de alumnas y alumnos el material desarrollado por los docentes de las mismas no solo ofrecemos un recurso que favorece la autogestión del aprendizaje, sino que además, garantizamos la calidad de dicho material.

VII CONCLUSIONES

Capítulo 12

El presente estudio nos vuelve a mostrar que la inclusión de actividades vinculadas con problemas relacionados con otras ciencias mejora la actitud del alumnado hacia la Matemática, tal como lo observáramos años atrás, con estudiantes de Análisis Matemático II de la carrera Bioquímica. Pero, además, las singulares circunstancias en las que se llevó a cabo nos mostraron el valor de recursos como los videos docentes y el empleo de la tecnología para el cálculo y la simulación. El uso de estos recursos puede facilitar el aprendizaje de los conceptos de base que los futuros profesionales han de adquirir, y las herramientas de control disponibles nos permiten determinar hasta qué punto lo hacen.

Mostrar que la Matemática permite interpretar al mundo real modifica positivamente la actitud de los estudiantes

Al definir los objetivos específicos del presente trabajo, dijimos que nos proponíamos elaborar situaciones didácticas que permitiesen a los estudiantes ver de qué modo la Matemática se aplica a la resolución de problemas reales. Al respecto, recordemos las que describiéramos en el capítulo 8 del presente trabajo:

(i) Introducir el estudio de integrales impropias a partir de la función de densidad de probabilidad cuya variable aleatoria resulta ser el tiempo en el que se produce una reacción química;

(ii) Resolver las ecuaciones diferenciales correspondientes a diversos fenómenos físicos, como la fuerza resistente debida a la viscosidad, el enfriamiento de un cuerpo en función del tiempo (Ley de Newton), el volumen de espuma drenado en función del tiempo, el movimiento oscilatorio armónico o el decrecimiento bacteriano ;

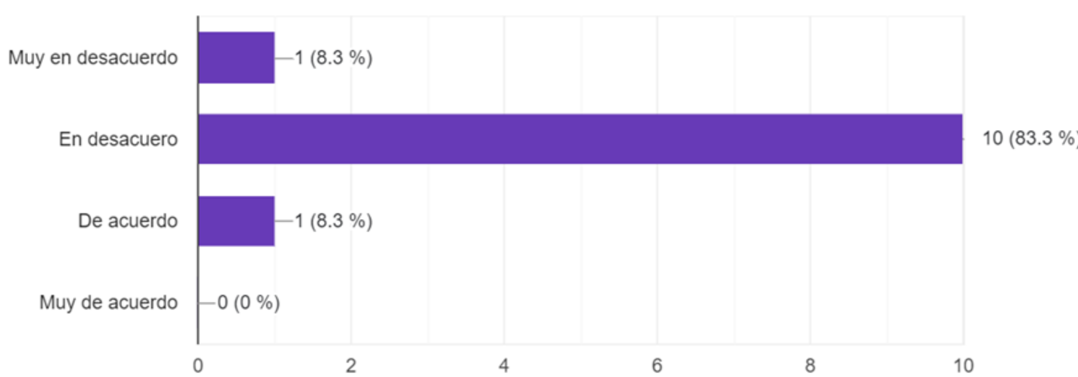
(iii) Utilizar métodos de optimización para la resolución de problemas geométricos.

A lo largo del presente estudio nos hicimos eco de la opinión de diversos autores respecto del efecto motivador de la resolución de problemas vinculados con el mundo real en los cursos de Matemática. En el capítulo 9 comentamos las respuestas brindadas por los estudiantes de los cursos testigo a una entrevista preliminar, y señalamos que el 27 % de quienes la respondieron dijeron estar de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem *no veo cómo aplicar los conocimientos matemáticos que adquirí en clase para la resolución de* *problemas reales* (ver Figura 9.1). Sin embargo, el panorama cambió notablemente, de acuerdo a una de las respuestas brindadas por el mismo grupo de estudiantes a una de los ítems de la encuesta que se les solicitara responder una vez finalizado el cuatrimestre.

Solo una de las doce personas que lo respondieron dijo estar de acuerdo con el ítem *sigo sin entender cómo aplicar los conceptos vistos en clase a la resolución de problemas reales* (Figura 12.1), que había sido incluido en la encuesta para obtener alguna evidencia del cambio de actitud que pudiese manifestarse como consecuencia de la metodología de trabajo implementada. Este resultado refleja en cierto modo el cumplimiento del primero de los objetivos generales.

Figura 12.1

Respuesta de los estudiantes de los cursos testigo al ítem "Sigo sin entender cómo aplicar los conceptos vistos en clase a la resolución de problemas reales"



Nota: Una vez finalizado el cuatrimestre, solo uno de los estudiantes opinó estar de acuerdo con el ítem

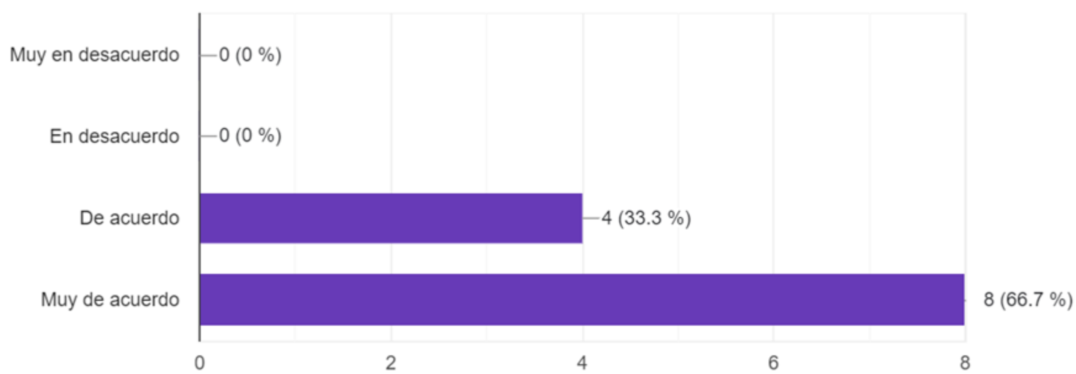
(https://docs.google.com/forms/d/1B8RNc9CTaHABfsqqM9J0KpcUXOWfKvtDP61ASaudQ0s/edit#responses)

Ahora bien: la inclusión de las mencionadas actividades en las clases representaba todo un desafío. El contexto de cambio permanente que habrán de enfrentar nuestros estudiantes una vez que se conviertan en profesionales exige que como docentes les enseñemos a aprender. Para ello es necesario encontrar el equilibrio entre el conocimiento específico que se les brinde y la preparación para que sean capaces de aprender a través del hacer. El tipo de actividad que elaboramos resulta ideal para cumplir con éste último objetivo, pero no podemos olvidar que las materias básicas (como el análisis matemático en varias variables) poseen un rigor intrínseco que demanda de buena parte del tiempo y esfuerzo aplicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Los videos didácticos grabados antes de comenzar el cuatrimestre permitieron poner al alcance de alumnas y alumnos un valioso material de consulta, que incluía simulaciones dinámicas. Algunas de ellas fueron mencionadas en el Capítulo 8 y fueron bien recibidas por el alumnado, de acuerdo con lo respondido por los jóvenes en la segunda encuesta enviada a los cursos testigo: todos ellos dijeron estar de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem *las simulaciones dinámicas me ayudaron a comprender mejor los contenidos de las clases* (Figura 12.2).

Figura 12.2

Respuesta de los estudiantes de los cursos testigo al ítem "Las simulaciones dinámicas utilizadas en clase me ayudaron a comprender mejor los contenidos de las clases"



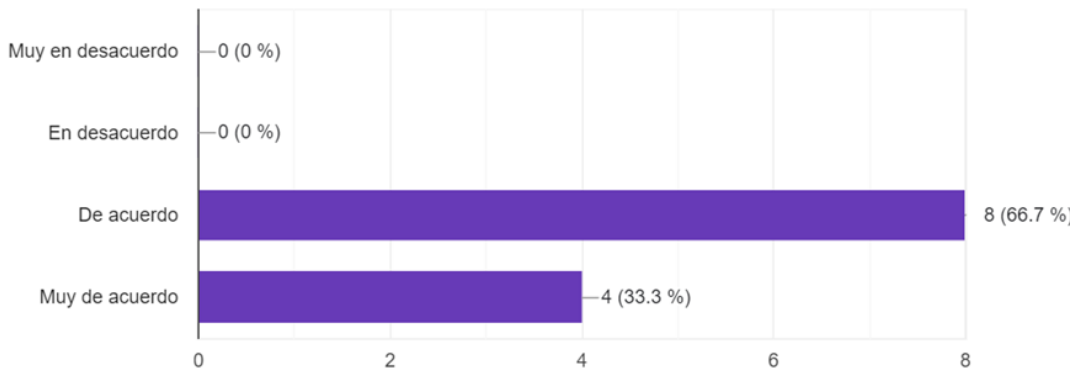
Nota: En este caso, la respuesta de los encuestados fue unánime y acorde con las expectativas del estudio

(https://docs.google.com/forms/d/1B8RNc9CTaHABfsqqM9J0KpcUXOWfKvtDP61ASaudQ0s/edit#responses)

Recordemos que a los videos de corta duración preparados antes de comenzar el cuatrimestre se le sumaron aquellos que se armaron a partir de la grabación de las clases. Muchos de ellos fueron descriptos a lo largo del Capítulo 11, y el valor del material se pone de manifiesto utilizando nuevamente una de las respuestas de la encuesta respondida al finalizar el cuatrimestre por los estudiantes de los cursos testigo: todas las alumnas y alumnos dijeron estar de acuerdo o muy de acuerdo con el ítem *los videos que* *encontré en el campus me resultaron muy útiles para comprender las aplicaciones de los conceptos vistos en las clases teóricas* (Figura 12.3)

Figura 12.3

Respuesta de los estudiantes de los cursos testigo al ítem "Los videos que encontré en el campus me resultaron muy útiles para comprender las aplicaciones de los conceptos vistos en las clases teóricas"



Nota: Nuevamente nos encontramos con una opinión unánime que valida la metodología aplicada (https://docs.google.com/forms/d/1B8RNc9CTaHABfsqqM9J0KpcUXOWfKvtDP61ASaudQ0s/edit#responses)

Consideramos entonces que la metodología y los recursos empleados ayudan al estudiantado a comprender que la Matemática permite interpretar mejor la realidad. Ello, a nuestro criterio, provoca un cambio positivo en la actitud del aprendiz, que en mayor o menor medida favorece el proceso de aprendizaje. Dejando de lado el notable resultado obtenido en el curso piloto (fruto de una serie de factores, entre los cuales debe incluirse la metodología aplicada), rescatamos lo observado en el curso testigo B: independientemente del resultado académico, creemos que el nivel de retención en el mismo (Figura 9.19) refleja el interés que la asignatura despertó en los estudiantes. Nos consta que éstos siguieron esforzándose hasta finalizar el cuatrimestre, y que varios de ellos no solo volvieron a cursar la asignatura con la misma docente durante el primer cuatrimestre del 2022, sino que, además, consiguieron finalmente aprobarla.

Ahora bien: no solo los contenidos son importantes, sino también, el modo en que los comuniquemos a nuestros estudiantes. En la siguiente sección comentaremos lo que el presente estudio nos permitió aprender al respecto.

Los videos docentes son un valioso recurso aún en cursadas presenciales

Uno de los objetivos específicos del presente estudio era *analizar los recursos tecnológicos que habitualmente utilizan alumnas y alumnos para aprender Matemática.* Es por eso que incluimos en la encuesta que respondieran algunos de los estudiantes de los cursos testigo al comenzar el cuatrimestre el ítem *ante una dificultad en Matemática, recurro a videos que bajo de la web,* y más del 90 % de quienes la respondieran dijo estar de acuerdo o muy de acuerdo con dicho ítem (ver Figura 9.1 c).

En el Capítulo 2 señalamos que la calidad de los videos que se ofrecen por internet no siempre es la adecuada, y el problema se ve agravado por el hecho de que los video-tutoriales (en los que una persona se graba explicando algún tema escolar) son ampliamente empleados por los jóvenes. Un estudio reciente, en el que participaron más de 140 estudiantes universitarios, señala que todos ellos admitieron emplear video-tutoriales frecuentemente (Roque Rodríguez, 2020).

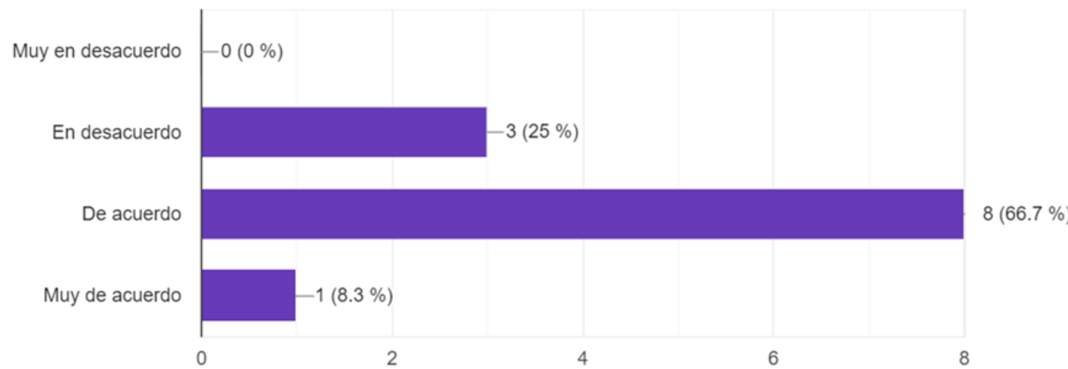
El panorama es aún más complejo por el hecho de que pudimos observar que *muchos de los estudiantes recurren a videos que bajan de la web en reemplazo de la bibliografía, recurso tradicional en el ámbito universitario.*

En los tres cursos que tomaron parte del estudio se recomendó el empleo de textos para profundizar los contenidos explicados durante las clases, facilitándose el acceso a dicha bibliografía a través del campus. Con excepción de la alumna A5, el resto de los estudiantes del curso piloto consultó los textos que se subieran al campus. En cambio, menos del 18 % del alumnado del curso testigo A hizo uso del texto que su docente puso a su disposición. El dato, obtenido a partir de la información extraída del campus, se condice con la respuesta ofrecida por los estudiantes de dicho curso al ítem *ante alguna dificultad, prefiero utilizar videos a consultar la bibliografía recomendada por los docentes* (Figura 12.4), ya que el 75 % de quienes respondieron voluntariamente la encuesta dijeron estar de acuerdo o muy de acuerdo con el mismo.

El hábito de buscar en la web la respuesta a las dudas que pudiesen surgir en clase viene desarrollándose desde mucho antes de la pandemia, y hubo quienes, dentro del ámbito universitario, prestaron atención al fenómeno desde hace algunos años. Por ejemplo, hace alrededor de una década, la Universitat Politécnica de Valencia (UPV) llevó adelante el proyecto *video Apuntes* (Turró et al., 2014), que consistía en grabar las clases dictadas por sus propios docentes para luego ponerlas a disposición de los estudiantes. La calidad del material ofrecido quedaba garantizada, y más del 80 % de quienes tomaron parte de la experiencia opinó que el recurso debía generalizarse.

Figura 12.4

Respuesta de los estudiantes de los cursos testigo al ítem "Ante alguna dificultad, prefiero utilizar videos a consultar la bibliografía recomendada por los docentes"



Nota: Apenas la tercera parte de los entrevistados está en desacuerdo con el ítem, lo que refleja una tendencia que viene manifestándose desde varios años antes de que comenzara la pandemia

(https://docs.google.com/forms/d/1B8RNc9CTaHABfsqqM9J0KpcUXOWfKvtDP61ASaud Q0s/edit#responses)

Pero, tal como lo señalamos en el Capítulo 10, los propios estudiantes admiten que el tiempo de que disponen no siempre les permite volver a presenciar las clases una vez que las mismas fueron grabadas. Recordemos que más del 70 % de los estudiantes de los cursos piloto reconocieron el hecho al responder la encuesta preliminar (ver Figura 10.7). Es por ese motivo que a lo largo del presente estudio utilizamos, en la medida de lo posible, el tipo de material que se conoce como *video docente,* que se confecciona para la transmisión de un contenido específico en el marco de una materia. Éstos se caracterizan justamente por ser de corta duración (De la Fuente Sánchez et al., 2013) y por no tener como objetivo sustituir a las clases, sino complementarlas.

Desde el momento en que la pandemia impidió el dictado de las clases en forma presencial, muchos docentes recurrieron a videos docentes disponibles. En algunos casos los mismos habían sido grabados por los propios docentes o sus colegas en otras

Universidades. Por ejemplo, las docentes de los cursos de Análisis Matemático II A que tomaron parte del presente estudio utilizaron material preparado con anterioridad en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Avellaneda (UTN-FRA). Otros docentes del Área Matemática del Departamento de Ciencia y Tecnología de nuestra Universidad seleccionaron material bajado de la web y lo pusieron a disposición de sus estudiantes, garantizando de ese modo su calidad. Estos últimos comprobaron la selección demandaba mucho tiempo y, como ya habían comenzado a hacerlo otros colegas, decidieron grabar sus propios videos.

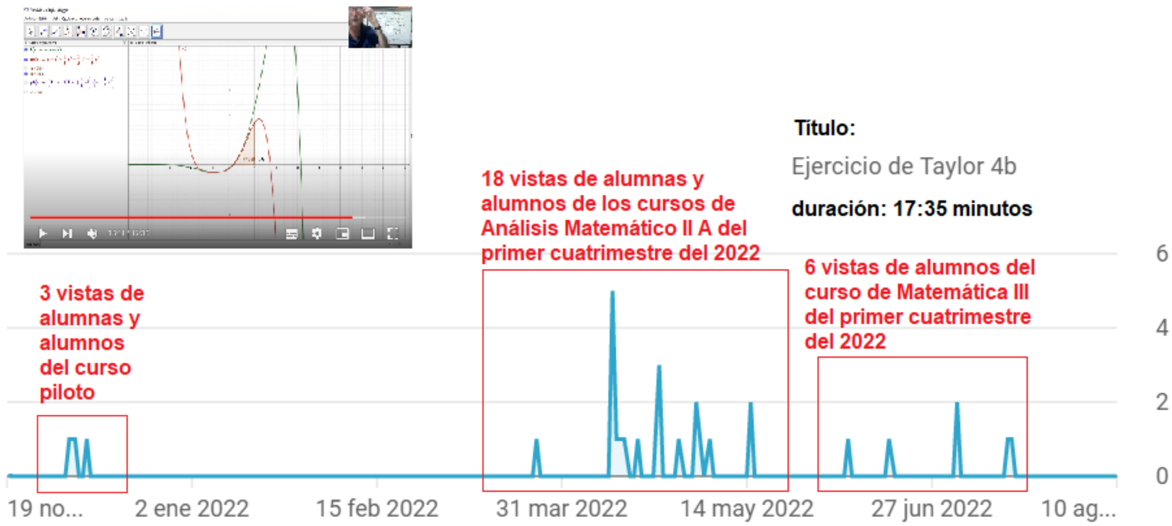
En el Capítulo 11 hemos analizado detenidamente parte del material que pusimos a disposición de quienes tomaran parte del presente estudio, señalando entre otras cosas que los videos no solo sirvieron para revisar o profundizar conceptos presentados durante las clases sincrónicas, sino que además permitieron introducir a los estudiantes en el uso de modelos matemáticos y de programas de computadora. Es por ese motivo que al regresar a las aulas, nos pareció conveniente seguir utilizando el campus para poner a disposición de nuestras alumnas y alumnos todo el material grabado durante la pandemia.

