



Goñi, Sandro Mauricio

# Simulación y optimización de la cocción de productos cárneos en hornos convectivos



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Argentina.  
Atribución - No Comercial - Sin Obra Derivada 2.5  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/>

Documento descargado de RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes de la Universidad Nacional de Quilmes

*Cita recomendada:*

Goñi, S. M. (2024). *Simulación y optimización de la cocción de productos cárneos en hornos convectivos*. (Tesis de doctorado). Universidad Nacional de Quilmes, Bernal, Argentina. Disponible en RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes <http://ridaa.unq.edu.ar/handle/20.500.11807/4711>

Puede encontrar éste y otros documentos en: <https://ridaa.unq.edu.ar>

## **Simulación y optimización de la cocción de productos cárneos en hornos convectivos**

**TESIS DOCTORAL**

**Sandro Mauricio Goñi**

[smgoni@quimica.unlp.edu.ar](mailto:smgoni@quimica.unlp.edu.ar)

### **Resumen**

La presente tesis doctoral aborda la temática de modelado, simulación y optimización de la cocción de productos cárneos en hornos convectivos.

Se han desarrollado diversos experimentos para caracterizar el proceso y los cambios del producto durante el mismo, focalizando los estudios en la transferencia de energía, la pérdida de peso y sus mecanismos, variación de tamaño de las muestras, modelado geométrico de las muestras, requeridas para la implementación de los modelos de cocción, estimación de coeficientes de transferencia de energía y materia, estimación de la capacidad de retención de agua y variación de diferentes índices de calidad.

Por otro lado, se evaluaron y/o desarrollaron diferentes modelos simples de cocción, contemplando la transferencia de energía y materia, con diferentes grados de detalles. El 1° modelo considera solo transferencia de energía, con evaporación superficial de agua; el 2° y 3° modelo, implementan una pérdida de agua empírica, de forma de cinética de pérdida, y el 4° modelo implementa un mecanismo de transporte basado en gradientes de presión internos debido a la desnaturalización de las proteínas de la carne. Posteriormente, los modelos desarrollados se emplearon para buscar condiciones óptimas de operación, considerando el tiempo de cocción y la pérdida de peso.

**Palabras clave:** carnes; horneado; modelos de cocción; drenado; geometría irregular.



Universidad Nacional de Quilmes

Tesis Doctoral

Simulación y optimización de la cocción de  
productos cárneos en hornos convectivos

**Sandro M. Goñi**

Marzo de 2010



Esta Tesis Doctoral forma parte de los requisitos establecidos por la Universidad Nacional de Quilmes para optar por el título de Doctor de la Universidad Nacional de Quilmes Mención Ciencias Básicas y Aplicadas.

La dirección y co–dirección de este trabajo de Tesis estuvieron bajo la supervisión de la Dra. Viviana O. Salvadori y el Dr. Jorge R. Wagner, respectivamente, y se desarrolló en el Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecnología de Alimentos (CIDCA, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP, CONICET).

La actividad de postgrado fue financiada por una Beca Interna de Postgrado tipo I otorgada por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

Los trabajos enumerados a continuación presentan un avance de los resultados obtenidos durante el desarrollo de esta Tesis Doctoral; se prevé continuar con la publicación de resultados adicionales una vez finalizada esta etapa.

### **Trabajos publicados en revistas científicas especializadas**

- Goñi, S. M., Salvadori, V. O. (2010). Prediction of cooking times and weight losses during meat roasting. *Journal of Food Engineering*. Manuscrito aceptado, doi:10.1016/j.jfoodeng.2010.03.016.
- Goñi, S. M., Purlis, E. (2010). Geometric modelling of heterogeneous and complex foods. *Journal of Food Engineering*, 97(4), 547-554.
- Lespinard, R. A., Goñi, S. M., Salgado, P. R., Mascheroni, R. H. (2009). Experimental determination and modelling of size variation, heat transfer and quality indexes during mushrooms blanching. *Journal of Food Engineering*, 92(1), 8-17.
- Goñi, S. M., Purlis, E., Salvadori, V. O. (2008). Geometry modelling of food materials from magnetic resonance imaging. *Journal of Food Engineering*, 88(4), 561-567.
- Goñi, S. M., Oddone, S., Segura, J. A., Mascheroni, R. H., Salvadori, V. O. (2008). Prediction of foods freezing and thawing times: artificial neural networks and genetic algorithms approach. *Journal of Food Engineering*, 84(1), 164-178.
- Goñi, S. M., Purlis, E., Salvadori, V. O. (2007). Three-dimensional reconstruction of irregular foodstuffs. *Journal of Food Engineering*, 82(4), 536-547.

