



RIDAA
Repositorio Institucional
Digital de Acceso Abierto de la
Universidad Nacional de Quilmes



Universidad
Nacional
de Quilmes

Burgos, María Esther

La mecánica cuántica ortodoxa : una teoría tan exitosa como incoherente



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Argentina.
Atribución - No Comercial - Sin Obra Derivada 2.5
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/>

Documento descargado de RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes de la Universidad Nacional de Quilmes

Cita recomendada:

Burgos, M. E. (2017). *La mecánica cuántica ortodoxa: una teoría tan exitosa como incoherente*. *Metatheoria*, 7(2), 39-46. Disponible en RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes <http://ridaa.unq.edu.ar/handle/20.500.11807/2490>

Puede encontrar éste y otros documentos en: <https://ridaa.unq.edu.ar>

La Mecánica Cuántica Ortodoxa: una teoría tan exitosa como incoherente*

Orthodox Quantum Mechanics: A Theory as Successful as Incoherent

María Esther Burgos^{†‡}

Resumen

La Mecánica Cuántica Ortodoxa es sumamente exitosa en el terreno experimental, pero tiene serios problemas conceptuales. Entre otras objeciones se han señalado: su conflicto con el determinismo, que admite una forma de acción a distancia y que renuncia al realismo. El formalismo de la Mecánica Cuántica Ortodoxa involucra dos leyes de cambio del estado del sistema: la Ecuación de Schrödinger y el Postulado de Proyección. La primera, que es una ley determinista, gobierna los procesos espontáneos. La segunda rige los procesos de medición de acuerdo con las leyes de las probabilidades. Existe acuerdo en que para resolver problemas que incluyen la variable temporal, es necesario utilizar la Teoría de Perturbaciones Dependientes del Tiempo. Un análisis cuidadoso pone en evidencia que esta teoría requiere la aplicación de ambas leyes de cambio del estado del sistema. Esto vale, en particular, para procesos espontáneos donde, de acuerdo con los postulados de la Mecánica Cuántica Ortodoxa, el Postulado de Proyección no debería desempeñar ningún papel. La necesidad de utilizar este postulado para dar cuenta de procesos espontáneos es una contradicción flagrante que no hemos visto reportada en la literatura.

Palabras clave: mediciones cuánticas - teoría de perturbaciones dependientes del tiempo

Abstract

The experimental success of Orthodox Quantum Mechanics is imposing, but it confronts conceptual flaws. It opposes determinism, admits a peculiar form of action-at-a-distance and renounces realism. Orthodox Quantum Mechanics formalism involves two different laws of change of the state of the system: the Schrödinger Equation and the Projections Postulate. Spontaneous processes are governed by the former, a deterministic law. The second rules measurement processes according to probability laws. It is agreed that Time -Dependent Perturbation Theory must be used for solving problems involving time. A careful analysis makes apparent that this theory involves both laws of change. This is also true for spontaneous processes, where the Projection Postulate is supposed to play no role. The need to invoke a law valid only in cases where measurements are performed to account for spontaneous processes is an incoherence that we have not seen mentioned in the literature.

Keywords: quantum measurements - time-dependent perturbation theory

* Recibido: 16 de Febrero de 2016. Aceptado con revisiones: 19 de Septiembre de 2016.

† Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela. Para contactar a la autora, por favor, escribir a: mburgos25@gmail.com

‡ Estoy en deuda con el Profesor Julio César Centeno cuya inagotable paciencia me permitió hacer este estudio más accesible a un público no especializado.

Metatheoria 7(2)(2017): 39-46. ISSN 1853-2322.

© Editorial de la Universidad Nacional de Tres de Febrero. Publicado en la República Argentina.

1. Una teoría exitosa que no satisface

La Mecánica Cuántica Ortodoxa (MCO), también conocida como ordinaria o estándar, y algunas veces referida como Interpretación de Copenhague, es una teoría sumamente exitosa. Tegmark y Wheeler (2001) señalan que MCO permitió predecir la antimateria, comprender la radioactividad (lo cual condujo al desarrollo del poder nuclear), dar cuenta del comportamiento de materiales como los semiconductores, explicar la superconductividad y describir las interacciones entre luz y materia (lo que hizo posible la invención del láser) y entre ondas de radio y núcleos (lo que condujo a las imágenes de resonancia magnética). En las palabras de Bunge:

There can be no doubt that quantum theory is a good approximation to the truth - which is not to say that it is perfect. Thousands upon thousands of observations and experiments have confirmed its predictions in an amazing range of fields, from particle and atomic physics to solid state physics and astrophysics, usually with an astounding accuracy. (Bunge 1985, p. 167)

Inclusive un crítico tan implacable de MCO como Bell (1990) reconoce que “ORDINARY QUANTUM MECHANICS (as far as I know) IS JUST FINE FOR ALL PRACTICAL PURPOSES” (Bell 1990, p. 18; mayúsculas en el original).