El empleo de material disponible en la web, que se puso claramente de manifiesto mientras nos vimos en la necesidad de dictar las asignaturas en forma virtual, no se redujo una vez que regresamos a las aulas. A modo de ejemplo, observemos lo sucedido con dos de los videos extraídos de nuestras propias clases. En cada uno de ellos se resuelve un problema de aplicación del polinomio de Taylor para el cálculo aproximado de áreas, y resulta notable el incremento en el número de vistas recibidas por cada uno de ellos a lo largo del primer cuatrimestre del año 2022: el número de vistas recibidas por uno de ellos se cuadruplicó (Figura 12.6), en tanto que el otro de los videos pasó de recibir solo 3 vistas durante el segundo cuatrimestre del 2021 a recibir 24 durante el primer cuatrimestre del 2022 (Figura 12.5).

El interés de los estudiantes por los videos fue tal que el número total de visitas registradas por nuestro canal se duplicó durante el primer cuatrimestre del 2022 respecto del que se observara durante el segundo cuatrimestre del 2021 (Figura 12.7). Cabe aclarar que dicho canal contiene 225 videos, que incluyen contenidos de Física I, Probabilidad y Estadística.

Figura 12.5

Incremento en el número de vistas recibidas por el video "Ejercicio de Taylor 4b" en el tiempo

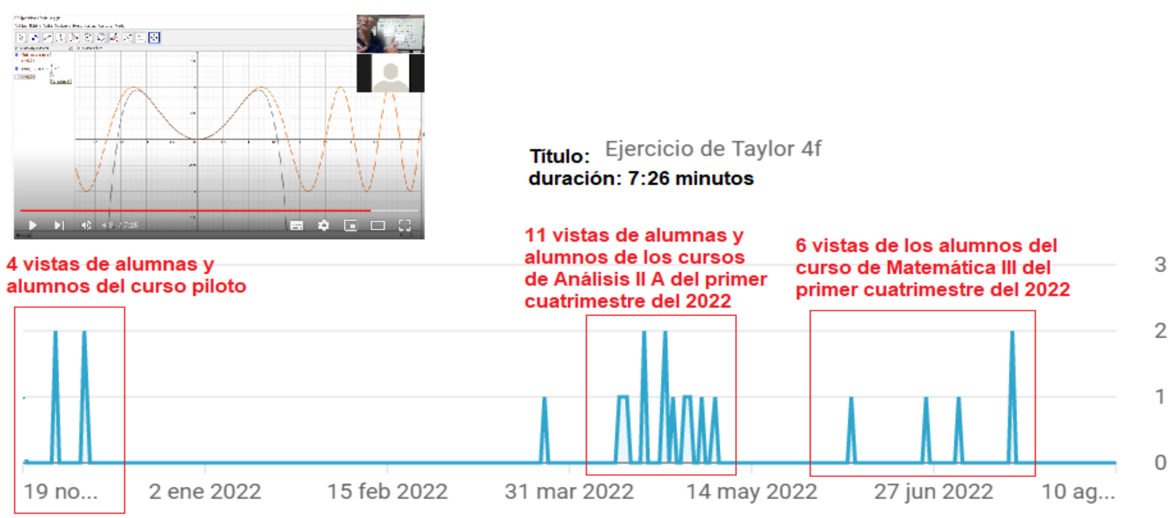


Nota: Resulta notable el aumento del número de vistas recibidas por el video. En el extremo superior izquierdo se observa una miniatura, que muestra el modo en que el resultado se verificó mediante el software dinámico

(https://studio.youtube.com/video/zNaDq_9B9t0/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Figura 12.6

Incremento en el número de vistas recibidas por el video "Ejercicio de Taylor 4f" en el tiempo

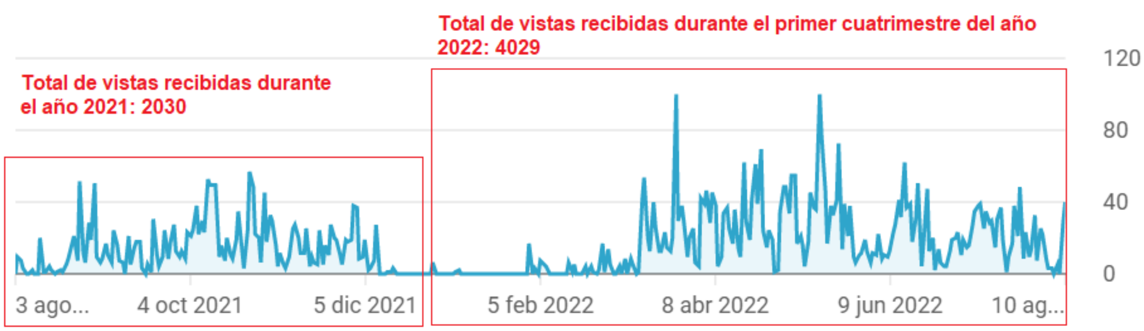


Nota: Nuevamente se observa el notable aumento en el número de vistas. Vuelve a ilustrarse mediante una miniatura

(https://studio.youtube.com/video/jzeMW1460OQ/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Figura 12.7

Incremento en el número de vistas recibidas por el canal en el tiempo



Nota: El fenómeno se observó en general para todo el contenido, de modo que el número de vistas prácticamente se duplicó entre el segundo cuatrimestre del año 2021 y el primero del año 2022

(https://studio.youtube.com/channel/UCnmfMZDO77kNohMq8OSRjKg/analytics/tab-overview/period-lifetime)

Creemos que, sin dejar de insistir en la importancia que para la formación del futuro profesional tiene el empleo de la bibliografía, la elaboración de videos didácticos dentro del marco de la propia Universidad pone al alcance de alumnas y alumnos un valioso material de consulta. Además, favorece la comunicación entre docentes y alumnos (quienes sienten que se les está hablando *en su propio lenguaje*, el audiovisual), lo que resulta enormemente beneficioso para los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Muchos docentes descubrimos durante la pandemia el valor de los videos didácticos para la enseñanza. Pero la Figura 12.7 muestra que el recurso sigue siendo adecuado aún después de regresar a las aulas, pues ofrece la posibilidad de mostrar a los estudiantes que la Matemática no solo se vincula con las restantes ciencias fácticas, sino también con las restantes ciencias formales, muy especialmente, la computación.

En la siguiente sección veremos que al hablar de recursos tecnológicos no deberíamos limitarnos a la comunicación y el acceso a la información, sino también de la creación del conocimiento.

La tecnología más allá de las TIC

El lugar que ocupan las TIC en nuestra sociedad se ve reflejado en el hecho de que la mayoría de las personas solo ve en la tecnología la llave de acceso a la información y la comunicación. Tal como lo señalábamos en el primer capítulo, resulta paradójico que aún entre los jóvenes que estudian ciencias sean muy pocos los que empleen una computadora para el análisis de fenómenos propios de su campo de conocimiento. Y lo que es aún más grave es que creen que la máquina puede resolver cualquier problema con solo tocar una tecla, ignorando que son personas capacitadas quienes las programan.

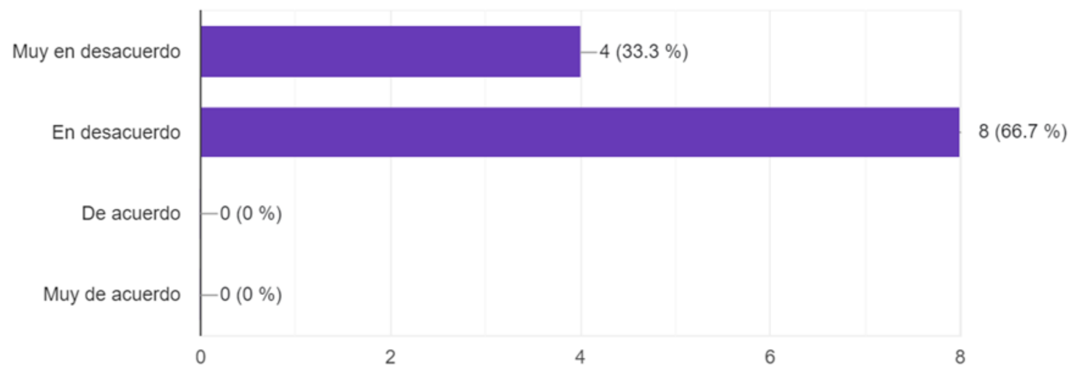
Recordemos que cuatro de las veintidós personas que respondieron la encuesta preliminar expresaron estar de acuerdo con el ítem *no comprendo porque tengo tantas asignaturas del área matemática en mi carrera si como futuro profesional, utilizando un buen programa de computadora, podré resolver cualquier problema que se me presente* (ver Figura 1.2).

Al referirnos a los videos que pusimos a disposición de quienes tomaran parte del presente estudio dijimos que algunos de ellos contenían pequeños programas de computadora, que incluían la expresión matemática obtenida como solución del problema que se estuviese resolviendo. Aún cuando dichos programas fuesen apenas un accesorio dentro del video, creemos haber logrado que alumnas y alumnos comprendiesen la importancia de la tecnología como creadora de conocimiento. Una prueba de ello es la respuesta brindada por quienes respondieron la encuesta que se les invitara a responder a los estudiantes de los cursos testigo al ítem *sigo preguntándome para qué estudiar tanta Matemática: con un buen simulador o programa estadístico comercial podré solucionar cualquier problema que se me presente en la vida profesional*. A diferencia de lo sucedido al comenzar el cuatrimestre, el 100 % de los encuestados dijo estar en desacuerdo o muy en desacuerdo con el ítem (Figura 12.8)

Insistimos en el hecho de que en materias básicas, como las del Área Matemática, no podemos alejarnos demasiado de los contenidos específicos durante las clases. Sin embargo, presentar a modo de ejemplo aplicaciones reales es sin duda un recurso motivador. Además, podemos inducir a los estudiantes para que incorporen determinadas herramientas tecnológicas en forma paulatina partiendo de prácticas habituales.

Figura 12.8

Respuesta de los estudiantes de los cursos testigo al ítem "sigo preguntándome para que estudiar tanta Matemática: con un buen simulador o un programa estadístico comercial podré solucionar cualquier problema que se me presente en la vida profesional"



Nota: La opinión de los encuestados nuevamente volvió a ser unánime y a validar las expectativas del estudio

(https://docs.google.com/forms/d/1B8RNc9CTaHABfsqqM9J0KpcUXOWfKvtDP61ASaudQ0s/edit#responses)

Por ejemplo, en Análisis Matemático I, para ejemplificar el cálculo de área entre curvas es común resolver el problema *hallar el área encerrada entre* $f(x) = x$ *y* $g(x) = x^2$. Para ello será necesario ante todo obtener las intersecciones entre ambas curvas, cuyas abscisas representarán los límites de integración. ¿Qué sucedería si después de resolver dicho ejemplo en clase se propusiera *hallar el área encerrada entre* $f(x) = e^x$ *y* $g(x) = 2x + 1$?

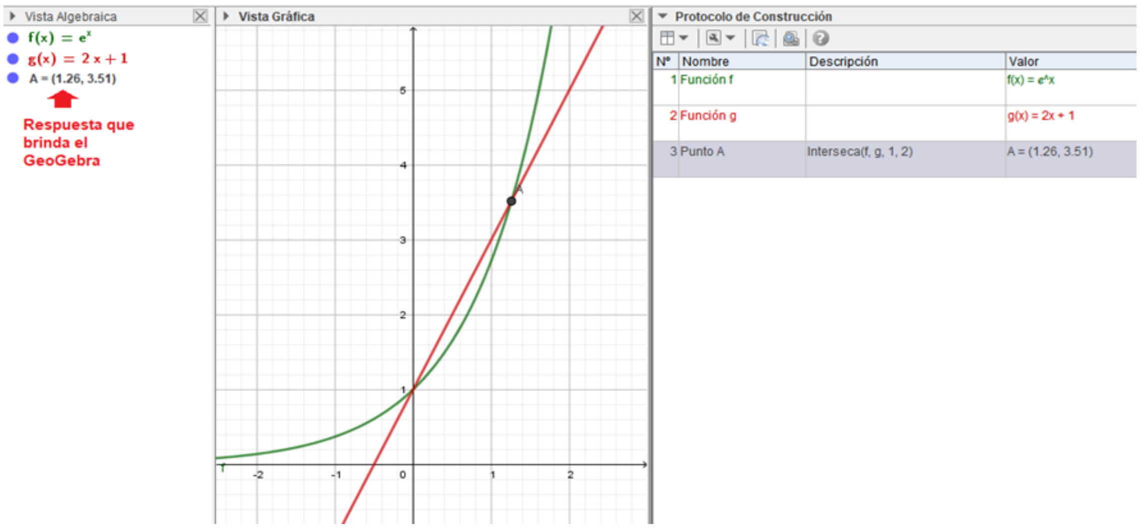
En el primer caso, la obtención de los límites de integración se limita a resolver una sencilla ecuación de segundo grado. Pero al tratar de repetir el procedimiento en el segundo caso, alumnas y alumnos se encontrarían ante una ecuación no lineal cuya solución deja de ser inmediata.

Teniendo en cuenta que existe una versión del GeoGebra a la que puede accederse desde el celular, y que su uso es habitual durante las clases de Análisis Matemático, es natural que se proponga dibujar ambas curvas para luego intersecarlas. En la Figura 12.9

hemos utilizado la versión 5.0 de dicho programa; a la izquierda se observan las expresiones de ambas funciones y las coordenadas del punto A donde ambas curvas se cortan. El procedimiento es apropiado, y permitiría resolver el problema sin mayor dificultad.

Figura 12.9

Obtención de la intersección entre las dos curvas utilizando el software dinámico



Nota: A la Vista Algebraica y la Vista Gráfica (en el centro de la imagen) se le suma el Protocolo de Construcción (a la derecha). En la tercera línea del mismo se muestra la instrucción empleada para hallar las coordenadas del punto intersección

Sin embargo, si se dispusiera de algo más que una aplicación de celular, la resolución del problema brindaría la oportunidad de aplicar el Teorema de Bolzano y diseñar un procedimiento más riguroso. Teniendo en cuenta que también es común que el docente utilice su propia computadora en clase, perfectamente podría recordar el enunciado de dicho teorema para luego utilizar el programa que se observa en la captura de pantalla de la Figura 12.10. La precisión del resultado puede aumentarse tanto como se desee efectuando una mínima corrección en las líneas 1 y 5, y los estudiantes podrían comprobar que los tediosos cálculos que en los ejercicios de aplicación del mencionado teorema debían hacerse en forma manual son efectuados sin error alguno (y en fracciones de segundo) por la computadora.

La pedagoga argentina Edith Litwin señala que el entusiasmo del docente al utilizar recursos tecnológicos para la preparación de sus clases o durante las mismas se contagia a sus alumnos, y creemos que experiencias como la que acabamos de proponer ofrecen la oportunidad de demostrarlo.

Figura 12.10

Programa diseñado para obtener la abscisa del punto intersección entre las dos curvas

Bolzano.m

```
for i=1:0.001:2
  a=e^i;
  b=2*i+1;
  c=abs(a-b);
  if c<0.001
    printf("Las dos curvas se intersecan en %d",i)
    break
  endif
endfor
```

```
Las dos curvas se intersecan en 1.256>>
```

Nota: En la parte superior se observa la captura de pantalla obtenida del Editor, en tanto que la solución, que aparece en la parte inferior, corresponde a la captura de pantalla tomada de la Ventana de comandos después de que el programa fuese ejecutado (Elaboración propia)

Por otro lado, nuestras alumnas y alumnos habrán de convertirse en profesionales que deberán en muchos casos evaluar procesos complejos en base a representaciones de los mismos. En muchos casos, dichas representaciones habrán de traducirse en modelos matemáticos que impliquen un gran número de variables y que en muchos casos habrán de exigir la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales. El ejemplo que acabamos de ofrecer muestra que éstos últimos pueden resolverse fácilmente con un sencillo programa de computadora.

Además, dado que los programas comerciales no siempre resultan adecuados para la resolución de problemas específicos, el profesional deberá conocer algún lenguaje de computación para poder desarrollar el o los programas que le permitirán resolverlos, definiendo las hipótesis de trabajo que considere oportunas y utilizando los métodos numéricos que considera más apropiados.

Introducir entonces a nuestros estudiantes en el empleo de los modelos matemáticos (aún cuando se trate de simulaciones elementales, como las que presentamos en algunos de los videos que brindamos a quienes tomaran parte del presente estudio) es, a nuestro criterio, una forma de enseñarles cómo utilizar la Matemática para interpretar el mundo real.

Mediante aquellos videos docentes en los que presentamos diversas aplicaciones de la Matemática quisimos mostrarle al estudiantado que la tecnología que se emplea en el aula no sirve exclusivamente para obtener información y facilitar la comunicación, sino que además representa un poderoso recurso para comprender mejor al mundo que nos rodea. Nuestro enfoque busca modificar positivamente la actitud de los estudiantes hacia la asignatura que enseñamos.

Así como los modelos matemáticos deben validarse confrontándose con la realidad, nosotros tuvimos que buscar herramientas de tipo estadístico que validaran de algún modo el resultado de nuestro trabajo. Y a dichas herramientas nos hemos de referir en la siguiente sección.

La palabra *control* no es una mala palabra

A partir de la experiencia adquirida en un estudio llevado a cabo en el año 2015, nuestra idea original fue la de basar el resultado del presente trabajo en los resultados de encuestas de tipo Likert. Teniendo en cuenta la importancia del dominio afectivo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, parecía que dicha herramienta nos permitiría analizar satisfactoriamente los resultados de la metodología aplicada. Es por ello que nos referimos a dicho tipo de encuesta en el Capítulo 8, y la misma fue aplicada a los dos cursos testigo antes de comenzar el estudio para determinar que la decisión de utilizar más de un grupo nos brindaría una muestra de mayor tamaño para mejorar el poder de la prueba.