### **Presentaciones a Congresos, Conferencias, Jornadas**

#### *Trabajos extendidos*

- Goñi, S., Purlis, E., Salvadori, V. O. (2008). Evaluating a simple model for meat cooking simulation. *International Conference of Agricultural Engineering*,

*XXXVII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola ASABE ILES VIII.*  
Iguassu Falls City, Brazil, 31 agosto-4 de septiembre, 2008.

- Goñi, S., Purlis, E., Salvadori, V. O. (2007). Modelado geométrico de materiales biológicos a partir de imágenes de resonancia magnética nuclear. *XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, I Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*. Córdoba, 2-5 de octubre, 2007. Presentación Oral. En: *Mecánica Computacional Vol. XXVI (44)*, 3769-3778.
- Lespinard, A., Goñi, S., Salgado, P., Mascheroni, R. (2007). Escaldado de hongos (*agaricus bisporus*). Simulación por elementos finitos utilizando geometrías 2D axisimétrica y 3D, con y sin malla móvil. *XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, I Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*. Córdoba, 2-5 de octubre, 2007. En: *Mecánica Computacional Vol. XXVI (42)*, 3590-3602.
- Goñi, S., Salvadori, V. O. (2007). Cocción de productos cárneos: influencia del dominio de simulación. *XI CYTAL, Congreso Argentino de Ciencia y Tecnología de Alimentos*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 12-14 de septiembre, 2007. Trabajo N° 13.9.
- Lespinard, A., Salgado, P., Goñi, S., Mascheroni, R. (2007). Cambios de tamaño, color y textura durante el escaldado de champiñones. Modelado y optimización. *XI CYTAL, Congreso Argentino de Ciencia y Tecnología de Alimentos*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 12-14 de septiembre, 2007. Trabajo N° 13.5.

#### *Resúmenes*

- Goñi, S. M., Salvadori, V. O. (2009). Parámetros de calidad característicos de la cocción de carne vacuna. *III Congreso Internacional de Ciencia y Tecnología de los Alimentos*, Córdoba, Argentina, 15-17 de abril, 2009. Trabajo GP-106.
- Goñi, S. M., Salvadori, V. O. (2009). Evaluación de un modelo simple de cocción de productos cárneos. *III Congreso Internacional de Ciencia y Tecnología de los Alimentos*, Córdoba, Argentina, 15-17 de abril, 2009. Trabajo BP-28.

- Lespinard, A. R., Goñi, S. M., Mascheroni, R. H. (2009). Simulación del tratamiento térmico de alimentos en medio líquido envasados en frascos. Aplicación de un modelo de difusividad térmica efectiva. *III Congreso Internacional de Ciencia y Tecnología de los Alimentos*, Córdoba, Argentina, 15-17 de abril, 2009. Trabajo BP-18.
  
- Goñi, S. M., Salvadori, V. O. (2008). Meat cooking: simulation of process times and weight loss. *ICEF 10, International Congress on Engineering and Food*. Viña del Mar, 20-24 de abril, 2008. Trabajo N29.
  
- Goñi, S. M., Purlis, E., Salvadori, V. O. (2008). Simulating preservation processes of carcasses using real geometries. *ICEF 10, International Congress on Engineering and Food*. Viña del Mar, 20-24 de abril, 2008. Trabajo N30.
  
- Lespinard, A., Goñi, S., Mascheroni, R. (2007). Optimization of *Agaricus bisporus* blanching. Modeling of shrinkage, heat transfer and quality loss. *EFFoST / EHEDG Conference 2007 – Practical application of research results*. Lisboa, Portugal, 14-16 de noviembre, 2007. Trabajo N° 198.
  
- Lespinard, A., Salgado, P., Goñi, S., Mascheroni, R. (2007). Estimación y control de los tiempos de escaldado de hongos. Estudio de índices de calidad. *XV Jornadas de Jóvenes Investigadores de la AUGM*. Universidad Nacional de Asunción, Paraguay, 24-26 de octubre, 2007.
  
- Goñi, S., Purlis, E., Salvadori, V. O. (2006). Reconstrucción 3D de alimentos sólidos. *Congreso Internacional de Ciencia y Tecnología de los Alimentos*. Córdoba, 15-17 de noviembre, 2006.
  