A pesar de su éxito indiscutido, desde el comienzo MCO fue objeto de acerbos críticas sustentadas en diversas razones. Entre ellas destacan que:

- Presenta un conflicto con el determinismo
- Admite procesos que implican una forma de acción a distancia
- Renuncia al realismo filosófico

El conflicto de MCO con el determinismo fue señalado repetidas veces por Einstein. Por ejemplo, en una carta enviada a Born el 4 de diciembre de 1926 dice:

Quantum mechanics is certainly imposing. But an inner voice tells me that it is not yet the real thing. The theory says a lot, but does not really bring us any closer to the secret of the ‘old one’. I, at any rate, am convinced that *He* is not playing at dice. (Born & Einstein 1971, p. 91)

Y en otra carta también dirigida a Born (1971) el 7 de setiembre de 1944, afirma:

We have become Antipodean in our scientific expectations. You believe in the God who plays dice, and I in complete law and order in a world which objectively exists, and which I, in a wildly speculative way, am trying to capture. I firmly *believe*, but I hope that someone will discover a more realistic way, or rather a more tangible basis than it has been my lot to find. Even the great initial success of the quantum theory does not make me believe in the fundamental dice game, although I am well aware that our younger colleagues interpret this as a consequence of senility. No doubt the day will come when we will see whose instinctive attitude was the correct one. (Born & Einstein 1971, p. 149)

Asimismo, fue Einstein el primero en señalar que *la hipótesis de que la mecánica cuántica es una teoría completa de los procesos individuales conlleva una forma particular de acción a distancia*. En el 5º Congreso Solvay (1927) argumentó que si

each particle [...] is described as a wave packet [$\psi(r)$] [...] and $|\psi(r)|^2$ expresses the probability (probability density) that at a given moment one and the same particle shows its presence at r [...] then, as long as no localization has been effected, the particle must be considered as potentially present [in any point where $|\psi(r)|^2 \neq 0$]; however, as soon as it is localized, a peculiar action-at-a-distance must be assumed to take place which prevents the continuously distributed wave in space from producing an effect at *two* [different] places [...]. (Jammer 1974, p. 116)

De acuerdo con Einstein, tal acción a distancia contradice el Postulado de Relatividad (véase Jammer 1974, p. 116; Burgos 2015a).

Son muchos los autores que han apuntado a la incompatibilidad de MCO con el realismo filosófico. Bunge, quien trata el tema de las controversias suscitadas por la mecánica cuántica en detalle, las clasifica en (i) *internas*, i.e. aquellas en las que se presupone que la teoría cuántica es substancialmente correcta; y (ii) *externas*, donde se considera la posibilidad de reemplazar la teoría cuántica por otra clásica o semiclásica. En su opinión:

From a philosophical viewpoint most of the internal controversies revolve around the issue of realism, i.e. the problem of whether quantum theory supplies a realistic interpretation of nature or, on the contrary, is centered on the knowing subject (the observer). The internal controversies are then substantially of an epistemological kind. And most of the external controversies revolve around the issue of hidden variables, or functions of a classical type, such as classical position and momentum, which at all times have sharp values instead of probabilities distributions. The external controversies are then substantially of an ontological kind [...].

Unfortunately the two main controversies, those over realism and determinism (or hidden variables), have often been mixed up – and this by scientists of the stature of Einstein and de Broglie, Bohm and d’Espagnat. Yet the two issues are quite different: whereas the problem of realism is epistemological, that of hidden variables is ontological (Bunge 1985, pp. 167-168).

Este es, en apretada síntesis, el conjunto de peculiaridades por las cuales MCO no satisface a muchos científicos. A pesar de que todos están de acuerdo en que “funciona”, luce extraña para la mayoría y hasta un físico tan reputado como Feynman ha declarado que nadie entiende la mecánica cuántica (véase Bunge 1985, p. 169).