Sin embargo, una vez finalizado el cuatrimestre, decidimos que la variable que habríamos de utilizar para evaluar el resultado del tratamiento aplicado sería el rendimiento académico de cada uno de los tres grupos que tomaran parte en el estudio. Y después de muchos años de utilizar las cartas de control en Control Estadístico de Procesos (asignatura que cursan los estudiantes de los últimos años de Ingeniería en Alimentos), decidimos emplear dichas cartas, que desde hace más de una década se emplean también en el control de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Dada la sencillez de su construcción, facilitaron enormemente el análisis de parte de la información recogida a lo largo del estudio. Teniendo en cuenta que en el curso testigo se puso mayor énfasis en la aplicación de la Matemática a la resolución de problemas del mundo real, era esperable que el resultado del tratamiento se manifestara claramente. Las cartas de control de los cursos testigo A y B (Figuras 9.9 y 9.10, respectivamente) presentan prácticamente el mismo aspecto (con un notable descenso en el porcentaje de alumnos aprobados durante el segundo cuatrimestre del año 2020), diferenciándose a simple vista con la del curso testigo (Figura 9.12).

Tal como lo señalamos en el Capítulo 9, el hecho de que los puntos que permiten construir la carta se encuentren dentro de los límites de control no garantiza que el proceso esté bajo control. Y teniendo en cuenta que las cartas de control solo permiten detectar rápidamente cambios muy pronunciados, a partir de las sumas acumulativas aplicamos la metodología del bootstrap para determinar el nivel de confianza en la determinación del momento en que se producía el cambio en el rendimiento académico.

El programa utilizado solo brindó un nivel de confianza aceptable para el análisis de lo sucedido con el curso testigo A, razón por la cual se construyó el diagrama cusum tabular para el mismo. La herramienta estadística señaló que en dicho curso el descenso en el desempeño académico del curso comenzó durante el primer cuatrimestre del año 2020, en coincidencia con el comienzo de la pandemia. Aún cuando la conclusión pueda parecer obvia, en la próxima sección veremos que ya comenzamos a aplicar la experiencia adquirida en el presente trabajo (que incluye la redacción del programa utilizado para aplicar la metodología del bootstrap) al análisis del proceso educativo en otros cursos del Área Matemática, con promisorios resultados.

Las cartas de control también se utilizaron en el capítulo 10, para comparar el modo en que los videos docentes fueran utilizados en el curso testigo B y en el curso piloto. Al observar el primero de dichos diagramas se pone en evidencia (a partir de los puntos que se encuentran por encima del límite superior de control) que el entusiasmo inicial de alumnas y alumnos fue reduciéndose notablemente a medida que se desarrollaba el cuatrimestre. Uno de los problemas tomados durante el primer parcial (ver Figura 10.24) pueda brindarnos una clave para comprender la brusca corrida descendente en la segunda mitad del cuatrimestre (ver Figura 10.8): la ley de Newton del enfriamiento de los cuerpos se encuentra explicada en uno de los videos que el autor del presente trabajo subió oportunamente al campus y no entre los que la docente a cargo del curso pusiera a disposición de alumnas y alumnos (que son los que muestra la carta de control). Paralelamente, la carta de control del curso piloto (Figura 10.11) no muestra señales de que el proceso bajo estudio (el empleo de los videos por parte de los estudiantes) se encuentre fuera de control. El contenido de los videos complementaba las explicaciones brindadas durante las clases sincrónicas y mostraba cómo debían resolverse problemas con el mismo nivel de complejidad que los que se presentaban en las instancias de evaluación, de modo que el interés de alumnas y alumnos por el recurso se mantuvo a lo largo de todo el cuatrimestre.

Cabe aclarar que problemas similares al tomado en el parcial al que hicimos referencia en el párrafo anterior (en los que un fenómeno determinado se modeliza a partir de la resolución de una ecuación diferencial) fueron resueltos a pedido de la docente a cargo del curso durante las clases prácticas, de tal modo que los estudiantes no encontraron en el parcial ante una actividad cuyo nivel de dificultad fuese superior al del que se les brindar durante las clases sincrónicas. Ya en el capítulo 10 observamos que ese tipo de actividad didáctica, que claramente mostraba aplicaciones de la Matemática en problemas del mundo real, pudo ser uno de los factores vinculados con que el nivel de retención registrado en el curso testigo B fuese superior al del curso testigo A.

Finalmente, el cruce de información obtenida a partir de las estadísticas del canal de You Tube y las del campus nos permitió, en el Capítulo 11, analizar con detenimiento virtudes y defectos de los videos docentes grabados para el presente estudio. Es indudable que la corta duración de los mismos y el hecho de que su contenido sea específico son características que deben tenerse en cuenta en el momento de prepararlos. Es por ello que en el caso de que los mismos se graben durante el transcurso de una clase sincrónica resulta conveniente dividirla, de modo que cada fragmento de la misma contenga solamente la resolución de un ejemplo o una breve explicación teórica. Solo en casos excepcionales el interés por el contenido puede llevar a los estudiantes a hacer uso de los mismos.

Toda la información recopilada permitió evaluar la metodología aplicada y los recursos empleados. Las herramientas estadísticas utilizadas para ello son muy accesibles, y por ese motivo opinamos que es conveniente perfeccionarlas, como veremos en la siguiente sección.

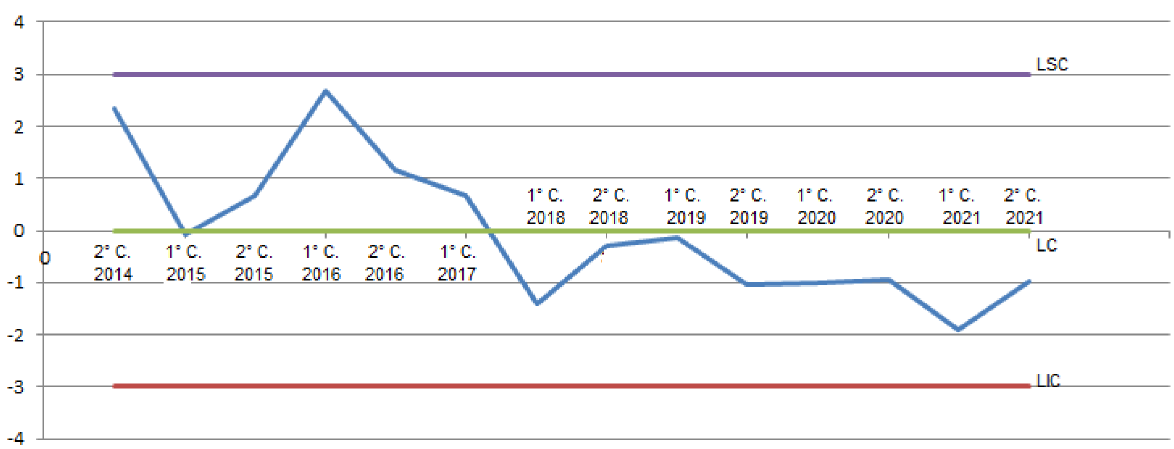
Líneas posibles para la continuación del trabajo

Los tres cursos con los que se trabajó en el presente estudio comenzaron a dictarse en el segundo cuatrimestre del año 2019, razón por la cual solo se dispuso de la información correspondiente a cinco cuatrimestres para la construcción de las cartas de control. Las cartas de control que usualmente se emplean para el control de procesos contienen más información (es decir, se construyen con un mayor número de puntos), y gracias a la colaboración de nuestros colegas tuvimos la oportunidad de analizar lo sucedido con un curso de Álgebra y Geometría Analítica que viene dictándose en forma casi ininterrumpida desde el año 2014.

En la Figura 12.11 puede observarse la carta de control normalizada para el porcentaje de estudiantes aprobados en dicho curso. Aún cuando los puntos que definen la línea de segmentos se encuentran dentro de los límites de control, se observa una corrida negativa (sucesión de puntos por debajo de la línea central) a partir del primer cuatrimestre del año 2018.

Figura 12.11

Carta de control para el porcentaje de estudiantes aprobados en un curso de Álgebra y Geometría Analítica



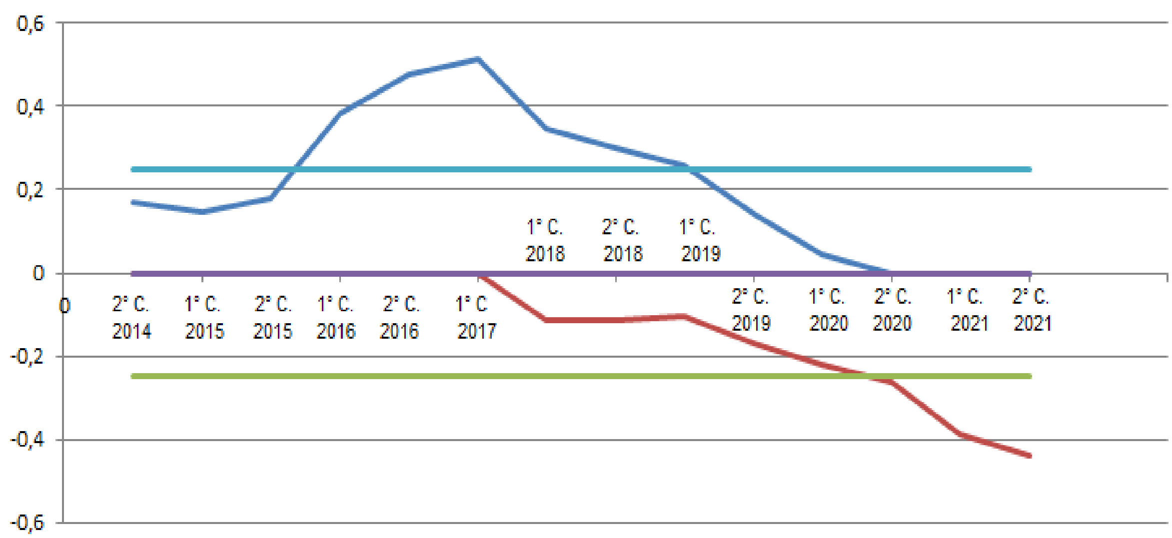
Nota: Aún cuando no hay ningún punto más allá de los límites superior e inferior de control (LSC y LIC, respectivamente), se observa que a partir del primer cuatrimestre del año 2017 todos los puntos se encuentran por debajo de la línea central (LC). Ello indica que el proceso se encuentra fuera de control

Advirtiendo el fenómeno, calculamos las sumas sucesivas para luego construir la carta CUSUM (Figura 12.12). En la misma se observa que entre el primero y el segundo cuatrimestres del año 2020 el proceso sale fuera de control (la línea segmentada roja atraviesa la línea verde que representa el límite inferior de control).

El valor del empleo de ambas gráficas se pone entonces de manifiesto, ya que la corrida observada en la carta de control de la Figura 12.11 solo representaba una señal de advertencia. Fue la carta CUSUM la que nos confirmó que existía un problema, y que el mismo se puso de manifiesto una vez comenzada la pandemia. Pero *para encontrar la raíz de dicho problema debíamos remontarnos al primer cuatrimestre del año 2017,* punto inicial de la línea segmentada roja.

Figura 12.12

Carta CUSUM para el porcentaje de estudiantes aprobados en un curso de Álgebra y Geometría Analítica



Nota: Si bien es cierto que la línea segmentada roja atraviesa la línea inferior de control (en color verde) en el segundo cuatrimestre del 2020, el problema comienza a manifestarse en el primer cuatrimestre del 2017, donde la línea roja comienza

Al comentar los resultados obtenidos con el docente a cargo del curso, este nos habló sobre su metodología de trabajo, consistente en poner a disposición de sus alumnos antes del dictado de cada clase un apunte donde se presentaran los contenidos de la misma. Dicho material (de corta extensión) permitía que los estudiantes conociesen los contenidos de la misma y pudiesen intervenir activamente en clase.

La descripción del modo en que este docente dictaba sus clases resulta relevante dentro de la presente sección ya que el profesor agregó que a principios del año 2018 comenzó a observar que muchas de las alumnas y alumnos asistían a sus clases sin haber leído previamente los apuntes. El fenómeno se agudizó al comenzar la pandemia, razón por la cual resolvió grabar el contenido de los mismos en cortos videos.

En definitiva, y tal como suele expresarse en el control estadístico de procesos, el docente había encontrado una causa asignable al descenso en la tasa de aprobados de su curso. Y si bien es cierto que el proceso “salió de control” al comenzar la pandemia, como sucediera con el curso testigo A, el cambio en la variable de interés había comenzado mucho antes.

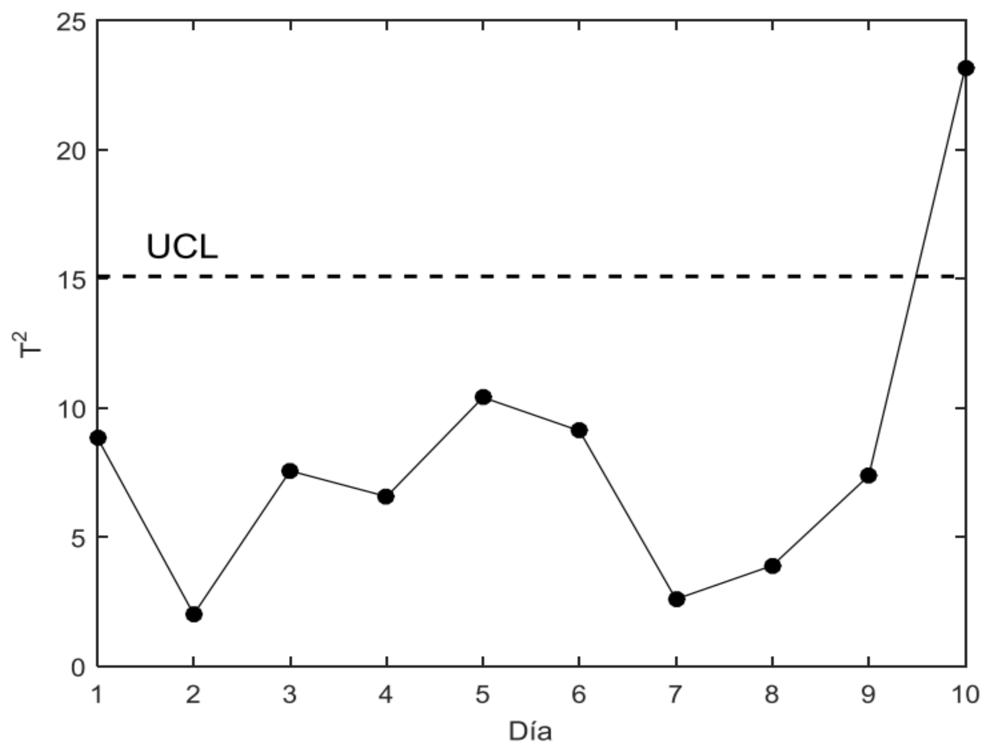
El caso que acabamos de comentar muestra el valor de las herramientas de control que utilizamos en el presente trabajo, que al permitir reconocer la causa de los problemas, facilitan la búsqueda de sus soluciones. Pero además nos obliga a analizar el problema desde una perspectiva más amplia, estudiando simultáneamente varios factores. Ya a fines de los años cuarenta se observó que al analizar por separado diversas variables correspondientes a un proceso dado, las cartas de control respectivas podían no reflejar una condición de fuera de control. Los diagramas de Hotelling (Figura 12.13) fueron diseñados justamente para corregir dicha situación (Montgomery, 2004) y su aplicación al estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje brinda prometedoras posibilidades.

Convengamos que nos enfrentamos a nuevos desafíos como consecuencia de los dos años durante los cuales no fue posible el dictado de clases presenciales. No olvidemos que, por ejemplo, muchos de los estudiantes que cursaron asignaturas como Análisis Matemático II o Física I durante el primer cuatrimestre del 2022 nunca antes habían compartido el aula con sus iguales, teniendo que adaptarse al verdadero entorno universitario. Algunos jóvenes confesaron no saber cómo tomar correctamente apuntes, y observamos que el grado de stress que manifestaran durante las instancias de evaluación fue superior al habitual.

El empleo de herramientas estadísticas como las que acabamos de mencionar se llevaría adelante utilizando el hardware disponible, y los programas necesarios podrían redactarse sin mayores dificultades a partir de la experiencia adquirida a lo largo del presente estudio. Dichas herramientas se sumarían a las que describimos en el capítulo 9, permitiéndonos evaluar nuevas estrategias de trabajo que aplicáramos discrecionalmente una vez declarada la pandemia, como el uso del campus, de los videos didácticos grabados por los docentes de los distintos cursos o el desarrollo de actividades vinculadas con contenidos vinculados con la futura actividad profesional del alumnado.

Figura 12.13

Diagrama de Hotelling para determinar si un proceso se encuentra fuera de control



Nota: El objetivo es el mismo que el de las cartas de control, pero analizando dos o más variables simultáneamente. Es por ese motivo que en el eje de ordenadas se representa el estadístico T2 en lugar del valor de alguna variable o una fracción, como sucedía en el caso de los diagramas de control utilizados a lo largo del presente estudio. El ejemplo mediante el cual se construyó el diagrama de la figura analizaba cinco variables distintas, y el último punto, ubicado más alla del límite superior de control (UCL) indica que el proceso se encuentra fuera de control

Palabras finales

A lo largo de esta tesis se discutió la problemática de la respuesta emocional y cultural negativa frente a la enseñanza de Matemática en el nivel de la enseñanza superior. Se analizaron diferentes fuentes bibliográficas y cuáles son las consecuencias de dicha respuesta emocional en quienes han elegido carreras correspondientes al campo de las ciencias naturales. También se estudiaron cuales son las propuestas de técnicas de evaluación y confección de contenidos de las asignaturas del Área Matemática.

Se implementaron para la evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje encuestas de tipo Likert y herramientas del control estadístico cuya aplicación en el campo de la investigación pedagógica no está muy difundida, pero que permitieron estimar el impacto de la metodología aplicada, en la que se puso énfasis en las aplicaciones de la Matemática en las demás ciencias, particularmente a partir de la modelización. Además, las singulares circunstancias en las que se llevó a cabo el estudio permitieron explorar recursos que no se empleaban formalmente antes de la pandemia, particularmente los videos educativos. A través de ellos, las simulaciones dinámicas o programas de computadora que el autor del presente trabajo presentaba en sus clases presenciales adquirió una nueva dimensión, convirtiéndose en un material de consulta permanente. La información obtenida a través del campus y la que ofreció el propio canal de YouTube permitieron cuantificar la respuesta del alumnado a dichas herramientas, señalando el potencial que las mismas ofrecen aún en el contexto de las clases presenciales.

Los contenidos creados para el presente estudio se detallan en el trabajo, y se siguen utilizando en las clases presenciales post pandemia. El análisis detallado de la respuesta del alumnado a la metodología empleada permitió perfeccionarla y adaptarla. La experiencia adquirida durante la crisis que el mundo atravesó a partir de principios del 2020 debe aprovecharse para la elaboración de nuevos contenidos y formas de transmitirlos.