- Goñi, S. M, Purlis, E., Salvadori, V. O. (2006). A FEM-Image Processing approach for estimating the surface area and volume of irregular food materials. *IFT 2006 Annual Meeting*. Orlando, USA, 24-26 de junio, 2006. Trabajo 078E-10.



# Índice general

<b>Capítulo 1. Introducción y Objetivos</b> .....	1
<b>Capítulo 2. Determinaciones experimentales</b> .....	5
2.1 Introducción.....	7
2.2 Transferencia de energía durante la cocción.....	7
2.2.1 Materiales y métodos.....	7
2.2.2 Resultados y discusión.....	10
2.3 Pérdida de peso de las muestras durante la cocción.....	16
2.3.1 Materiales y métodos.....	16
2.3.2 Resultados y discusión.....	19
2.4 Variación de tamaño de las muestras durante la cocción.....	22
2.4.1 Materiales y métodos.....	22
2.4.2 Resultados y discusión.....	22
2.5 Modelado geométrico de las muestras cocidas.....	24
2.5.1 Materiales y métodos.....	24
2.5.2 Resultados y discusión.....	26
2.6 Coeficientes de transferencia de energía y materia.....	32
2.6.1 Coeficiente de transferencia de energía.....	32
2.6.2 Materiales y métodos.....	33
2.6.3 Resultados y discusión.....	34
2.6.4 Coeficiente de transferencia de materia.....	35
2.6.5 Materiales y métodos.....	35
2.6.6 Resultados y discusión.....	36
2.7 Capacidad de retención de agua.....	37
2.7.1 Materiales y Métodos.....	37
2.7.2 Resultados.....	38

<b>2.8 Variación de índices de calidad</b> .....	40
<b>2.8.1 Materiales y métodos</b> .....	40
<b>2.8.2 Resultados y discusión</b> .....	44
<b>2.9 Conclusiones</b> .....	62
<b>Capítulo 3. Evaluación de modelos de cocción</b> .....	65
<b>3.1 Introducción</b> .....	66
<b>3.2 Modelo 1</b> .....	70
<b>3.2.1 Solución numérica</b> .....	72
<b>3.2.2 Resultados</b> .....	74
<b>3.3 Modelo 2</b> .....	76
<b>3.3.1 Resultados</b> .....	76
<b>3.4 Modelo 3</b> .....	78
<b>3.4.1 Estimación del parámetro <math>K_W</math></b> .....	79
<b>3.4.2 Resultados</b> .....	80
<b>3.5 Modelo 4</b> .....	87
<b>3.5.1 Resultados</b> .....	90
<b>3.6 Influencia de la acumulación de agua en el horno</b> .....	94
<b>3.6.1 Incorporación de la acumulación de agua en el horno</b> .....	94
<b>3.6.2 Resultados</b> .....	96
<b>3.7 Variación de índices de calidad durante la cocción</b> .....	101
<b>3.7.1 Parámetros de color</b> .....	101
<b>3.7.2 Esfuerzo de corte</b> .....	103
<b>3.8 Conclusiones</b> .....	105
<b>Capítulo 4. Optimización del proceso de cocción</b> .....	108
<b>4.1 Introducción</b> .....	110
<b>4.1.1 Optimización simple–objetivo</b> .....	111
<b>4.1.2 Optimización multi–objetivo</b> .....	112
<b>4.1.3 Método de penalización exterior</b> .....	113
<b>4.1.4 Método de solución</b> .....	114
<b>4.2 Formulación de funciones objetivo para la cocción</b> .....	118