Además de los problemas que acabamos de señalar, MCO presenta un conflicto con las leyes de conservación del cual poco se ha hablado y que no carece de importancia (véase Burgos 2015b, 2010, 1999, 1994; Criscuolo 2000). Y, como mostraremos a continuación, MCO es una teoría afectada por un defecto fatal: *la incoherencia*.

2. El formalismo de MCO

En 1930 Dirac publicó el primer formalismo de la mecánica cuántica. Aunque von Neumann reconoció que difícilmente podría ser superado en brevedad y elegancia, criticó su falta de rigor matemático y en 1932 publicó su propio formalismo, que es el que finalmente se impuso. Con ligeras variantes, éste es hoy día prácticamente el único formalismo recogido en los libros de texto y enseñado en la Academia.

Resaltemos que dicho formalismo

- Se refiere a sistemas individuales (v.g. *un* átomo, o *una* molécula)
- Involucra dos leyes de cambio del estado del sistema

De acuerdo con el primer postulado de MCO, la función de onda ψ provee una *descripción completa* del estado de *un sistema individual*. Queda en consecuencia descartada toda posibilidad de agregar variables ocultas a dicho estado (a efectos de “completar” su descripción), sin modificar el primer postulado. Refiriéndose a esta cuestión, Einstein afirma:

One arrives at very implausible theoretical conceptions if one attempts to maintain the thesis that the statistical quantum theory is in principle capable of producing a complete description of an individual physical system. On the other hand, those difficulties of theoretical interpretation disappear if one views the quantum-mechanical description as the description of ensembles of systems (*apud* Jammer 1974, pp. 440-441).

No es por tanto sorprendente que Einstein se haya inclinado por la Interpretación Estadística de la Mecánica Cuántica cuyo referente no es un sistema individual sino un conjunto de sistemas similarmente preparados.

MCO involucra dos leyes de cambio del estado del sistema. Una de ellas, que gobierna su evolución espontánea, es la ecuación de Schrödinger. La otra, que rige los procesos de medición, incluye dos postulados: el de Born y el de Proyección. El primero nos dice cuál es la probabilidad de obtener un determinado valor de la cantidad física que se mide y el segundo determina a qué estado salta (se proyecta, colapsa, se reduce) el estado del sistema cuando se obtiene un resultado particular de la medición. Buena parte de las extrañezas de MCO se relacionan con el Postulado de Proyección, y por tal razón varios autores han sugerido eliminarlo (véase Jammer 1974, pp. 226-227), o deducirlo de la ecuación de Schrödinger (véase Bunge 1985, pp. 201-202); pero hasta el presente tales propuestas no han prosperado.

Como se evidencia en la Tabla de Procesos Cuánticos que figura a continuación, el contraste entre las leyes que rigen los dos tipos de procesos no podría ser más marcado. Recientemente Burgos (2015b) ha presentado un análisis comparativo y detallado de ellos.

Tabla de Procesos Cuánticos	
Procesos espontáneos	Procesos de medición
El observador es irrelevante.	O interviene un observador o el sistema interactúa con un aparato de medición.
La función de onda $\psi(t)$ es una función del tiempo t necesariamente continua.	Si en el instante t se efectúa una medición, $\psi(t)$ puede cambiar instantáneamente en forma discontinua. Dichos cambios se conocen como saltos cuánticos, proyecciones, colapsos o reducciones.
Vale la ecuación de Schrödinger, que es una ley de evolución determinista.	El proceso es regido por las leyes de las probabilidades de acuerdo con los Postulados de Born y de Proyección.
Vale el principio de superposición y se produce interferencia.	No vale el principio de superposición y no se produce interferencia.
Todas las acciones son locales.	Hay un tipo de acción a distancia.
Las leyes de conservación se cumplen en forma estricta; son teoremas que se deducen de los axiomas de MCO.	Las leyes de conservación pueden violarse en procesos individuales pero siempre conservan un sentido estadístico.

Las diferencias entre estos dos tipos de procesos lucen irreconciliables. Pero si dispusiéramos de una regla para determinar con precisión cuándo un determinado proceso debe ser calificado como espontáneo y cuándo hay que tratarlo como un proceso de medición, podríamos saber en cuál de las dos columnas debemos situarnos a la hora de analizar cada caso particular. Lamentablemente, esto no siempre es así. Pues como señala Bell (1984),

during “measurement” the linear Schrödinger evolution is suspended and an ill-defined “wave-function collapse” takes over. There is nothing in the mathematics to tell what is “system” and what is “apparatus”, nothing to tell which natural processes have the special status of “measurements”. Discretion and good taste, born from experience, allow us to use quantum theory with marvelous success, despite the ambiguity of the concepts named above in quotation marks. (Bell 1984, p. 2)

En la próxima sección veremos cuán necesarios son la discreción y el buen gusto para lograr los impactantes éxitos experimentales de los que hace gala MCO.