Finalmente y a partir de lo expresado en los párrafos anteriores, se proponen una serie de sugerencias:

1) Incrementar el intercambio con los docentes de otras asignaturas, para utilizar en las clases de Matemática otros problemas vinculados con aquellas como ejemplos de los contenidos propios de la materia.

2) Dictar seminarios en alguno de los Laboratorios de Informática, de modo que los estudiantes apliquen el software a la resolución de algunos problemas específicos.

3) Perfeccionar los videos que se utilicen como complemento a las clases presenciales, mejorando su presentación, reduciendo su extensión y subiéndolos al campus inmediatamente después del dictado de la clase. La metodología de clase invertida, que puede resultar muy apropiada en el caso de otras asignaturas, no es a nuestro criterio el ideal para las de nuestra área. Pero observamos que los ejercicios resueltos que subimos al campus después de las clases son muy bien recibidos por el alumnado.

4) Continuar con el uso de apoyo del campus virtual de manera permanente junto con las clases presenciales, ya que de ese modo todo el alumnado puede acceder dentro del marco institucional al material que sirve de apoyo a nuestras clases, desde la bibliografía a los videos que contienen simulaciones dinámicas.

El presente estudio nos llevó a explorar nuevas formas de llevar adelante la tarea que venimos desarrollando desde hace alrededor de cuarenta años y nos muestra el camino que habremos de seguir en los próximos. Si como docentes creemos que debemos enseñar a aprender, no debemos olvidar que para hacerlo se nos ofrece la oportunidad de volver a aprender a enseñar.

Referencias

Ancochea Millet, B.; Arranz San José, J.M. y Muñoz Santoja,J. (2022) GeoGebra 3D y las funciones que generan superficies *Números, Revista de didáctica de las Matemáticas,* (110), 151-169

Alcoba, M.; Ameri, M.; Amieva,R.; Cruz, I.; Curti, M.; de la Barrera,P.; Ducanto, P.; Durigutti, J.; Felici, M.; Ferrari, M.; Miskovski, V.; Ricagni, H.; Senyk, C.; Vaca, M. y Willnecker, A.(2006) *Ingresantes en Ingeniería: acciones preventivas para la permanencia y el avance en la carrera elegida* en Rivera S. y Núñez Mc Leod, J. (Eds.) Experiencias Docentes en Ingeniería. Desde el ingreso a la práctica profesional supervisada. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo, 621-628

Alimenti, A. y Sanmarti, P. (2004) La evaluación refleja el modelo didáctico: análisis de actividades de evaluación planteadas en clases de Química. Educación Química, 15 (2), 121-128

Aparisi, L. y Pochulu, MD (2013). Dificultades que enfrentan los profesores en escenarios de modelización. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME)*, (13), 387-1397. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/4368/1/AparisiDificultadesALME2013.pdf

Araiza, V. (2012) Pensar la sociedad de la información/conocimiento. *Biblioteca Universitaria*, 15 (1), 35-47. Recuperado de https://revistas.unam.mx/index.php/rbu/article/view/32609

Arcavi, A. y Friedlander, A. (2007) Curricuum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM The International Journal on Mathematics Education,* 39 (6), 355-364

Arteaga Valdés, E.; Medina Mendieta, J. y del Sol Martínez, J. (2019) El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Conrado. Revista Pedagógica de la Universidad de Cienfuegos.* 15 (70)

Ausubel, D. (1963) *The Psychology of meaningful verbal learni*ng. New York: Grune & Stratton.

Ausubel, D. P., Novak, J. D. & Hanesian, H. (2014). *Psicología Educativa un punto de vista cognoscitivo*. México: Editorial Trillas

Barquero, B (2009) *Ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de la Matemática* [Tesis de Doctorado, Department de Matematiques. Universitat Autónoma de Barcelona]. https://ddd.uab.cat/pub/tesis/2009/tdx-0615110-153200/bbf1de2.pdf

Barroso, C. (2013) Sociedad del conocimiento y entorno digital. Teoría de la Educación. *Educación y Cultura en la Sociedad de la Información,* 14(3), 61-86. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=201029582004

Bassanezi, R; Salett Biembengut, M. (1997). Modelización matemática: una antigua forma de investigación. Un nuevo método de enseñanza. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas. Volumen 32*, diciembre de 1997

Bassanezi, R.(2002) *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. San Pablo, Brasil: Editora Contexto

Bauman, Z. (2008). *Los retos de la educación en la modernidad líquida*. Gedisa: Barcelona.

Beltrán-Pellicer, P.; Giacomone, B. y Burgos, M. (2018) Online educational videos according to specific didactics: the case of mathematics/Los videos educativos en línea desde las didácticas específicas: el caso de las matemáticas, *Cultura y Educación*, 30 (4), DOI: 10.1080/11356405.2018.1524651. Recuperado de http://zaguan.unizar.es/record/84181/files/texto_completo.pdf?version=1

Bizquerra Alzina,R.; Dorio Alcaraz, I.; Gómez Alonso, J.; Latorre Beltrán, A.; Martínez Olmo, F.; Massot Lafon, I.; Mateo Andrés, J.; Sabariego Puig, M.; Sans Martin, A.; Torrado Fonseca, M. y Vila Baños, R. (2009) *Metodología de la Investigación Educativa.* Madrid: Editorial La Muralla

Bisquerra, R. (2000) *Educación emocional y bienestar* . Barcelona: CISSPRAXIS

Blomhøj,Morten (2004)- Modelización Matemática: una teoría para la práctica- Traducción autorizada de Clarke, B; Clarcke, D; Emanuelsson,G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F.; Walby, K. (Eds) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* National Center for Mathematics Education, Suecia. 145-159.
Recuperado de http://www.famaf.unc.edu.ar/revm/Volumen23/digital23-2/Modelización.pdf

Blomhøj, M. y Højgaard Jensen, T. (2003). Developing mathematical modeling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22 (3), 123-139, https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123

Blum, W. (1993).Mathematical Modelling in Mathematical Education and Instruction.
Beigteig (Ed.) *Teaching and Learning Mathematics in Context*, 3-14. Ellis Horwood Ltd: Chichester

Brenes, F. (2006). *Evaluación diagnóstica, formativa y sumativa de los aprendizajes*. Costa Rica: EUNED.

Brito-Vallina, M.L.; Alemán-Romero, I.; Fraga-Guerra, E.; Para-García, J.L. y Arias de Tapia, R. (2011) Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica,* 14 (2), 129-139. Recuperado de
https://scielo.sld.cu/pdf/im/v14n2/im05211.pdf

Brousseau, G (1993) *Fundamentos y métodos de la didáctica de la Matemática.* Córdoba: Serie B Trabajos de Matemática, FAMAF,UNC.

Búa Ares, B. (2020) Implementación de actividades de modelización STEM y Maker en Enseñanza secundaria Números, *Revista de Didáctica de las Matemáticas* Vol. 104, Julio de 2020, pp. 83-102. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/23554/1/B%C3%BAa2020Implementaci%C3%B3n.pdf

Bullones García, M.; Vivas Cortez, M. y Cáseres, E. (2015) Actitud de los estudiantes frente al uso de tecnologías educativas para el aprendizaje de la Matemática: una visión desde los estudiantes de Ingeniería de la Universidad Centro Occidental Lisandro Alvarado. *Revista Educación en Ingeniería*, vol. 10, núm. 20, pp. 143-153

Camilloni, A.; Celman, S.; Litwin, E. y Paluo de Mate, M. (1998) *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo.* Paidós: Buenos Aires

Camilloni, A. (2004) Sobre la evaluación formativa de los aprendizajes. *Quehacer educativo*, (68), 6-12.

Campanario, S. (28 de Mayo de 2017) De posibilidades de disrupción y encuentros con extraterrestres. *La Nación. https://www.lanacion.com.ar/2027752-de-posibilidades-de-disrupcion-y-encuentros-con-extraterrestres/*

Canabal, C; Margalef, L. La retroalimentación: La clave para una evaluación orientada al aprendizaje Profesorado, 21(2): 149-170 (2017). http://hdl.handle.net/10481/47669

Cantú Martínez, Idalía; Arenas Velazco, Rita; Flores Garza, María Teresa (2012). Impacto del Precálculo en Cálculo. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas,* (80),135-144.

Calandra, M.V. y Vericat, F. (2006) Aplicación del estimador de punto de cambio a la evolución de los resultados de los alumnos universitarios. En Rivera S. y Núñez Mc Leod, J. (Eds.), *Experiencias Docentes en Ingeniería. Desde el ingreso a la práctica profesional supervisada* (269-275). Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo

Calandra, M.V. y Argeri, J. (28 al 30 de Octubre de 2009) *Análisis de la evolución de los resultados de los alumnos y la metodología bootstrap para detección de cambios*. II Jornadas de ensñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, La Plata, República Argentina. Recuperado de:http://163.10.30.35/congresos/cienciasexactas/ii-jornadas-2009/CALANDRAyARGUERI2009.pdf/

Calm, R.; Ripoll, J.; Olivé, C.; Masiá, R.; Sancho-Vinuesa, T.; Parés, N. y Pozo, F. (2013) Integración de texto y video en un nuevo recurso para el aprendizaje de matemáticas en línea. *Revista Iberoamericana de Informática Educativa*,(17), 23-31. Recuperado de https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/22026/IE_cal_rip_oli_mas_san_par_poz_VIDEO.pdf?sequence=1

Callejo, M.L. (1994). Un club matemático para la diversidad. Madrid: Narcea, S.A. de Ediciones

Cañadas Osinski, I., & Sánchez Bruno, A. (1998). Categorías de respuesta en escalas tipo Likert. *Psicothema*, *10*(3), 623–631. Recuperado de https://reunido.uniovi.es/index.php/PST/article/view/7489

Carbajal, M.L. (2020*) Recuperación y purificación de proteínas* en Zini, Rembado y López (Compiladoras) Nuevos Procesos de Formación. Primeros pasos hacia la Bimodalidad en el Departamento de Ciencia y Tecnología. Bernal: Universidad Virtual de Quilmes. pp. 143-159

Cárdenas Varela, F.; Castillo Izquierdo, N. y Daza Castillo, E (1998) Editor e intérprete de algoritmos representados en diagramas de flujo. Informática educativa UNIANDES-LIDIE, 11(1), 101-106

Carrera Farran, X. (2005) Uso de los diagramas de flujo y sus efectos en la enseñanza de contenidos procedimentales, área de tecnología*. Revista Universitaria de Formación del Profesorado*, 19 (1), 223- 225

Carriazo Díaz, C.; Pérez Reyes, M.; Gaviria Bustamante, K. (2020) Planificación educativa como herramienta fundamental para una educación con calidad *Utopía y Praxis Latinoamericana*, 25 (3) Universidad del Zulia, Venezuela Disponible en: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27963600007

Castells, M. (1996) *La era de la Información*. *La sociedad Red.* México: Siglo XXI

Castillo Bracho, L. y Prieto, J. (2017) El uso de comandos en la elaboración de simuladores con GeoGebra. UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, Núm. 52, Abril 2018, pp. 250-262. Recuperado de https://core.ac.uk/download/pdf/328834216.pdf

(The) Cockcroft Report (1982). Mathematics counts. Report of the Commitee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools under the Chairmanship of Dr. WH Cockcroft.London: Her Majesty's Stationery Office

Condemarín, M. & Medina, A. (2000). *Evaluación auténtica de los aprendizajes: un medio para mejorar las competencias en lenguaje y comunicación*. Santiago de Chile: Andrés Bello.

Córdoba Gómez, F (2014). Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas:¿qué creen los estudiantes?.*Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación.* Buenos Aires, Argentina, 12, 13 y 14 de Noviembre de 2014. Recuperado el 16 de Diciembre de 2015, de www.oei.es/congreso2014/memoriactei/1571.pdf

Costa,V.A.; Calandra, M.V. y Rossignoli, R (9, 10 y 11 de Abril de 2019) *Análisis de un proceso educativo mediante cartas de control: el caso de un curso de Matemática Universitaria*. 5° Jornadas ITE 2019. La Plata, República Argentina. Recuperado de:

http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/75118/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Cristante, C.; Esteley, C.; Marguet, I. y Mina, M. (2008) Experiencia de modelización en aula con orientación en Economía y Gestión de las organizaciones. En: R. Abrate y M. Pochulu (comps), Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática (pp. 305-318), Villa María: Editorial EDUVIM

Cuenca, M.; Palauro, L.; Astíz, M. y Vivera, C. (2019). La modelización matemática. Análisis de entrevistas a docentes y su material de clase. *Revista de educación*, 10(12), 161-172. Recuperado de https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/3024/3312

De la Fuente Sánchez, D.; Hernández Solís, M y Para Martos, I. (2013) El mini video como recurso didáctico en el aprendizaje de materias cuantitativas. *RIED, Revista Iberoamericana de Educación a Distancia,* 12 (2), 177-192

Del Pino, J. (2013) El uso del GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión *Revista de didáctica de la estadística,* (2), 243- 250

De Pablo Pons, J. (2010) Universidad y sociedad del conocimiento. Las competencias informacionales y digitales. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento,* 7(2), 6-15

Dettorre, L. y Sabaiani, M.B. (2020*) Diseño e implementación de asignaturas bimodales: el caso de "Química Orgánica Ecocompatible" y "Química Verde"* en Zini, Rembado y López (Compiladoras) Nuevos Procesos de Formación. Primeros pasos hacia la Bimodalidad en el Departamento de Ciencia y Tecnología. Bernal: Universidad Virtual de Quilmes. 105-114

Depool Rivero, Ramón Antonio (2005). La enseñanza y aprendizaje del Cálculo Integral en un entorno computacional. Actitudes de los estudiantes hacia el uso de un Programa de Cálculo Simbólico (PCS).*Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas.* (62), 3-31.

Devore, J. y Berk, K. (2012) Modern Mathematical Statistics with Applications. New York: Springer

Díaz Rosero, C.; Rosero López, K. y Obando Yepez, M. (2018) La evaluación como medio de aprendizaje, *Educación y Humanismo* 20(34): pp. 173-186. DOI: http://dx.doi.org/10.17081/eduhum.20.34.2863

Di Leo, M.; Calandra, M.V y Delnero, C (2013) Aplicación de un estimador estadístico de punto de cambio para la detección de eventos turbulentos. *ANALES AFA* 23, 58-61

Dillon, A. (30 de Junio de 2016) Desajuste entre estudio y trabajo: cada 100 abogados se reciben 31 ingenieros. *Clarín* https://www.clarin.com/sociedad/desajuste-trabajo-abogados-reciben-ingenieros_0_BkNxRAZ8.html

Dodera, M.; Bender, G.; Burroni, E.; Lázaro, M. (2014). Errores, actitudes y desempeño matemático del ingresante universitario. *Unión, revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 38, p. 69-84.

Dym, C. (2004). What is Mathematical Modeling?. En B. Holland (ed.) Principles of Mathematical Modeling, 3-12. New York: Elseiver Academic Press

Enríquez, S. (2021) *Luego de las TIC, las TAC* . Ponencia presentada en las II Jornadas Nacionales de las TIC e Innovación en el Aula. Recuperado de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/26514/ponencia ead enriquez silvia cecilia. Luego+de+las+TIC+las+TAC+(1).pdf?sequence=1

Ensinck, M.G. (1° de Agosto de 2010). Infoxificación, *La Nación Revista*. Recuperado de

https://www.produccion-animal.com.ar/temas_varios/temas_varios/99-infoxicacion_1.pdf

Elosua Oliden, P.; Zumbo, B (2008) Coeficientes de fiabilidad para escalas de respuesta categórica ordenada. *Psicothema*, 20 (4), 896-901

Escorcia Marchena, S., Herrera Acosta, R. y Galván Rincón, D. (2017) Aplicación de la carta de control CUSUM para el coeficiente de variación. *Ingeniería e Innovación*. 5(2), 7-17. Recuperado de https://revistas.unicordoba.edu.co/index.php/rii/article/view/1120/1501

Faires, D. y Burden, R. (2003) *Métodos Numéricos.* Madrid: Thompson

Feldman, D. y Palamidessi, M. (2001) *Programación de la enseñanza en la universidad. Problemas y enfoques*. Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento.

Fernández Sierra, J. (1996) "¿Evaluación? No, gracias, calificación. Cuadernos Pedagogía, 243 (92-97)

Ferrando, I. y Cabassut, R. (5 al 18 de Julio de 2015*) Dificultades en el uso de la modelización en la enseñanza de la Matemática*. Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de la Matemática, Cartagena, España. Recuperado de https://17jaem.semrm.com/aportaciones/n110.pdf

Figueroa, C. y Martínez, H. (2006) *Uso del laboratorio en la enseñanza de la Física Básica: una alternativa para mejorar la retención de los alumnos* en Rivera S. y Núñez Mc Leod, J. (Eds.) Experiencias Docentes en Ingeniería. Desde el ingreso a la práctica profesional supervisada. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo, 651-657

Fridman, L. (1995) *Metodología para resolver problemas de Matemáticas*. México: Grupo Editorial Ibero América S.A.

Gallego, C. y Murillo, P. (2018). La práctica docente mediada con tecnologías. YouTube como herramienta de aprendizaje en la educación superior. *Foro Educacional*, (31), 11–29. Doi: 10.29344/07180772.31.1827

García Euceda, D.; Medina Fernández, E.; Gómez Gómez, M.; Aguilar Perdomo, N. y Green Arrechavala, I. (2014) La modelización en ecuaciones diferenciales como competencia del pensamiento matemático de los estudiantes de la carrera de matemáticas de la UPNFM *Revista Paradigma Estudiantil,* 1(1), 28-34. Recuperado de https://datenpdf.com/download/publicacion-revista-estudiantilpdf-ivy-green-edu_pdf

Gimeno Sacristán, J (1996) *Educar por competencias, qué hay de nuevo*. Madrid: Editorial Morata

Gil Ignacio, N.; Guerrero Barona, E.; Blanco Nieto, L. (2006) El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa,* N° 8, Vol 4 (1), pp. 47-72.

Gomez Chacon, I. (2010) Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la Matemática con tecnología *Enseñanza de las ciencias,* 28(2), pp. 227-244

Gowers, Timothy (2008). ¿Por qué hay tanta gente con auténtica aversión por las matemáticas? *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (15), 5-7.

Grande de Prado, M., García Peñalvo, F. J., Corell, A., & Abella-García, V. (2021). Evaluación en Educación Superior durante la pandemia de la COVID-19. Campus Virtuales, 1(10), 49-58.