4.2.1 Variables de decisión.....	119
4.3 Optimización con temperatura de horno constante .....	120
4.3.1 Preliminares.....	120
4.3.2 Resultados.....	121
4.4 Optimización con temperatura de horno variable .....	128
4.4.1 Variación lineal de temperatura de horno.....	128
4.4.2 Resultados.....	129
4.5 Ecuaciones de predicción de tiempos de cocción y pérdida de peso .....	138
4.5.1 Materiales y métodos.....	138
4.5.2 Resultados.....	141
4.6 Estimación del consumo energético durante la cocción .....	144
4.6.1 Consumo energético con temperatura de horno constante.....	145
4.6.2 Consumo energético con temperatura de horno variable.....	148
4.7 Conclusiones.....	151
<b>Capítulo 5. Conclusiones generales.....</b>	<b>153</b>
<b>Anexo 1. Modelado de dominios de simulación.....</b>	<b>155</b>
A.1 Introducción .....	157
A.2 Parte 1: Modelos geométricos 3D irregulares simples .....	160
A.2.1 Materiales y métodos .....	160
A.2.2 Resultados.....	168
A.2.3 Discusión y conclusiones .....	186
A.3 Parte 2: Modelos geométricos 3D irregulares complejos.....	189
A.3.1 Materiales y métodos.....	189
A.3.2 Resultados.....	190
A.3.3 Discusión y conclusiones .....	196
A.4 Parte 3: Modelos geométricos 2D por regiones.....	198
A.4.1 Introducción .....	198
A.4.2 Materiales y métodos .....	198
A.4.3 Resultados.....	203
A.4.4. Discusión y conclusiones .....	211

<b>Nomenclatura</b> .....	212
<b>Referencias bibliográficas</b> .....	215
<b>Apéndices</b> .....	224
<b>Apéndice A. Estimación de parámetros</b> .....	225
<b>Apéndice B. Descripción del método de elementos finitos</b> .....	228
<b>Apéndice C. Propiedades físicas</b> .....	233
<b>Apéndice D. Implementación del modelo de cocción 3</b> .....	235
<b>Apéndice E. Optimización</b> .....	240
<b>Apéndice F. Modelado geométrico usando SVC</b> .....	249
<b>F.1 Factores de escala</b> .....	249
<b>F.2 Procesamiento de imágenes</b> .....	250
<b>Apéndice G. Modelado geométrico, RMN</b> .....	257
<b>Apéndice H. Modelado geométrico por regiones</b> .....	259

# Capítulo 1

## Introducción y Objetivos

### 1.1 Introducción

La cocción de alimentos en hornos convectivos es un proceso ampliamente difundido, no sólo a nivel hogareño, sino también a nivel industrial (empresas de catering, procesamiento de comidas listas para servir, etc.).

El proceso de cocción u horneado por convección natural o forzada de aire puede ser descrito como un proceso de cocción en seco, determinada por la baja humedad en el ambiente del horno y por las altas temperaturas de operación, donde el aire caliente del horno transfiere energía al producto, y al mismo tiempo el producto transfiere agua al aire. Una variedad de fenómenos adicionales se producen durante el proceso de cocción: formación de una costra superficial deshidratada, desarrollo de color y aroma, cambios de textura, etc.; estos fenómenos son de primordial importancia ya que son responsables de las propiedades únicas y características de los productos finales.

El estudio de diferentes aspectos de la cocción de productos cárneos ha sido abordado por numerosos investigadores. Una primera clasificación de los trabajos realizados, radica en la naturaleza del producto: puede tratarse de una materia prima cruda que es cocida directamente, o de un producto que, previamente al proceso de cocción, requiere una elaboración o fabricación, como por ejemplo, el caso de hamburguesas. Esta clasificación involucra diferencias de primordial importancia; por ejemplo para el caso de hamburguesas, por el hecho de tratarse de un producto elaborado con carne picada posee consideraciones de seguridad microbiológica y regulaciones legislativas más severas. Si bien este trabajo se enfoca a la cocción de productos o cortes cárneos crudos sin elaboración previa, es importante tener en cuenta

los productos elaborados, dado que las condiciones de procesamiento para estos últimos pueden ser más restrictivas o exigentes, pero desde el punto de vista del modelado del proceso, comparten los mismos aspectos fundamentales. Otra clasificación es el modo o el mecanismo por el cual se transfiere energía al producto durante la cocción. En este trabajo se considera exclusivamente que el producto intercambia energía con el aire circundante que se encuentra a mayor temperatura por medio de un mecanismo convectivo, y eventualmente se considera el intercambio energético producido por radiación, pero no se considera la cocción por contacto, por ejemplo, como en el proceso de cocción de hamburguesas.