3. Análisis de la Teoría de Perturbaciones Dependientes del Tiempo

Salvo contadas excepciones, los procesos referidos al inicio de la Sección 1 son espontáneos. Este es, *v.g.*, el caso de la interacción entre luz y materia (como la absorción y emisión de luz) y los procesos que tienen lugar en los semiconductores que pueblan nuestro mundo cotidiano. El hecho de que MCO dé cuenta de esos *procesos espontáneos* se computa entre sus logros.

Asimismo, todos *esos procesos dependen del tiempo*. Según Dirac, el análisis de los mismos exige la aplicación del método que provee la Teoría de Perturbaciones Dependientes del Tiempo (TPDT):

[this method] must [...] be used for solving all problems involving a consideration of time, such as those about the transient phenomena that occur when the perturbation is suddenly applied, or more generally problems in which the perturbation varies with the time in any way (*i.e.* in which the perturbation energy involves the time explicitly). Again, this method must be used in collision problems, even though the perturbing energy does not here involve the time explicitly, if one wishes to calculate absorption and emission probabilities, since these probabilities, unlike a scattering probability, cannot be defined without reference to a state of affairs that varies with the time (Dirac 1930, p. 168; énfasis agregado).

A continuación resumimos los puntos esenciales de TPDT. El esquema que presentamos coincide con el que reportan autores considerados ortodoxos (véase, *p.e.*, Bes 2004, Capítulo IX; CohenTannoudji 1977, Capítulo XIII; Dirac 1930, Capítulo VII; Merzbacher 1998, Capítulo XIX; Messiah 1965, Capítulo XVII).

El operador que representa la energía del sistema considerado se denomina *Hamiltoniano* y será denotado por $H(t)$. Supondremos que $H(t) = E + V(t)$, donde E (que no depende explícitamente del tiempo) es el *Hamiltoniano no perturbado*, y $V(t)$ (que depende explícitamente del tiempo) es la *perturbación*.

Se suponen conocidos los autovalores E_n ($n = 1, 2, \dots$) y las correspondientes autofunciones φ_n del Hamiltoniano *no perturbado* E . Los *estados estacionarios* del sistema son, por definición, las autofunciones φ_n de E .

Sea $\psi(t)$ el estado del sistema en el instante t . Supondremos que en el instante inicial t_i el sistema está en el estado estacionario φ_i , *i.e.* haremos $\psi(t_i) = \varphi_i$. Si se anulara la perturbación, esto es, si para todo t posterior al instante inicial t_i el Hamiltoniano fuera $H(t) = E$, el sistema permanecería en el estado estacionario φ_i , y resultaría $\psi(t) = \varphi_i$ para todo t . Pero si en el instante inicial t_i se agrega una perturbación no nula $V(t)$ a E , el estado $\psi(t)$ ya no será estacionario (véase Dirac, p. 172).

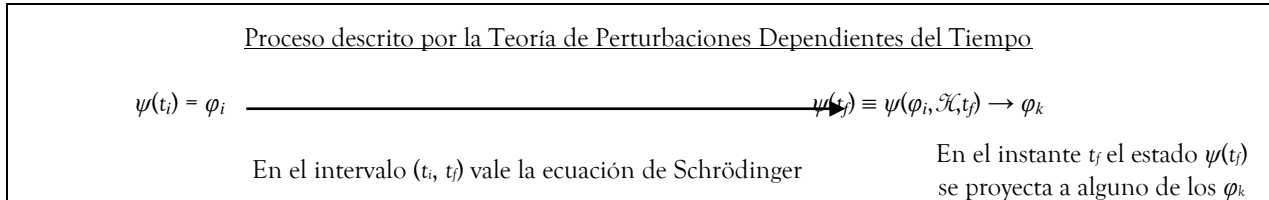
El objetivo de TPDT es calcular *la probabilidad de transición entre estados estacionarios inducida por la perturbación $V(t)$* . El *proceso que conduce el sistema*, inicialmente en el estado estacionario φ_i , al estado estacionario φ_n consta de dos etapas claramente diferenciadas (véase, *p.e.*, Bes 2004, p. 142; Cohen-Tannoudji 1977, p. 1285; Dirac 1930, p. 172; Merzbacher 1998, pp. 485-486; Messiah 1965, p. 621).