Guadagni,, A. (2020) La importancia de la graduación universitaria, *Centro de Estudios de la Educación Argentina*, 9 (97). Recuperado de http://www.acaedu.edu.ar/Documentos/CEA_octubre_2020.pdf

Halmos, P.R. (1980) The heart of Mathematics. *The American Mathematical Monthly,* 87(7), 519-524

Hernández, R.; Mariño, F. y Penagos, M. (2017). *Las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden como modelos matemáticos*. Eco matemático, 8 (1), 54-60. Recuperado de https://funes.uniandes.edu.co/23386/1/Hern%C3%A1ndez2017Las.pdf

Hernández Sampieri, R.; Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2010) *Metodología de la Investigación.* México: Mc Graw Hill

Herrera Acosta, R.; Wasinsky Zuñiga, R. y Romero Cabrera, I (2018) Contraste entre las cartas de control MR de Shewhart y Cusum Varianza en el monitoreo del potencial de hidrógeno en protectores de planta. *ITECKNE: Innovación e Investigación en Ingeniería* . 15(2), 88-98.

Hidalgo Alonso, S.; Maroto Sáez, A. y Palacios Picos, A. (2004) ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis Evolutivo y Multivariante de Actitudes Relevantes hacia la matemática. *Revista de Educación,* (334), 75-95

Ibáñez, G. y García, G. (2009) *Informática/Computer Science.* Vol. 1, México: Cengance Learning.

Igartúa, D. y Sceni, P. (2020) *La Bimodalidad en la asignatura Química de los Alimentos* en Zini, Rembado y López (Compiladoras) Nuevos Procesos de Formación. Primeros pasos hacia la Bimodalidad en el Departamento de ciencia y Tecnología. Bernal: Universidad Virtual de Quilmes. Pp. 119-141

Jaim Etcheverry, G. (3 de Febrero de 2006) Elevarse por sobre la tormenta. *La Nación*.https://www.lanacion.com.ar/opinion/elevarse-por-sobre-la-tormenta-nid777555/

Jorge, M.; Espinoza, F.; Petakos, K. y Pochulu, M. (2018) *Crecimiento poblacional o demográfico* en Marcel David Pochulu (Ed.) La modelización matemática: marco de referencia y aplicaciones. Villa María: GIDED, pp. 163-173

Juárez, G. y Navarro, S. (2013) Influencia del pensamiento sistémico en la enseñanza de sistemas dinámicos planos. *Revista Electrónica Iberoamericana de educación en ciencias y tecnología.* 4(3), 21-30. Recuperado de https://exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%204%20NUM%203/3%20%20G%20%20INFLUENCIA%20DEL%20PENSAMIENTO%20SIST%C3%89MICO%20EN%20LA%20ENSE%CE%91ANZA%20DE%20SISTEMAS%20DIN%C3%81MICOS%20PLANOS.pdf

Julie, C. y Mudaly, V. (2007) Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. En Blum, W.; Galbraith, P; Henn, H-W; Niss, M. (Eds), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*, (503-510). New York: Springer. Recuperado de**:** https://www.researchgate.net/publication/22715632_Mathematical_Modelling_of_Social_Issues_in_School_Mathematics_in_South_Africa

Kantor, D. (28 de Septiembre de 2014). Promover las ciencias duras y las carreras de ingeniería son clave. *IECO-Clarín*, https://www.clarin.com/economia/promover-ciencia-carreras-ingenieria-clave_0_HkebkNtqDmg.html

Kinnari-Korpella, A. (29 March 2019) *Enhancing learning in engineering mathematics education. Utilising Educational Technology and promoting active learning.* Public discussion in the auditorium K1702 of the Konetalo building,Tampere, Finland. Recuperado de https://core.ac.uk/download/pdf/250166392.pdf

Kozak, A.; Arana, M.; Bou, M.; Del Gener, J.; Menéndez, S. y Garaventa, L. (2006) *¿Querés se ingeniero? Relato de una experiencia de investigación-acción con respecto a la teoría del abandono* en Rivera S. y Núñez Mc Leod, J. (Eds.) Experiencias Docentes en Ingeniería. Desde el ingreso a la práctica profesional supervisada. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo, 643-649

Kummer, V. (28 al 30 de Octubre de 2021) *Enseñar en la Universidad en pandemia: análisis de una experiencia.*XXIII REDCOM, Congreso de la Red de Carreras de Comunicación, Paraná, Entre Ríos, República Argentina. Recuperado de https://www.fcedu.uner.edu.ar/catalogo/wp-content/uploads/2022/04/02.10.-Kummer.pdf

Maggio, M. (2018). *Reinventar la clase en la Universidad*. Buenos Aires: Paidos

Majmutov, M. (1983) *La enseñanza problémica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación

Martínez Luaces, V. (2001) Enseñanza de las matemáticas en carreras químicas desde un enfoque aplicado y motivador. *Revista Números*, (45).

Martínez-Pañeda, E. (2016). MATLAB: Una herramienta para la didáctica del Método de los Elementos Finitos**.** *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática.*45, 242-268

Matas, A. (2018). Diseño del formato de escalas tipo Likert: un estado de la cuestión. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 20*(1), 38-47. https://doi.org/10.24320/redie.2018.20.1.1347.

Mato, M.D. y De la Torre, E. (2010). Evaluación de las actitudes hacia las Matemáticas y el rendimiento académico*. PNA,* 5(1), pp. 197-208

McLeod, D.B. (1989 a).The role of affect in mathematical problem solving. En D.B. McLeod y V.M. Adams (Eds.), *Affect and Mathematical Problem solving: A New Perspective,* (20-36). New York: Springer-Verlang.

McLeod, D. (1989 b) Beleifs, attitudes and emotions: new view of affect in mathematics education. En D.B. McLeod y V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York: Spriner-Verlang

Mc Leod, D (1992) Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En Douglas A. Grouws (Ed.): *Handbook of Research on mathematics teaching and Learning.* New York: Macmillan.

Medina Díaz, M. y Verdejo Carrión, A (2020) Validez y confiabilidad del aprendizaje mediante las metodologías activas. *Alteridad. Revista de Educación*. 15 (2), 270- 283

Méndez, E.; Figueredo, C.; Goyo, A. y Chirinos, E. (2013) Cosmovisión de la gestión universitaria en la sociedad de la información. *Negotium*, 9(26), 70-85. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=78228464004

Mentasti, S. y Peret, M. (2021) Utilización de celulares en el contexto de pandemia: Estrategias para garantizar la continuidad pedagógica. En *Reflexión Académica en Diseño y Comunicación Universidad de Palermo,* 48*.* Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Facultad de Diseño y Comunicación. Centro de Estudios en Diseño y Comunicación. 202-208 Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Luis-Maya/publication/350801887_De_clase_a_casa_Diseno_y_valoracion_de_un_plan_colegial/links/607371e34585150fe99f2fe9/De-clase-a-casa-Diseno-y-valoracion-de-un-plan-colegial.pdf

Melo, G. (2011) Apropiación de la masificación de la información y las comunicaciones (TIC) en las cadenas productivas como determinante para competitividad de las mypyme (Spanish) *Revista criterio libre,* 9(15), 214-230

Montgomery, D. (2004) *Control Estadístico de la calidad.* México: Limusa Wiley

Montgomery, D. y Runger,G. (2003) *Probabilidad y Estadística aplicadas a la Ingeniería*. México: Limusa Wiley

Mora Vargas, A. (2001) Los contenidos curriculares del plan de estudios: una propuesta para su organización y estructuración. *Educación,* 25(2), 147-156

Mora Vargas, A. (2004) La evaluación educativa: concepto, periodos y modelos. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación,* 4(2), 1-28. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/26429756_La_evaluacion_educativa_concepto_periodos_y_modelos/link/0ffb18db0cf2c2

Morante, A. y Vallejo, J. (2011) Software libre para el estudio de sistemas dinámicos. *La Gaceta del RSME* vol. 14, núm. 1, pp. 111- 132. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/265781034_Software_libre_para_el_estudio_de_sistemas_dinamicos/link/580b0dcd08ae2cb3a5d30830/download

Moreno, R.y Martinez, R. (2007) Aprendizaje autonomo. Desarrollo de una definición. Acta *Comportamentalia: Revista Latina de Análisis de Comportamiento.* 15(1), 51 – 62. Recuperado de https://www.redalyc.org/pdf/2745/274520891004.pdf

Moreno Olivos, T. (2010) Lo bueno, lo malo y lo feo: las muchas caras de la evaluación. *Contornos, Revista Iberoamericana de educación superior,* vol. 1, núm. 2

Morin, E. (1999) *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro,* Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura: París

Muller, E. & Burkhardt, H. (2007) Applications and modeling for mathematics-Overview. En Blum, W.; Galbraith, P.; Henn, H-W.; Niss, M. (Eds) *Modelling and applications in mathematics education- The 14th ICMI Study*, 267-274. New York: Springer.

Mulreedy, C. (2020) Aplicación y evaluación de un programa que incluye actividades de modelización matemática para mejorar las actitudes de los estudiantes hacia la Matemática. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas,* (104), 41-64. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/23550/1/Mulreedy2020Aplicaci%C3%B3n.pdf

Naranjo Pereira, M. (2009) Motivacion: perspectivas teóricas y algunas consideraciones de su importancia en el ámbito educativo. *Revista Educación,* 33 (2), 153- 170

National Research Council (1989).*Everybody counts: a report to the nation on the future of mathematics education.* Washington, D.C: National Academy Press.

Navarro Ibarra, A.; Robles Aguilar, A.; Ansaldo Leyva, J.C. y Castro Lugo, F. (2016) Secuencia didáctica apoyada en tecnología para la construcción del concepto de derivada en problemas de optimización. Unión: Revista Iberoamericana de educación matemática, (46), 171-187

Navone, Hugo; Turner, Pablo (2008). Física computacional en el nivel medio: ¿una asignatura pendiente? *Revista de Enseñanza de la Física,* 21 (2). Recuperado de https://web.fceia.unr.edu.ar/Jornadas_EIEF_/2008/Navone-Turner.pdf

Nosiglia, M.C. y Fuksman, B. (2022) Los cambios en la enseñanza universitaria a partir del inicio de la pandemia y desde la perspectiva de los académicos: el caso de la Universidad de Buenos Aires. *Revista RAES*, 15(25),121-137. Recuperado de https://revistas.untref.edu.ar/index.php/raes/article/view/1530/1228

Nunziati, G. (1990) Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice. *Cahiers pédagogiques,* 280, pp. 47-64,

Lara Guerrero, J. (1997). Estrategias paraun aprendizaje significativo constructivista.Revista Enseñanza. 15, 29-50.

Laraque Espinosa, L. (13 al 15 de Septiembre de 2010) *¿Sociedad de la información o sociedad del conocimiento?* Congreso Iberoamericano de Educación METAS 2021, Buenos Aires, República Argentina. Recuperado de https://www.adeepra.org.ar/congresos/Congreso%20IBEROAMERICANO/TICEDUCACION/r1180_Laraque.pdf

Lazarte, G. (2006) *Trayecto de Formación Complementaria: una propuesta diferente en el sistema de ingreso a la Facultad de Ingeniería* en Rivera S. y Núñez Mc Leod, J. (Eds.) Experiencias Docentes en Ingeniería. Desde el ingreso a la práctica profesional supervisada. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo, pp.705-722

Lester, F. (1985) *Research on Mathematical Problem Solving.* EEUU: Indiana University Press

Lester, J.; Garofalo, J.& Kroll, D. (1989). *The role of metacognition in mathematical problema solving: A study of two grade seven clases*. Final report to the National Science Foundation of NSF Project MDR 85-50346

Litwin, E. (1998). *La evaluación: campo de controversias y paradojas o un nuevo lugar para la buena enseñanza*, en Alicia W. de Camilloni y otros, *La evaluación de los aprendizajes en el debate contemporáneo.* Buenos Aires, Paidós.

Litwin, E. (2005) *Tecnologías educativas en tiempo de Internet,* Amorrortu Editores: Buenos Aires

López, G.; de Delgado, M.B. y López, M.B. (2006) *Formación en competencias: innovación para la carrera Ingeniería en Agrimensura*. En Rivera S. y Núñez Mc Leod, J. (Eds.) Experiencias Docentes en Ingeniería. Desde el ingreso a la práctica profesional supervisada. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo, 65-72

López, R., Molina, M. y Castro, E. (2017). Modelización en el aula de Ingeniería: un estudio de caso en el marco de un experimento de enseñanza. *PNA*, 11(2) 75-96. Recuperado de file:///C:/Users/w/Downloads/Dialnet-ModelizacionEnElAulaDeIngenieriaUnEstudioDeCasoEnE-5769081%20(3).pdf

Lucero de Aguado, S.; Giordano, N.; Vitale, M.; Iturralde, M.; Valente, N.G. y Medaura, M.C. 2007. Educación basada en competencias: una microexperiencia en la Cátedra de

Química General. Experiencias Docentes en Ingeniería. vol I. S. Rivera & Jorge E. Nuñez Mc Leod. pp. 33 a 40.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), (2005) La definición y selección de competencias clave. Resumen ejecutivo. Recuperado de https://www.deseco.ch/bfs/deseco/en/index/03/02.parsys.78532.downloadList.94248.DownloadFile.tmp/2005.dscexecutivesummary.sp.pdf

Elosua Oliden, P.; Zumbo, B (2008) Coeficientes de fiabilidad para escalas de respuesta categórica ordenada. *Psicothema*, 20 (4), 896-901

Pérez, R.; Partida, J:; Pérez, T. y Mena, E. (2016) Modelos educativos contemporáneos asistidos por las tecnologías de la información y comunicación. *Revista de Educación y Desarrollo*, (39), 91-98, Recuperado de http://www.cucs.udg.mx/revista/edu_desarrollo/anteriores/39/39_Perez.pdf

Pérez Navarro, O., González Suárez, E., Rodríguez Rico, I., Miño Valdéz, J.E. (2020) Modelación matemática de procesos en la industria química y fermentativa. *INGENIO Revista de Ciencia, Tecnología e Innovación*, 2(2), 37-45. Recuperado de https://rid.unam.edu.ar/bitstream/handle/20.500.12219/3240/Perez%20Navarro%20O_2021_Modelaci%C3%B3n%20matem%C3%A1tica.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Perez Zuñiga, R.; Mercado Lozano, P.; Martínez García, M.; Mena Hernández, E. y Partida Ibarra, J. (2018) La sociedad del conocimiento y la sociedad de la información como la piedra angular en la innovación tecnológica educativa. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigacion y el Desarrollo Educativo* (en línea) 8 (16), 847-870 Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/ride/v8n16/2007-7467-ride-8-16-00847.pdf

Perkins, D. (2003) *El contenido. Hacia una pedagogía de la comprensión* Gedisa: Barcelona

Perrenoud, Ph. (2008) Construir competencias ¿es darle la espalda a los saberes*? Red U Revista de Docencia Universitaria "Formación centrada en competencias (II)"* Recuperado de http;//www.redu.m.es/Red_U/m2

Plaza Gálvez, L.F. (2016) Obstáculos presentes en la modelización matemática. Caso ecuaciones diferenciales en la formación de ingenieros. *Revista Científica*, (25), 176-187. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8917566

Plaza Gálvez, L.F. (2017). Modelación matemática en Ingeniería. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH,* 7(13), 47-57. Recuperado de https://www.scielo.org.mx/pdf/ierediech/v7n13/2448-8550-ierediech-7-13-00047.pdf

Pochulu, M. (2018) *Optimización del diseño de empaques de cartón del tipo Tetra Brik* en Marcel David Pochulu (Ed.) La modelización matemática: marco de referencia y aplicaciones. Villa María: GIDED, 85-96

Pochulu, M. y Moyano, S. (2018) *Degradación de las aguas residuales mediante procesos biológicos* en Marcel David Pochulu (Ed.) La modelización matemática: marco de referencia y aplicaciones. Villa María: GIDED, 195-213

Pochulu, M. (2018) *Distribución, logística y entrega de productos y mercaderías* en Marcel David Pochulu (Ed.) La modelización matemática: marco de referencia y aplicaciones. Villa María: GIDED, 245-253

Polya, G. (1945) *How to solve it*. Princeton: University Press.

Polya, G. (1976) *Cómo plantear o resolver problemas.* México: Editorial Trillas

Pozo, J.I. y Monereo, C. (2009) La nueva cultura del aprendizaje universitario o porqué cambiar nuestras formas de enseñar y aprender. En Pozo, J.I. y Pérez Echeverría, M.P. *Psicología del aprendizaje universitario. La formación en competencias* (9-28). Madrid: Morata

Pozo Municio, J. y Perez Echeverria, M. (2009) *Psicologia del aprendizaje universitario en formación de competencias* Morata: España

Prensky, M. (2001) Digital natives, digital inmigrants *On the Horizon (MCB University Press)* vol. 9, num. 5. Recuperado de https://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf

Reid, M.E.; Gareis, M.I.; Hernández, A.E.; Roldán, M.V. (2012). Funciones con modelización mate mática. *Números* (81)

Robinson, K. (19 de Noviembre de 2015). We are educating people out of creativity.[Archivo de video] Recuperado de https://www.ted.com/speakers/sir_ken_robinson

Rodríguez, R. (2007) Tutoriales de Youtube como estrategia de aprendizaje no formal en estudiantes universitarios *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo* 11(21),

Rodríguez, M. y Barreiro, P. (2018) *Modelización y Resolución de Problemas* en Marcel David Pochulu (Ed.) La modelización matemática: marco de referencia y aplicaciones. Villa María: GIDED, 17-26

Roque Rodríguez, E. (2020). Tutoriales de Youtube como estrategia de aprendizaje no formal en estudiantes universitarios. *RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo*, *11*(21). Recuperado de https://doi.org/10.23913/ride.v11i21.797

Rychen, D.; Salganik, L.(2004). *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida*. México: Fondo de Cultura Económica.

Rychen, D.; Salganik, L. (2006). *Las competencias clave para el bienestar personal, social y económico*. Málaga: Aljibe y Consorcio Fernando de los Ríos.

Samela, G. (24 de Agosto de 2014). Cómo se forman perfiles para trabajos que todavía no existen. *IECO-Clarín*, https://www.clarin.com/economia/forman-perfiles-trabajos-todavia-existen_0_B1zGYE9qPQg.html

Samela, G. (2014, Septiembre 28). Más economistas que ingenieros. *IECO-Clarín*, https://www.clarin.com/economia/economistas-ingenieros_0_rybWkEYcvml.html

Sánchez Mendiola, M. (2018) La evaluación del aprendizaje de los estudiantes:¿es realmente tan complicada? *Revista Digital Universitaria,* 19(6), 1-18

Sánchez Ruíz, J. y Ursini, S. (2010) Actitudes hacia las matemáticas y matemáticas con tecnología: estudios de género con estudiantes de secundaria. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática, 13 (4), 303-318

Sánchez Torres, J.; González Zabala, M. y Sánchez Muñóz, M. (2012) La sociedad de la información: génesis, iniciativas, concepto y su relación con las TIC *UIS Ingenierías*, 11(1), 113-128

Santrock, j. (2002) *Psicología de la educación*. México: Mc Graw-Hill

Salazar León, P. (2019) *Influencia parental en el rendimiento en las Matemáticas* [Tesis de maestría no publicada] Universidad Politécnica de Madrid. Recuperada de https://oa.upm.es/56996/1/TFM_PAULA_DE_SALAZAR_LEON.pdf

Salett Biembengutt, M. y Hein, N. (2004) Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática *Educación Matemática,* 16 (2), 105-125

Salinas, G.; Valdés, V. y Deluigi, M. (2006) *Una propuesta de innovación didáctica desde la educación basada en competencias aplicada en la Universidad*. En Rivera S. y Núñez Mc Leod, J. (Eds.) Experiencias Docentes en Ingeniería. Desde el ingreso a la práctica profesional supervisada. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo, 73-79

Sartor, P.M. (2006) *Educar para pensar y para trabajar. Ingenieros competentes y profesionales= Profesionales de excelencia*. En Rivera S. y Núñez Mc Leod, J. (Eds.) Experiencias Docentes en Ingeniería. Desde el ingreso a la práctica profesional supervisada. Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo, 11-17

Scenna, N.; Aguirre, P.; Benz, S.; Chiotti, O.; Espinosa, H.; Ferrero, M.; Montagna, J.; Mussati, M.; Pérez, G.; Rodríguez, J.; Salomone, H., Santa Cruz, A.; Tarifa, E. y Vega, J. (1999) Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos. Nicolás Scenna (Ed.)Recuperado de: http://www.edutecne.utn.edu.ar/modelado-proc-quim/modelado-proc-quim.pdf

Schoenfeld, A. (1985) *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press

Schoenfeld, A. (1992) Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in Mathematics, en D. Grouws (Ed): *Handbook for research on mathematics teaching and learning,* New York: MacMillan

Schön, D. (1992). La formación de profesionales reflexivos. Barcelona. Paidós.

Scorzo, R. y Favieri, A. (2019) Test sobre imágenes mentales con uso de software sobre asíntotas de funciones. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 102, 7-27

Serrano de Moreno, S. (2002) La evaluación del aprendizaje: dimensiones y prácticas innovadoras. *Educere*, 6 (19), 247-257 Recuperado de https://www.redalyc.org/pdf/356/35601902.pdf

Sharma, S., Mulvaney, S. y Rizvi, S (2003) *Ingeniería de Alimentos. Operaciones unitarias y prácticas de laboratorio*. México: Editorial Noriega.

Sriven, M. (1967) The methodology of evaluation, en Stake, R: *Perspectives of Curriculum Evaluation,* American Educational Ressearch Association, Monograph Series on Curriculum Evaluation n° 1, Chicago, Rand Mc Nally, 38-39

Secretaría de Políticas Universitarias del Ministerio de Educación de la República Argentina (2020) *El impacto de la pandemia Covid-19 en las rutinas educativas. Respuestas de las Universidades Nacionales* [Conjunto de datos] http://acreditacion.unsl.edu.ar/wp-content/uploads/evaluacion_institucional/SPU/presentaciones/Presentacion%20Encuestas.pdf

Stanic, G. & Kilpatrick, J. (1988) Historical perspectives on problema solving in the mathematics curriculum . In R. Charles & E. Silver (Eds.) *The teaching and assessining of mathematical problem solving* (pp 1-22) Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

Stobart, G. (2010). *Tiempo de pruebas: Los usos y abusos de la evaluación*. Madrid: Morata.

Summo, V.; Voisin, S. y Téllez, B. (2016) Creatividad: eje de la educación del Siglo XXI. *Revista Iberoamericana de Educación Superior,* 7(18), 83-98. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-28722016000100083

Turró, C.; Despujol, J. y Busquets, J. (2014) Grabación automatizada de clases magistrales: el proyecto Videoapuntes de la UPV. *RED. Revista de Educación a Distancia*, (40), 31-38

Valiente Barderas, A. (1998). Problemas de Balance de Materia y energía en la Industria Alimentaria. México: Limusa Noriega Editores.

Villareal, M (2019). Experiencias de modelización en la formación de futuros profesores de matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 14(18), 219-234. Recuperado de file:///C:/Users/w/Downloads/39915-Texto%20del%20art%C3%ADculo-139549-1-10-20191202.pdf

Viera, L.; Ramírez, S.; Wainmayer, C. y Salinas, J. (2007) Criterios y actividades para la evaluación del aprendizaje en los cursos universitarios de química. Educación Química, 18 (4), 294-302. Recuperado de https://semanticschollar.org.d6e1/4ba3bb347bdb5b758e765b31feaa12a0b9f9.pdf

Zang, M.; Fernández von Metzen, M. (2015). Reflexiones sobre la implementación de problemas de modelado para la construcción y resignificación de objetos matemáticos vinculados a las ecuaciones diferenciales. Unión [en línea], 42. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/

Zini, A. y Rembado, F. (2020*) Marco político e institucional de la implementación de la bimodalidad en el Departamento de Ciencia y Tecnología* en Zini, Rembado y López (Compiladoras) Nuevos Procesos de Formación. Primeros pasos hacia la Bimodalidad en el Departamento de Ciencia y Tecnología. Bernal: Universidad Virtual de Quilmes. 21-31

Zill, D. (1997). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. México: International Thompson Editores.

Índice de contenidos

VI ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA

Capítulo 9

Empleo de recursos estadísticos para evaluar los resultados del estudio

Capítulo 10

Comparación del modo en que los recursos fueron utilizados en los grupos piloto y testigos

Capítulo 11

Análisis de los videos didácticos y las clases grabadas preparados especialmente para el presente estudio

Índice de Figuras

Índice de Tablas

Apéndice A

Rúbrica para la corrección de una de las actividades de autoevaluación utilizadas durante el primer cuatrimestre del año 2020 con los cursos de Física I de la carrera Bioquímica de la UNAJ

Rubrica de evaluación de la tarea correspondiente a la segunda semana de trabajo en Dinámica.
La rubrica servirá para:
- Orienterte en que será importante que realices según los criterios de tus docentes.
- Dar una guía el docente para estandarizar las correcciones y no caer en arbitrariedades.

Los puntajes que aparecen son orientetivos del peso que se dará en la corrección a cada ítem. Al corregir se ajustará todo proporcionalmente a una nota sobre 10

	Inaceptable	Aceptable	Ejemplar	
Diagrama de cuerpo libre del ejercicio 1	No realiza diagrama de cuerpo libre 0 puntos	Realiza el diagrama de cuerpo libre con errores o en forma incompleta 5 puntos	Realiza bien el diagrama de cuerpo libre. 10 puntos	
Ecuaciónes de Newton para el ejercicio 1	No escribe las ecuaciones de Newton para el eje.cicio 0 puntos	Escribe mal las ecuaciones de Newton o de manera incompleta. 5 puntos	Escribe bien las ecuaciones de Newton. 10 puntos	
Uso de unidades en el ejercicio 1	No usa unidades. 0 puntos	Usa mal las unidedes, o con algunos errores 2 puntos	Usa correctamente las unidedes. 5 puntos	
Presentación del problema 1	Presenta el problema de forma poco clara. 0 puntos	Presenta el problema como una lista de cuentas pero sin explicaciones ni justificaciones 2 puntos	Presenta el problema de forma clara y bien argumentada. 5 puntos	

Resultado del problema 1	No presenta el resultado o llega a un resultado inaceptable. 0 puntos	Llega a un resultado incorrecto pero por errores de cuentas. 5 puntos	Llega a un resultado incorrecto por algún error pequeño que no pudo advertir. 10 puntos	Llega al resultado correcto. 20 puntos	
Diagrama de cuerpo libre del ejercicio 2	No realiza diagrama de cuerpo libre 0 puntos	Realiza el diagrama de cuerpo libre con errores o en forma incompleta 5 puntos	Realiza bien el diagrama de cuerpo libre. 10 puntos		
Ecuaciónes de Newton para el ejercicio 2	No escribe las ecuaciones de Newton para el eje.cicio 0 puntos	Escribe mal las ecuaciones de Newton o de manera incompleta. 5 puntos	Escribe bien las ecuaciones de Newton. 10 puntos		
Use de unidades en el ejercicio 2	No usa unidades. 0 puntos	Usa mal las unidedes, o con algunos errores 2 puntos	Usa correctamente las unidedes. 5 puntos		
Presentación del problema 2	Presenta el problema de forma poco clara. 0 puntos	Presenta el problema como una lista de cuentas pero sin explicaciones ni justificaciones 2 puntos	Presenta el problema de forma clara y bien argumentada. 5 puntos		

Resultado del problema 2.i	No presenta el resultado o llega a un resultado inaceptable. 0 puntos	Llega a un resultado incorrecto pero por errores de cuentas. 2 puntos	Llega a un resultado incorrecto por algún error pequeño que no pudo advertir. 5 puntos	Llega al resultado correcto. 10 puntos	
Resultado del problema 2.ii	No presenta el resultado o llega a un resultado inaceptable. 0 puntos	Llega a un resultado incorrecto pero por errores de cuentas. 2 puntos	Llega a un resultado incorrecto por algún error pequeño que no pudo advertir. 5 puntos	Llega al resultado correcto. 10 puntos	

Apéndice B

Modelo brindado a los estudiantes de la asignatura Estadística Aplicada para la resolución de una de las actividades obligatorias para regularizar la materia.

Estadística Aplicada

Actividad 4 – Modelo

Problema 1

Un estudio de mercado determinó que el 62% de los jóvenes beben la gaseosa XX. Se efectúa una encuesta en un grupo de ocho jóvenes, y se pregunta cuál es la probabilidad de que:

(i) por lo menos cuatro de ellos beban la gaseosa XX;

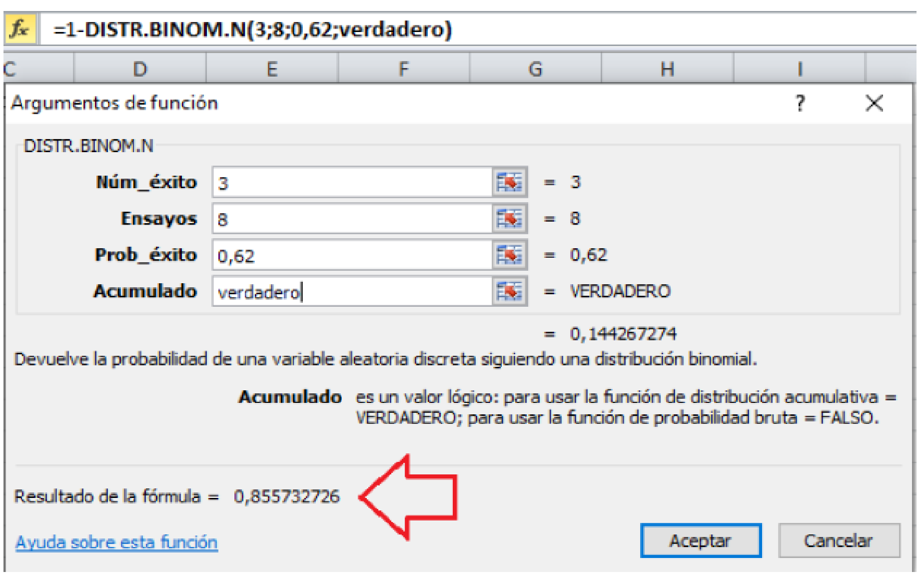
(ii) a lo sumo dos de ellos beban la gaseosa XX; y

(iii) ninguno de ellos beba la gaseosa XX

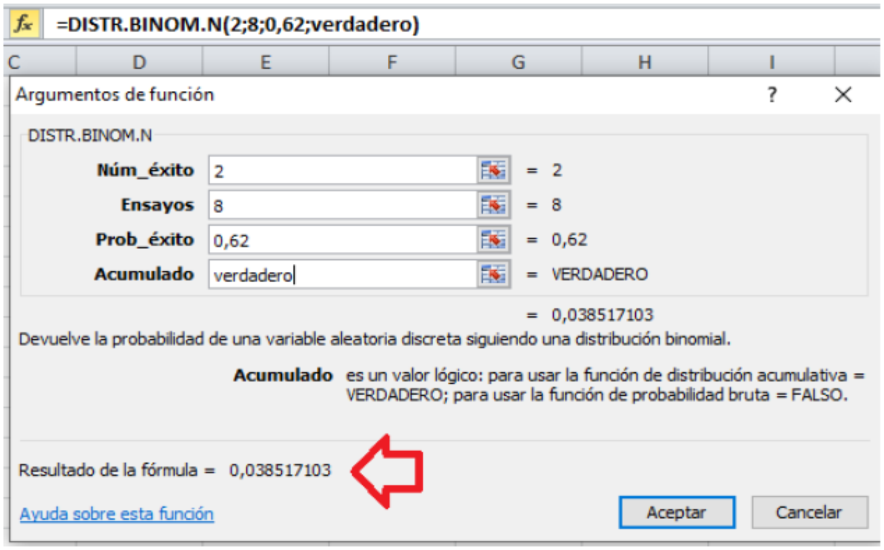
Resolución:

Se trata de un problema de distribución binomial, donde la probabilidad es p = 0,62 y el tamaño de la muestra es n = 8. Entonces:

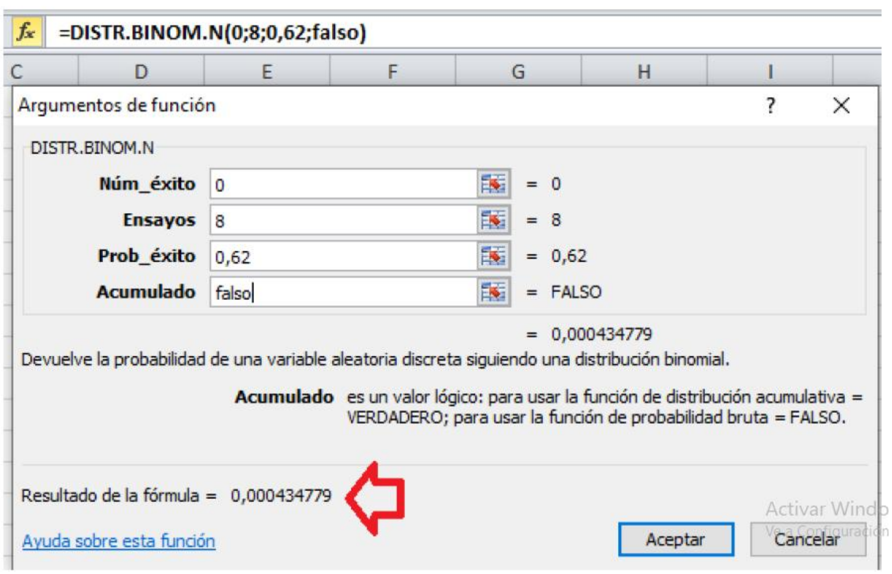
(i) la probabilidad de que por lo menos cuatro beban la gaseosa XX se obtiene utilizando la planilla de cálculo:



(Ii) la probabilidad de que a lo sumo dos de ellos beban la gaseosa XX será:



(iii) la probabilidad de que ninguno de ellos beba la gaseosa XX será:



Problema 2

La vida útil de un determinado componente electrónico representa una variable que se distribuye normalmente, con una media de 5000 horas y una desviación estándar de 150 horas. En un control de calidad se testea uno de dichos componentes. Calcular la probabilidad de:

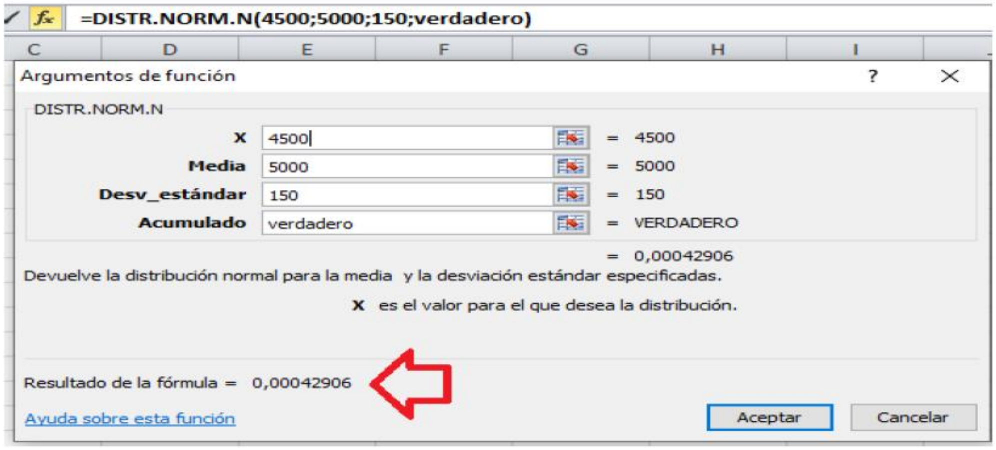
(i) su vida útil sea de menos de 4500 horas;

(ii) su vida útil sea superior a las 5100 horas; y

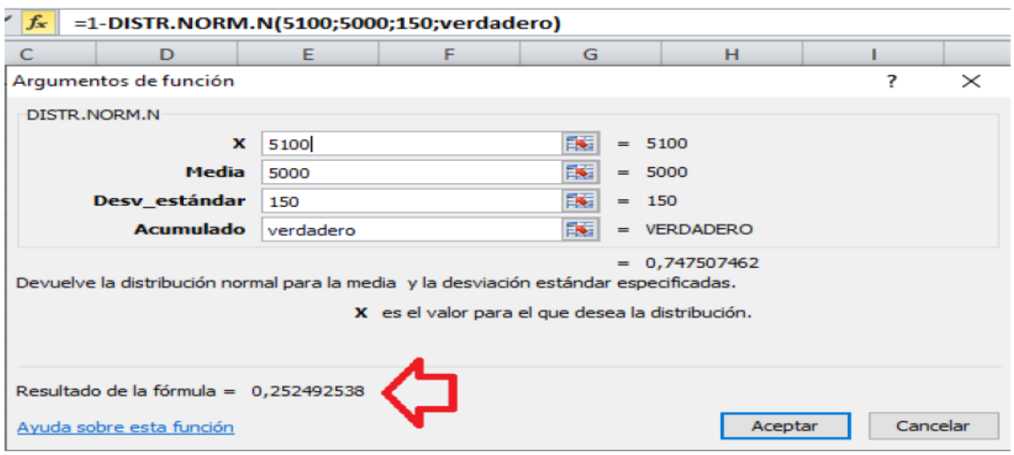
(ii) su vida útil se encuentre entre las 4900 y las 5050 horas