Primera etapa: En todo instante t posterior al instante inicial t_i , (en símbolos $t > t_i$) el estado $\psi(t)$ queda *unívocamente* determinado por el estado inicial φ_i y el Hamiltoniano $H(t) = E + V(t)$. Para resaltar que $\psi(t)$ depende *únicamente* del estado inicial φ_i y del Hamiltoniano $H(t)$, escribimos $\psi(t) \equiv \psi(\varphi_i, H, t)$. Notar que hasta aquí el proceso se rige por la ecuación de Schrödinger, ley determinista válida para *procesos espontáneos* que figura en la *columna izquierda* de la Tabla de Procesos Cuánticos de la p. 42. En las condiciones especificadas, el estado $\psi(t)$ no puede ser distinto de $\psi(\varphi_i, H, t)$ o, si se prefiere, el cambio de estado del sistema desde el estado inicial estacionario $\psi(t_i) = \varphi_i$ hasta el estado $\psi(t) \psi(\varphi_i, H, t)$ es *automático*.

Segunda etapa: En el instante t_f el estado del sistema es $\psi(\varphi_i, H, t_f)$. En estas condiciones, para que en dicho instante sea posible *encontrar* el sistema en alguno de sus estados estacionarios, MCO exige que en

el tiempo t_f se efectúe una medición. Lo cual implica que debemos utilizar la ley probabilística que rige los procesos de medición mencionada en la columna derecha de la Tabla de Procesos Cuánticos.

Messiah (1965, p. 621) refiere el proceso de transición del estado estacionario φ_i al estado estacionario φ_j y define la probabilidad de dicha transición en los siguientes términos:



Recordemos que de acuerdo con MCO, en los procesos espontáneos $\psi(t)$ es una función necesariamente continua. Para que $\psi(t_f)$ se proyecte a alguno de los φ_n hay que efectuar una medición de la parte de la energía representada por el Hamiltoniano no perturbado E en el instante t_f (véase tabla de Procesos Cuánticos en la p. 42). De tal manera que, haciendo uso de la discreción y el buen gusto que se obtienen con la experiencia, tenemos que hacer como si en el instante t_f se hubiera realizado tal medición aunque nada se haya medido.

En suma: *Para dar cuenta de muchos y muy variados procesos espontáneos, MCO exige la aplicación de una ley que sólo tiene validez en procesos que no son espontáneos.* Lo cual es una incoherencia flagrante que no hemos visto reportada en la literatura. Más sobre este tema en Burgos (2016).

4. Conclusiones

Mucho se ha hablado del problema de la medición en MCO. En este estudio hemos mostrado que el problema conceptual de MCO no se reduce a las curiosidades y extrañezas que plantea “la medición” a través del Postulado de Proyección. El problema es mucho más grave pues dicho postulado, que de acuerdo con el formalismo debería estar ausente del análisis de todo proceso espontáneo, de hecho está presente, vía TPDT, en muchos procesos espontáneos como los citados al inicio de la Sección 1; v.g. los que ocurren en los semiconductores y la interacción entre luz y materia.

En estas condiciones, ¿qué hacer? Conservando el ingrediente Postulado de Proyección en TPDT podemos seguir pregonando que MCO basta a todos los fines prácticos, pero enfrentamos el problema de la incoherencia. Eliminando el Postulado de Proyección de TPDT recuperamos la coherencia pero perdemos la justificación del éxito de MCO en el terreno experimental.

Afortunadamente otros enfoques podrían conciliar las piezas aparentemente irreconciliables de este rompecabezas. Una posibilidad es suponer que en la naturaleza se producen dos tipos de procesos espontáneos e irreductibles: los estrictamente continuos, gobernados por la ecuación de Schrödinger; y los que implican discontinuidades, sujetos a las leyes de las probabilidades. A partir de esta hipótesis y de un postulado que asegura el sentido estadístico de las leyes de conservación hemos obtenido una regla que permite decidir en qué situaciones y a qué estados puede saltar el sistema, y cuáles son las correspondientes probabilidades (Burgos 1998). Un estudio ulterior nos ha permitido encarar las transiciones al continuo como procesos espontáneos y obtener nuevas predicciones experimentales susceptibles de ser puestas a prueba (véase Burgos 2008).