Resolución

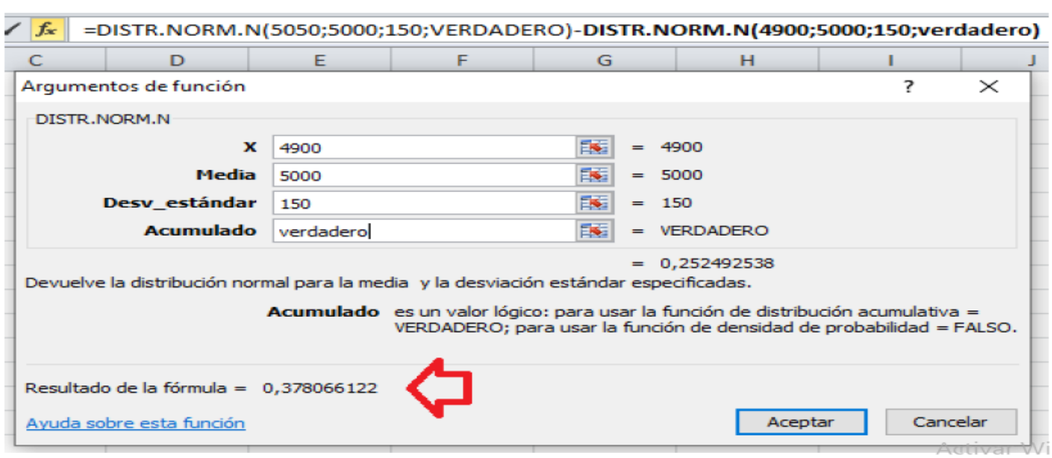
(i) La distribución correspondiente a la variable es la normal de modo que:



(ii) La probabilidad de que la vida útil sea superior a las 5100 horas se calculará como:



(iii) La probabilidad de 1ue la vida útil se encuentre entre las 4900 horas y las 5050 horas se calculará como:



Problema 3

El tiempo máximo que transcurre desde que el asistente de una empresa de informes turísticos tarda en responder a una consulta telefónica es de 12 minutos, y la función de densidad de probabilidad cuya variable es justamente la duración de dicha llamada es la siguiente:

$$f(x): \begin{cases} \frac{1}{48}x & si\ \ 0 \leq x < 8\, minutos \\ -\frac{1}{24}x\ \ + k & si\ 8\, minutos \leq x \leq 12\, minutos \end{cases}$$

Se pide entonces:

(i) Obtener el valor de “k”

(ii) Calcular la probabilidad de que la llamada dure menos de 5 minutos

(iii) Calcular la probabilidad de que la llamada dure entre 6 y 10 minutos

Resolución:

$$(\square)\ \int_0^8 \frac{1}{48}x.dx + \int_8^{12}\left(-\frac{1}{24}x + k\right)dx = 1$$

$$\frac{1}{48}\left[\frac{x^2}{2}\Big|\begin{matrix}8\\0\end{matrix}\right] + \left[-\frac{1}{24}\frac{x^2}{2} + kx\Big|\begin{matrix}12\\8\end{matrix}\right] = 1$$

$$\frac{1}{48}\left[\frac{64}{2}\right] + \left[-\frac{1}{24}\frac{144}{2} + 12k - \left(-\frac{1}{24}\frac{64}{2} + 8k\right)\right] = 1$$

$$4k = 1 - \frac{32}{48} + \frac{72}{24} - \frac{32}{24} \rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$(ii)\ P(X < 5\, minutos) = \int_0^5 \frac{1}{48}x.dx = \frac{1}{48}\frac{x^2}{2}\Big|\begin{matrix}5\\0\end{matrix} = \frac{25}{96}$$

$$(iii)P(6 < X < 10\, minutos) = \int_{6}^{8} \frac{1}{48} x.dx + \int_{8}^{10} \left(-\frac{1}{24}x + \frac{1}{2}\right) dx =$$

$$= \frac{1}{48}\left[\frac{x^2}{2}\bigg|_{6}^{8}\right] + \left[-\frac{1}{24}\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}x\bigg|_{8}^{10}\right] = \frac{13}{24}$$

Observación: no es necesario utilizar el procesador de ecuaciones para desarrollar el problema, se pueden incluir en el pdf las fotos correspondientes al desarrollo para la resolución del problema

Apéndice C

Programa desarrollado para determinar el nivel de confianza con el que se produce el cambio al aplicar el método de sumas sucesivas

```
num=0;x=1:5;
for i=1:5
  x(i)=input("suma sucesiva acumulada:");
 endfor
Sd=input("estadístico para las sumas acumulativas:");
B=rand(10000,5);
for i=1:10000
  for j=1:5
  C(i,j)=10*B(i,j);
  if C(i,j)<2
    C(i,j)=x(1);
  elseif C(i,j)<4
    C(i,j)=x(2);
  elseif C(i,j)<6
    C(i,j)=x(3);
  elseif C(i,j)<8
    C(i,j)=x(4);
  else C(i,j)=x(5);
endif
endfor
for j=1:5
  xm(i)=(C(i,1)+C(i,2)+C(i,3)+C(i,4)+C(i,5))/5;
endfor
S(i,1)=C(i,1)+xm(i);
for j=2:5
  S(i,j)=S(i,j-1)+(C(i,j)-xm(i));
endfor
Smax(i)=0;
```

```
for j=1:5
  if S(i,j)>Smax(i)
    Smax(i)=S(i,j);
  endif
  endfor
  Smin(i)=1;
  for j=1:5
  if S(i,j)<Smin(i)
  Smin(i)=S(i,j);
endif
endfor
Sdif(i)=Smax(i)-Smin(i);
   endfor
for i=1:10000
  if Sdif(i)<Sd
    num=num+1;
  endif
endfor
nc=100*(num/10000);
disp("el nivel de confianza es:");disp(nc)
```

Apéndice D

Guía de Trabajos Prácticos de Análisis Matemático II A correspondiente al tema "Integrales impropias".

Trabajo Práctico 1: Integrales Impropias

Integral impropia del Tipo 1:

- Si $\int_a^t f(x)dx$ existe para cualquier número $t \geq a$, entonces $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim\limits_{t\to+\infty} \int_a^t f(x)dx$ siempre que este límite exista y sea finito.
- Si $\int_t^b f(x)dx$existe para cualquier número $t \leq b$, entonces $\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim\limits_{t\to-\infty} \int_t^b f(x)dx$ siempre que este límite exista y sea finito.

Decimos que las integrales impropias $\int_a^t f(x)dx$ y $\int_t^b f(x)dx$ son ***convergentes*** si existe el límite correspondiente y, en caso contrario, decimos que son ***divergentes***.

Propiedad:

- Si $\int_{-\infty}^c f(x)dx$ y $\int_c^{+\infty} f(x)dx$ son convergentes, entonces $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x)dx + \int_c^{+\infty} f(x)dx$

Integral impropia del Tipo 2:

- Si f es continua en $[a, b)$ y presenta una asíntota vertical de ecuación $x = b$, entonces$\int_a^b f(x)dx = \lim\limits_{t\to b^-} \int_a^t f(x)dx$ siempre que este límite exista y sea finito.
- Si f es continua en $(a, b]$ y presenta una asíntota vertical de ecuación $x = a$, entonces $\int_a^b f(x)dx = \lim\limits_{t\to a^+} \int_t^b f(x)dx$ siempre que este límite exista y sea finito.

Decimos que las integrales impropias $\int_a^t f(x)dx$ y $\int_t^b f(x)dx$ son ***convergentes*** si existe el límite correspondiente y, en caso contrario, decimos que son ***divergentes***.

- Si f presenta una asíntota vertical de ecuación $x = c$, donde $a < c < b$ y $\int_a^c f(x)dx$ y $\int_c^b f(x)dx$ son convergentes, entonces $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

Cualquiera de las integrales definidas más arriba puede interpretarse como un área siempre que la función sea positiva. Por ejemplo:

Ejercicio 1: Calcular si la integral impropia es convergente:

a) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$

b) $\int_2^{+\infty} \frac{lnx}{x} dx =$

c) $\int_{-\infty}^1 \frac{1}{x-5}\ dx =$

f) $\int_0^{+\infty} \cos x\, dx =$

g) $\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 dx =$

h) $\int_0^{+\infty} x\, e^{-x} dx =$

d) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{x^2+4} dx =$ i) $\int_{-\infty}^{0} x\, e^x dx =$

e) $\int_{1}^{+\infty} x\, ln x\, dx =$ j) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x-3|} dx =$ k) $\int_{0}^{+\infty} (1 + sen(x)) dx =$

Ejercicio 2: Justificar analíticamente e interpretar gráficamente que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 dx \neq \lim_{t \to +\infty} \int_{-t}^{+t} x^3 dx$$

Ejercicio 3:

a) Justifique lo siguiente: $\int_{1}^{+\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) dx \neq \int_{1}^{+\infty} \frac{1}{x} dx - \int_{1}^{+\infty} \frac{1}{x+1} dx$

b) Justifique lo siguiente: $\int_{1}^{+\infty} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}\right) dx = \int_{1}^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx - \int_{1}^{+\infty} \frac{1}{(x+1)^2} dx$

Además de la justificación analítica interprete en un gráfico

Ejercicio 4: Determinar todos los valores de k de modo de que la integral impropia sea convergente. Interpretar la respuesta gráficamente.

a) $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{x^k} dx$ b) $\int_{0}^{+\infty} e^{kx} dx$

Ejercicio 5:

I) Analizar si las siguientes integrales son o no impropias. Justificar

II) Para el caso de las que sean integrales impropias determinar si son o no convergentes.

III) Para el caso de las que sean integrales propias, calcularlas.

a) $\int_{1}^{e} \frac{dx}{x \ln x}$ b) $\int_{2}^{3} \frac{x}{x^2 - 4} dx$

c) $\int_{0}^{\pi} \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} dx$ d) $\int_{1}^{5} \frac{x}{x^2 - 4} dx$

e) $\int_{0}^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ f) $\int_{0}^{1} x \ln x\, dx$

g) $\int_{0}^{\pi} \frac{senx}{(1 + \cos x)^4} dx$

Ejercicio 6: Determinar todos los valores de k de modo de que la integral impropia sea convergente. Interpretar la respuesta gráficamente. $\int_0^1 \frac{1}{x^k}\,dx$

Ejercicio 7: Considerar la región comprendida entre $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}} \wedge y = 0$ en [-2; 1]:

Demostrar que la región tiene área finita.

Ejercicio 8: determinar si está acotada ò no el área entre la curva $y = \frac{1}{x^2 + x}$ y el eje x. En caso afirmativo calcular el valor al cual converge

a) a la derecha de $x = 1$ (relacionar este cálculo con el ejercicio 3-a)

b) $0 < x < 1$

Ejercicio 9: **Sea** $f(x) = \frac{2x}{x-5}$

a) Graficar la función

b) Determinar si esta acotada el área entre la función y su asíntota horizontal con $x \geq 6$. Interpretar gráficamente.

c) Determinar si esta acotada el área entre la función y su asíntota horizontal con $x \leq 0$. Interpretar gráficamente.

d) Determinar si esta acotada el área entre la función y el eje x, con $5 < x \leq 6$. Interpretar gráficamente.

Ejercicio 10: Demuestre $\int_0^{+\infty} e^{-rx}\, sen\; ax\, dx = \frac{a}{a^2 + r^2} \qquad r > 0$

Nota :para resolver la integral utilice tabla de integrales

Ejercicio 11: $\int_0^{\pi/2} \frac{\operatorname{sen} x}{x}\,dx$ ¿Es una integral impropia?

Propiedad:

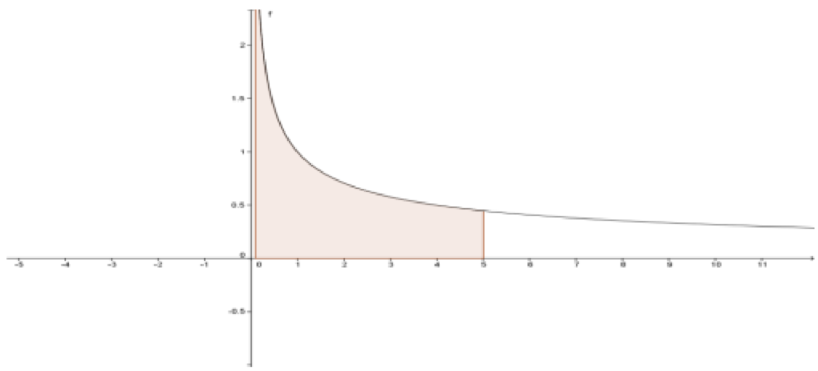
1°) lim $_{x \to a^+}$ $f(x) = \infty \wedge f(x)$ es continua en (a; b]

2°) $F(x) = \int f(x)\,dx$

3°) $\exists\, F(a) = lim_{x \to a^+} \; F(x)$ (finito)

$\Rightarrow \int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$ (la integral impropia es convergente)

Ejemplo: Calcular: $\int_0^5 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$



1°) $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = \infty \wedge f(x)$ es continua en (0; 5]

2°) $F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx = 2\sqrt{x} + C$

3°) *F*(0) = 0 + C

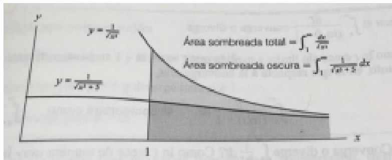
$\Rightarrow \int_0^5 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx = \left[2\sqrt{x}\right]_0^5 = 2\sqrt{5} - 0 = 2\sqrt{5}$ La integral impropia es CV

Nota: La propiedad anterior se verifica con similares condiciones si $\lim_{x \to b^-} f(x) = \infty$

A veces es difícil hallar el valor exacto de una integral impropia, pero puede ser posible determinar si la integral converge o diverge. La clave es comparar la integral dada con una cuyo comportamiento sea conocido.

i) Determinar si $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3+5}}\, dx$ *converge.*

Tratemos de comparar la función que aparece en el integrando con otra, por ejemplo con $\frac{1}{\sqrt{x^3}}$*:*



$\frac{1}{\sqrt{x^3+5}} \leq \frac{1}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{x^{3/2}}$. Entonces, resulta que $\int_1^b \frac{1}{\sqrt{x^3+5}}dx \leq \int_1^b \frac{1}{\sqrt{x^3}}dx \quad \forall b \geq 1$ En el ejercicio 4a) vimos que $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^k}$ converge cuando k>1, por lo tanto la integral de la derecha es convergente (notar que k valdría 3/2) Resulta entonces que la integral a calcular siempre tomara valores menores a esta (sin importar cuál sea ese valor finito), con lo cual no hay manera que la integral sea divergente

ii) Investigar el comportamiento de $\int_1^{+\infty} \frac{3+senx}{\sqrt{x}}dx$

Analicemos el integrando y tratemos de compararlo con alguna función; por ejemplo:

$\frac{3+senx}{\sqrt{x}} \geq \frac{2}{\sqrt{x}}$ por que? Resulta entonces que la integral a calcularsiempre tomara valores menores a esta, pero sabemos que $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^k}$ converge cuando k>1y en este caso k=1/2, por lo tanto la integral $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ diverge. De modo entonces que no hay manera que la integral dada resulte convergente.

¿Como se sabe con qué comparar? ¿Por donde deben ir las desigualdades?

Suponiendo que la función a integrar es positiva:
Para mostrar que es convergente, necesitamos una función mayor que sea convergente;
Para mostrar que es divergente, necesitamos una función menor (y también positiva)que sea divergente.

El ejercicio 4 nos brinda funciones útilespara usar en estas comparaciones. Recordemos:

- $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^k}dx$ converge si *k>1* (y diverge si *k ≤1)*
- $\int_0^1 \frac{1}{x^k}dx$ converge si *k<1* (y diverge si *k ≥1)*
- $\int_0^{+\infty} e^{-kx}dx$ converge si *k>0*

Propiedad: **Criterio de comparación**

H1) Sean *f, g* continuas en [a, + ∞)

H2) $\forall x \in [a,+\infty) \quad 0 \leq f(x) \leq g(x)$

1°) si $\int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ **es** $CV \Rightarrow \int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ **es *CV***

2°) Si $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ **es** $DV \Rightarrow \int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ **es *DV***

Ejercicio 12: Usando el criterio de comparación, probar que las siguientes integrales son convergentes:

1) $\int_1^{+\infty} e^{-x^2}dx$ 2) $\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx$ (tener en cuenta (1)) 3) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{e^{3x}+1}$

4) $\int_1^{+\infty} \frac{x}{x^2+x^3+10}dx$ 5) $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x^2}dx$ 6) $\int_0^{+\infty} \frac{x\,dx}{\sqrt{x^6+1}}$

7) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x+e^x}$ 8) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3+1}$ 10) $\int_\pi^{+\infty} \frac{1+senx}{x^2}\ dx$

Ejercicio 13: Ídem, probar que las siguientes integrales son divergentes:

1) $\int_1^{+\infty} \frac{e^x}{x}dx$ 2) $\int_2^{+\infty} \frac{e^x}{e^x-x}dx$ 3) $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$

4) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$ 5) $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\ln x}$ 6) $\int_\pi^{+\infty} \frac{2+\cos x}{x}\ dx$

Ejercicio 14:Se sabe que f, g son continuas en el intervalo [0, +∞), $0<f(x)<g(x)$ y $\int_0^{+\infty} g(x)\,dx$ es *CV*. ¿Puede asegurar la *CV* de las siguientes integrales? Justifique

a) $\int_0^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2+x+3}dx$ b) $\int_0^{+\infty} \frac{f(x)}{x}dx$

Ejercicio 15: Sea P(x) un polinomio de grado n con n≥2,con coeficientes positivos demostrar aplicando criterio de comparación demostrar :

1º) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{P(x)}dx \quad es\ CV$) 2º) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{P(x)}dx \quad es\ CV$ (utilizar el ejercicio 1º)

Ejercicio 16: Determinar si el área entre f(x) y g(x) con x ≥ 0 está acotada o no f (x)= 5+ e^{-3x} , g(x)= 5+e^{-7x} . Efectuar un gráfico aproximado de las funciones indicando lo que está calculando.

Ejercicios de Parciales

Ejercicio 17: Decidir si las siguientes integrales impropias son convergentes ó divergentes:

$a)\ \int_0^{+\infty} x.e^{-3x}dx =$ b) $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)-1}dx =$

Ejercicio 18:

a) Decidir si el área encerrada por la función f(x) = $\frac{x}{\sqrt{x-4}}$ entre el eje x, su asíntota vertical x = 4 y la la recta x = 5 está ó no acotada. Representar en forma aproximada la función y el área pedida

b) ¿Existe un número b (con b >1) para que se verifique la siguiente igualdad $\int_b^{+\infty} \frac{1}{x.(lnx)^3} dx = \frac{1}{2}$?