El punto de partida filosófico de la teoría que acabamos de referir es el Realismo Crítico que Bunge (1978, p. 109) presenta en los siguientes términos:

- (1) Hay cosas en sí, esto es, objetos cuya existencia no depende de nuestra mente...
- (2) Las cosas en sí son cognoscibles, bien que parcialmente y por aproximaciones sucesivas antes que exhaustivamente y de un solo plumazo.
- (3) El conocimiento de una cosa en sí se alcanza conjuntamente mediante la teoría y el

- experimento, ninguno de los cuales puede pronunciar veredictos finales sobre nada.
- (4) Este conocimiento (conocimiento factual) es hipotético más que apodíctico, por lo que es corregible y no final: mientras que la hipótesis filosófica de que existen cosas, y pueden ser conocidas, constituye una presuposición de la investigación científica, toda hipótesis científica acerca de la existencia de un tipo especial de objeto, sus propiedades, o leyes, es corregible.
- (5) El conocimiento de una cosa en sí, lejos de ser directo y pictórico, es indirecto y simbólico.

A diferencia de lo que ocurre en MCO, los observadores situados por encima de las leyes de la naturaleza no tienen cabida en nuestra teoría.

Bibliografía

- Bell, J.S. (1984), "Beables for Quantum Field Theory", *CERN-TH.4035*: 1-10.
- Bell, J.S. (1990), "Against 'Measurement'", en Miller, A.I. (ed.), *Sixty-Two Years of Uncertainty*, Nueva York: Plenum Press, pp. 17-31.
- Bes, D. (2004), *Quantum Mechanics*, Berlin-Heidelberg: Springer.
- Born, M. y A. Einstein (1971), *The Born-Einstein Letters*, Londres: Macmillan.
- Bunge, M. (1985), *Treatise on Basic Philosophy, Vol 7, Philosophy of Science & Technology*, Dordrecht-Boston-Lancaster: Reidel.
- Bunge, M. (1978), *Filosofía de la física*, Barcelona-Caracas-México: Ariel.
- Burgos, M. (2016), "Success and Incoherence of Orthodox Quantum Mechanics", *Journal of Modern Physics* 7: 1449-1454.
- Burgos, M. (2015a), "Evidence of Action-at-a-Distance in Experiments with Individual Particles", *Journal of Modern Physics* 6: 1663-1670.
- Burgos, M. (2015b), "The Measurement Problem in Quantum Mechanics Revisited", en Pahlavani, M. (ed.) (2015), *Selected Topics in Applications of Quantum Mechanics*, Croatia: INTECH, pp. 137-173.
- Burgos, M. (2010), "Contradictions between Conservation Laws and Orthodox Quantum Mechanics", *Journal of Modern Physics* 1: 137-142.
- Burgos, M. (2008), "Transitions to the Continuum: Three Different Approaches", *Foundations of Physics* 38(10): 883-907.
- Burgos, M., Criscuolo, F. y T. Etter (1999), "Conservation Laws, Machines of the First Type and Superluminal Communication", *Speculations in Science and Technology* 21(4): 227-233.
- Burgos, M. (1998), "Which Natural Processes Have the Special Status of Measurements?", *Foundations of Physics* 28(8): 1323-1346.
- Burgos, M. (1994), "¿Es siempre válido el principio de conservación de la energía?", *Filosofía* 6: 75-87.
- Cohen-Tannoudji, C., Diu, B. y F. Laloë (1977), *Quantum Mechanics*, Nueva York-Londres-Sydney-Toronto: John Wiley & Sons.
- Criscuolo, F. y M. Burgos (2000), "Conservation Laws in Spontaneous and Measurement-Like Individual Processes", *Physics Essays* 13(1): 80-84.
- Dirac, P. (1930), *The Principles of Quantum Mechanics*, Oxford: Clarendon Press.
- Jammer, M. (1974), *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Nueva York-Londres-Sydney-Toronto: John Wiley & Sons.
- Merzbacher, E. (1998), *Quantum Mechanics*, Nueva York: John Wiley & Sons.

Messiah, A. (1965), *Mécanique Quantique*, Paris: Dunod.

Tegmark, M. y J. Wheeler (2001), "100 Years of Quantum Mysteries", *Scientific American* 284(2): 68-75.

von Neumann, J. (1932), *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Berlin: Springer.