Respuestas:

1) a) Convergente (1) b) Divergente c) Divergente

d) No convergente e) Divergente f) Oscilante

g) No convergente h) Convergente (1) i) Convergente (-1)

j) Convergente (2) k) Divergente

3) Las integrales del segundo miembro son ambas divergentes, por consiguiente no se le pueden aplicar las propiedades de las integrales definidas. La integral del primer miembro converge a ln2

4) a) k >1 b) k <0

5) a) DV b) DV c) DV d) No CV e) No CV

f) CV (-1/4) g) DV h) CV (2) i) CV (0)

6) k <1 (observar que si k < 0 es propia)

7) $2\sqrt{3}$

8) a) CV (ln2) b) DV – área no acotada

9) En los tres ítems b) c) y d) el área no está acotada porque la integral impropia es divergente

11) No

14) a) se puede usar criterio de comparación

b) No puede asegurarse la convergencia

16). $\text{Area} = \frac{4}{21}$

17) a) Convergente (1/9) b) Divergente

18) a) $\frac{26}{3}$ b) b = e^2

Apéndice E

Apunte preparado para alumnas y alumnos de Análisis II A donde se presenta un ejemplo concreto de aplicación de integrales impropias

Análisis Matemático II A

Aplicaciones de las integrales impropias

Estimadas y estimados:

Me parece apropiado mostrarles un ejemplito (que “tomé prestado” de la teórica de Estadística Aplicada) que espero les resulte útil para ver un ejemplo de aplicación de las integrales impropias. Incluí una breve introducción al tema (para darle un contexto), pero lo importante para ustedes es básicamente el ejemplo.

Espero les resulte útil.

Carlos

Estadística Aplicada

Unidad 6: Variables aleatorias continuas

Introducción

Supongamos que nos proponemos estudiar el tiempo necesario para que una reacción química dada se complete, medido en milisegundos. Existen diversos factores por las cuales dicho tiempo de reacción puede ser distinto de un ensayo a otro, y tal vez nos interese poder saber cuál es la probabilidad de que la reacción se produzca en un tiempo menor que tantos milisegundos. En este caso, dicho tiempo podría ser de 0,199 o de 0,200 segundos. Es decir, la variable aleatoria con la que hemos de trabajar deberá expresarse como un **número real.**

Funciones de densidad de probabilidad y de probabilidad acumulada

Cuando los valores que pueda adoptar la variable aleatoria pertenezcan al conjunto de los números reales, diremos que se trata de una variable de tipo **continua.** El hecho de que el instrumento de medición empleado para registrar dichos valores los reduzca a un número finito solo debe considerarse como una limitación práctica.

Al estudiar los probleams en los que la variable aleatoria era discreta ya habíamos definido la **función de probabilidad.** Ahora redefiniremos a ésta última, dándole el nombre de **función de densidad de probabilidad.** Ésta se expresará como $f(x)$ y cumplirá con las siguientes condiciones:

(i) $f(x) \geq 0$

(ii) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

(iii) $P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)dx$

La última de las propiedades resultará fundamental en el momento de trabajar con distribuciones de probabilidad continuas (¡como la *normal*, que nos permite interpretar infinidad de fenómenos de la naturaleza!): nos dice que la probabilidad de que la variable aleatoria adopte valores entre *a* y *b* será numéricamente igual al valor de la integral definida que tenga a tales valores como limites de integración (es decir, el área encerrada entre la curva representativa de la función de densidad de probabilidad y el eje de abscisas).

Por otro lado, definiremos como **función de distribución acumulativa** F(x) de una variable aleatoria X como:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

Es decir, la función de distribución acumulativa nos permite calcular la probabilidad de que la variable aleatoria X adopte un valor menor o igual a x.

En el siguiente problema de aplicación veremos de qué modo trabajar con este tipo de variable aleatoria.

Problema de aplicación

Volvamos entonces al ejemplo que mencionamos en la Introducción. La función de distribución acumulativa correspondiente a la reacción química descripta ***es un dato*** que necesitamos, y en este caso será:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si \ x < 0 \\ 1 - e^{-0,01x} & si \ x \geq 0 \end{cases}$$

Si nos preguntaran *¿cuál es la probabilidad de que una reacción se complete en menos de 200 milisegundos?*, bastará entonces con calcular:

$$\boldsymbol{F(200) = P(X < 200) = 1 - e^{-0,01.200} = 0,8647}$$

El resultado puede verificarse empleando la función de densidad de probabilidad. Escribimos entonces:

$$P(X < 200) = \int_{-\infty}^{200} f(x)dx$$

Operamos, teniendo en cuenta que la función de densidad de probabilidad es una función definida a tramos. Por ello la integral se convierte en la suma de dos integrales, que habrán de resolverse por separado.

$\int_{-\infty}^{200} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0.dx + \int_{0}^{200} 0,01e^{-0,01}dx = -1.[e^{-2} - e^{0}] = 1 - e^{-2}$= 0,8647

A pesar de que en una de las integrales uno de los límites de integración es *menos infinito,* no tuvimos necesidad de aplicar ningún procedimiento distinto de los conocidos, dado que, para los números negativos, la función de densidad de probabilidad vale cero.

Si, en cambio se nos pidiera calcular *¿cuál es la probabilidad de que la reacción se complete en un tiempo que oscile entre los 100 y los 200 milisegundos?,* necesitaremos la función de densidad de probabilidad. Ésta, de acuerdo a las definiciones dadas, ***no es otra cosa que la derivada de la función de probabilidad acumulada,*** de modo que para el caso será:

$$\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} 0 & si\ x < 0 \\ 0,01e^{-0,01x} & si\ x \geq 0 \end{cases}}$$

Entonces:

$$\boldsymbol{P(100 \leq X \leq 200) = \int_{100}^{200} 0,01e^{-0,01x}dx = 0,2325}$$

Atención!

Aquí viene lo que realmente nos interesa:

Finalmente, veamos cómo aplicar la función de densidad de probabilidad en el caso de que nos preguntaran *¿cuál es la probabilidad de que la reacción se produzca en un tiempo superior a los 200 milisegundos?.*

En este caso, escribimos:

$$P(X \geq 200) = \int_{200}^{\infty} 0{,}01e^{-0{,}01x}dx$$

La presencia del infinito como límite de integración nos enfrenta a una *integral impropia,* para cuya resolución utilizaremos un artificio matemático: efectuaremos un conveniente cambio de variable (reemplazaremos al infinito por ε) y aplicaremos el límite a la integral. Resolvemos entonces la integral definida obtenida aplicando la Regla de Barrow, quedando la misma en función de ε . Recién entonces aplicamos el límite, obteniendo el resultado buscado.

Es decir:

$$\int_{200}^{\infty} 0{,}01e^{-0{,}01x}dx = \lim_{\varepsilon\to\infty} \int_{200}^{\varepsilon} 0{,}01e^{-0{,}01x}dx = \lim_{\varepsilon\to\infty}(-1)[e^{-0{,}01.\varepsilon} - e^{-2}] =$$
$$= 0{,}1353$$

Comentario Final:

El *test de hipótesis,* como verán en Probabilidad y Estadística, es uno de los temas de mayor aplicación para distintas técnicas (desde el clásico ANOVA hasta los diseños factoriales). Oportunamente verán que un criterio expeditivo para la aceptación o rechazo de la *hipótesis nula* (elemento clave en este tipo de prueba) es el del *cálculo del p-valor* (¡que, de acuerdo a la función de densidad de probabilidad correspondiente al problema estudiado, no será otra cosa que el resultado de una integral impropia!)

Apéndice F

Listado de los videos puestos a disposición de las alumnas y alumnos que tomaron parte en el estudio

	A	B	C	D	E
1	Título	Contenido	órden	duración	vista
2				(minutos)	
3	EDO Problema 19	Fuerza resistente en un fluido	1	25	33
4	Optimización	Distancia de un punto al plano	2	20	8
5	Optimización	Distancia entre dos rectas alabeadas	3	12,25	4
6	Extremos condicionados		4	17	6
7	EDO Problema 18	Ley de enfriamiento de Newton	5	9,75	32
8	Clase 30 de Agosto (Parte 1)	Definición de campos escalares, funciones vectoriales, etc.	6	44,5	4
9	Clase 30 de Agosto (Parte 2)	Obtención de cónicas (con GeoGebra)	7	34,25	2
10	Cónicas	Obtención de cónicas (con GeoGebra)	8	28	3
11	Clase del 2 de Septiembre	Sigue el repaso de cónicas y superficies	9	90	5
12	Dominio de campos escalares (Parte 1)		10	62	4
13	Dominio de campos escalares (Parte 2)	(incluye gráficas con GeoGebra)	11	21,75	2
14	EDO: MOA		12	17,45	33
15	Dominio y curvas de nivel	(incluye gráficas con GeoGebra)	13	76	5
16	Casos particulares de curvas de nivel	(incluye gráficas con GeoGebra)	14	6	3
17	Límites dobles		15	91	3
18	EDO: volúmen de líquido drenado en espumas		16	13	8
19	EDO: crecimiento bacteriano		17	21	7
20	Clase del 16 de Septiembre	Dominio y curvas de nivel	18	102	3
21	Límites radiales y parabólicos (20 de Septiembre)		19	32	3
22	Límites parabólicos (20 de Septiembre)		20	18	3
23	Repaso del concepto de derivada		21	17	3
24	Derivada de función en un punto (23 de Septiembre)		22	88	4
25	Concepto de límite	continuación de la clase del 23 de Septiembre	23	12	3
26	Cálculo de derivadas parciales (Parte 1)		24	52	7
27	Cálculo de derivadas parciales (Parte 2)		25	15,5	6
28	Clase del 30 de Septiembre (Parte 1)	Gradiente	26	23	14
29	Clase del 30 de Septiembre (Parte 2)	Repaso de fórmulas de plano tangente y recta normal	27	14	21
30	Clase del 30 de Septiembre (Parte 3)	Repaso de fórmulas de plano tangente y recta normal	28	27,3	16
31	Clase del 30 de Septiembre (Parte 4)		29	7,67	12
32	Clase del 4 de Octubre (Parte 1)	Extremos relativos	30	36,33	4
33	Clase del 4 de Octubre (Parte 2)	Extremos relativos	31	23,67	7
34	Clase del 4 de octubre (Parte 3)	Extremos relativos	32	15,5	5
35	Clase del 7 de Octubre (Parte 1)	Resolución de problemas de optimización	33	5,67	4
36	Clase del 7 de Octubre (Parte 2)	Resolución de problemas de optimización	34	10	4
37	Clase del 7 de Octubre (Parte 3)	Resolución de problemas de optimización	35	10,5	4
38	Clase del 7 de Octubre (Parte 4)	Resolución de problemas de optimización	36	5	4
39	Clase del 7 de Octubre (Parte 5)	Presentación de simulación con GeoGebra	37	4,5	4
40	Ejemplo de extremos condicionados	Aplicación de multiplicadores de Lagrange	38	20,33	2
41	Derivada direccional (Parte 1)	Clase del 14 de Octubre	39	20	2
42	Derivada direccional (Parte 2)	Derivada direccional máxima, mínima y nula	40	10	6
43	Derivada direccional (Parte 3)	Regla práctica	41	2,67	3
44	Clase del 18 de Octubre	Introducción al cálculo de integrales dobles	42	86,5	6
45	Clase del 21 de Octubre (Parte 1)	Ejercicio 2b (parte 1)	43	11	5
45	Clase del 21 de Octubre (Parte 1)	Ejercicio 2b (parte 1)	43	11	5
46	Clase del 21 de Octubre (Parte 2)	Ejercicio 2b (parte 2)	44	10,5	6
47	Clase del 21 de Octubre (Parte 3)	Ejercicio 5c (parte 1)	45	15,15	6
48	Clase del 21 de Octubre (Parte 4)	Ejercicio 5c (parte 2)	46	10	8
49	Clase del 21 de Octubre (Parte 5)	Coordenadas polares	47	40,25	14
50	Clase del 25 de Octubre	Obtención de volúmenes en polares	48	72	4
51	Clase del 28 de Octubre (Parte 1)	Ejemplo 1 de integrales de línea	49	38,25	2
52	Clase del 28 de Octubre (Parte 2)	Ejemplo 2 de integrales de línea	50	23	2
53	Clase del 1 de Noviembre (Parte 1)	Modelos matemáticos y ecuaciones deiferenciales	51	16	4
54	Clase del 1 de Noviembre (Parte 2)	Ecuación diferencial total exacta	52	11,5	5
55	Clase del 1 de Noviembre (Parte 3)	Campo eléctrico	53	7	4
56	Clase del 1 de Noviembre (Parte 4)	Campo eléctrico	54	7	6
57	Clase del 1 de Noviembre (Parte 5)	Rotor y flujo laminar	55	11	9
58	Clase del 1 de Noviembre (Parte 6)	Repaso de conjuntos numéricos	56	26,5	5
59	Clase del 4 de Noviembre	Complejos	57	99	13
60	Clase del 8 de Noviembre	Complejos en forma polar	58	83	16
61	Clase del 11 de Noviembre	Raíces enésimas de un complejo	59	76	26
62	Clase del 15 de Noviembre	Polinomio de Taylor (parte 1)	60	50	9
63	Clase del 15 de Noviembre	Polinomio de Taylor (parte 2)	61	33,3	7
64	Clase del 18 de Noviembre (Parte 1)	Ejercicio 4b de Taylor	62	17,5	5
65	Clase del 18 de Noviembre (Parte 2)	Ejercicio 4d de Taylor	63	33	9
66	Clase del 18 de Noviembre (Parte 3)	Ejercicio 4f de Taylor	64	7,5	6

	A	B	C	D	E
67	Clase del 25 de Noviembre (Parte 1)	Consultas de ejercicios de ecuaciones con complejos	65	60	5
68	Clase del 25 de Noviembre (Parte 2)	Resolución de ejercicios de Taylor	66	36,67	2
69	Clase del 29 de Noviembre (Parte 1)	Polinomios y complejos	67	60	3
70	Clase del 29 de Noviembre (Parte 2)	Polinomios y complejos	68	25,5	1
71	Clase del 29 de Noviembre (Parte 3)	Polinomios y complejos	69	19,5	1
72	Clase del 2 de Diciembre (Parte 1)		70	28,67	1
73	Clase del 2 de Diciembre (Parte 1)		71	31	2
74	Clase del 2 de Diciembre (Parte 1)		72	20	2
75	EDO: Ley de enfriamiento de Newton		73	9,67	35

Apéndice G

Ejemplo de Programa en el que se aplica el Método de Diferencias Finitas (MDF) desarrollado durante el curso de Simulación de Procesos

```
H=zeros(15,11,170); % definimos la matriz espacial

T=1:170; % definimos al vector donde se almacenaran las temperaturas
dentro del autoclave

x=1:170;

TCL=1:170;% definimos al vector donde almacenaremos las temperaturas en
el centro de la lata

TCLR=[74.91, 74.91, 74.98, 75.04, 75.17, 75.36, 75.55, 75.87, 76.2,
76.66, 77.12, 77.6, 78.14, 78.7, 79.33, 79.91, 80.56, 81.23, 81.99,
82.61, 83.39, 84.03, 84.69, 85.35, 86.03, 86.72, 87.43, 88.06, 88.7,
89.26, 89.92, 90.49, 91.08, 91.58, 92.39, 92.9, 93.42, 93.95, 94.49,
94.93, 95.59, 96.04, 96.5, 97.08, 97.55, 98.02, 98.5, 98.99, 99.36,
99.86, 100.24, 100.63, 101.15, 101.54, 101.94, 102.34, 102.75, 103.16,
103.58, 103.86, 104.29, 104.57, 105.01, 105.3, 105.6,  106.04,  106.34,
106.8, 107.11, 107.42, 107.73, 108.04, 108.52, 108.68, 109.01, 109.33,
109.66, 110, 110.33, 110.5, 110.84, 111.19, 111.36, 111.71, 111.89,
112.06, 112.42, 112.78, 112.96, 113.14, 113.51, 113.69, 114.06, 114.25,
114.44, 114.63, 114.82, 115.2, 115.4, 115.59, 115.79, 115.99, 116.18,
116.38, 116.58, 116.99, 117.19, 117.19, 117.39, 117.6, 117.81, 118.01,
118.22, 118.43, 118.64, 118.86, 119.07, 119.3, 119.6, 119.7, 119.94,
119.94, 120.16, 120.38, 120.38, 120.61, 120.83, 120.9, 121.16, 121.38,
121.38, 121.28, 121.51, 121.51, 121.41, 121.51, 121.51, 121.4, 120.83,
120.16, 119.5, 118.43, 117.6, 116.58, 115.4, 114.44, 113.32, 112.24,
111.02, 110.17, 109.01, 108.04, 107.11, 106.19, 105.15, 104.15, 103.3,
102.5, 101.5, 100.63, 99.74, 98.87, 98.02, 97.19, 96.38, 95.48, 94.71,
93.85, 93, 92.23];

for t=1:5 % definimos las temperaturas dentro del autoclave para los
cinco primeros minutos

    T(t)=10*t+50;

endfor

for t=6:15 % definimos las temperaturas dentro del autoclave durante los
siguientes nueve minutos

    T(t)=3.8*t+81;

endfor

for t=16:130 % la temperatura dentro del autoclave alcanzó su temperatura
máxima

    T(t)=138;

endfor

for t=131:170 % temperatura dentro del autoclave mientras disminuye la
temperatura
```

```
    T(t)=-2.51*t+464.3;
endfor
for t=1:170 % igualamos la temperatura en las caras laterales de la lata a la del vapor en el autoclave
for i=1:15
    H(i,1,t)=0.95*T(t);H(i,11,t)=0.95*T(t);
endfor
endfor
for t=1:170 % igualamos la temperatura en las caras superior e inferior de la lata a la del vapor en el autoclave
    for j=1:11
    H(1,j,t)=0.85*T(t);H(15,j,t)=0.85*T(t);
endfor
endfor
ti=75;
for i=2:14
    for j=2:10
        H(i,j,1)=ti;
    endfor
endfor
r=[0, 1, 2, 3, 4, 5, 4];
for t=2:170 % calculamos las temperaturas en el cuarto superior izquierdo de la lata
    for i=2:8
        for j=2:6
            H(i,j,t)=(H(i,j,t-1)+0.095*(r(j+1)*H(i,j+1,t-1)-(r(j+1)+r(j))*H(i,j,t-1)+r(j)*H(i,j-1,t-1))+0.095*(H(i+1,j,t-1)-2*H(i,j,t-1)+H(i-1,j,t-1)));
        endfor
    endfor
```

```
    for i=2:7 % dada la simetría geométrica, completamos la información en el resto de la lata

        for j=2:5

            H(16-i,j,t)=H(i,j,t);H(i,12-j,t)=H(i,j,t);H(16-i,12-j,t)=H(i,j,t);H(16-i,6,t)=H(i,6,t);H(8,12-j,t)=H(8,j,t);

        endfor

    endfor

    TCL(t)=H(8,6,t); % volcamos la temperatura en el punto central de la lata dentro de un vector

endfor

plot(x,T,x,TCL,x,TCLR,'*'),xlabel('tiempo (en minutos)'),ylabel('Temperatura (en grados Celsius)/Velocidad letal'),title('Temperatura en el centro de la lata y velocidad letal en función del tiempo')
```