Hasta el presente los trabajos desarrollados orientados a simular la cocción de productos cárneos han ido evolucionando, desde un modelo sencillo como el propuesto por Holtz y Skjöldebrand (1986), que modela la cocción de una rodaja de carne, de geometría plana, compuesta de dos regiones: el corazón y la corteza, resolviendo únicamente el balance de energía con distintas propiedades físicas para cada región; hasta los modelos más completos aplicados a hamburguesas que resuelven los balances de energía y/o materia considerando geometría bidimensional con o sin contracción de volumen (Chen *et al.*, 1999; Zorrilla y Singh, 2003). La mayoría de los modelos de cocción han sido modelados utilizando la ley de Fourier para describir la transferencia de energía y la ley de Fick para la transferencia de masa (al menos de una manera efectiva), y han sido resueltos a través de métodos numéricos, como diferencias, elementos o volúmenes finitos (Wang y Sun, 2003). Van der Sman (2007a, 2007b), desarrolló un modelo de transporte de agua dentro de productos cárneos basado en la teoría de Flory–Rehner; el modelo de transporte de agua se basa en gradientes de demanda de agua dentro del producto, producto de la desnaturalización por calor de las proteínas. Si bien gran parte de estos trabajos logran predecir con error aceptable los tiempos de cocción, no consiguen evaluar satisfactoriamente las pérdidas de peso que se producen durante el proceso, aunque varios investigadores reportan medidas experimentales de esta variable que indican que no puede despreciarse.

Asimismo, varios trabajos presentados en el tema (Zorrilla y Singh, 2000, 2003; Zorrilla *et al.*, 2000, 2003; Erdoğdu *et al.*, 2005) plantean la optimización de la cocción de hamburguesas utilizando técnicas de optimización global que buscan minimizar o maximizar un índice de performance o parámetro de calidad (como pérdida de peso), sujeto a las restricciones de seguridad microbiológica del producto. La optimización del proceso de cocción de productos cárneos a partir de modelos matemáticos que describan

adecuadamente el proceso, resulta una herramienta de gran ayuda para buscar condiciones de operación óptimas para favorecer determinados objetivos.

Luego de una revisión de la bibliografía específica, podemos concluir que al presente no se cuenta con modelos matemáticos que consideren todos los aspectos de transferencia de energía y materia que se manifiestan durante la cocción, por ello consideramos oportuno el estudio de los objetivos de este trabajo de tesis.

## **1.2 Objetivo general**

El objetivo general de esta tesis fue obtener modelos fenomenológicos de la transferencia simultánea de materia y energía en procesos de cocción de alimentos cárneos, y llevar adelante con ellos la optimización del proceso de cocción, considerando además la variación de factores de calidad.

## **1.3 Objetivos específicos**

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente y los trabajos publicados sobre el tema en los últimos años, los objetivos específicos de este trabajo se enumeran a continuación:

- Obtener experimentalmente información sobre: (i) la transferencia de energía durante la cocción de productos cárneos (músculo *semitendinosus*), midiendo la variación de temperatura con el tiempo de cocción en diferentes posiciones; (ii) la pérdida de peso total, con especial énfasis en las pérdidas de peso asociadas a los mecanismos de evaporación y drenado.
- Obtener representaciones tridimensionales de las muestras analizadas utilizando técnicas de visión computacional y modelado de superficies, para ser utilizadas en la simulación de los modelos de cocción que sean planteados.
- Desarrollar y/o evaluar modelos fenomenológicos del proceso de cocción en un horno eléctrico de convección forzada que describa adecuadamente los tipos de transferencia de materia y energía involucrados.
- Plantear y resolver los balances de transferencia de energía y materia mediante un método numérico (elementos finitos) teniendo en cuenta los modelos desarrollados.

- Validar los modelos analizados por comparación con las pruebas experimentales realizadas.
- Optimizar el proceso de cocción en función de las condiciones de operación, considerando diferentes funciones objetivos.
- Obtener correlaciones simples del tiempo de cocción en función de las variables operativas.



# Capítulo 2

## Determinaciones experimentales durante el proceso de cocción

<b>2.1</b>	<b>Introducción</b>	7
<b>2.2</b>	<b>Transferencia de energía durante la cocción</b>	7
<b>2.2.1</b>	<b>Materiales y métodos</b>	7
2.2.1.1	<i>Materias primas y acondicionamiento</i>	7
2.2.1.2	<i>Experiencias de cocción</i>	8
2.2.1.3	<i>Medición de temperaturas</i>	9
<b>2.2.2</b>	<b>Resultados y discusión</b>	10
<b>2.3</b>	<b>Pérdida de peso de las muestras durante la cocción</b>	16
<b>2.3.1</b>	<b>Materiales y métodos</b>	16
2.3.1.1	<i>Medición de pérdida de peso total, evaporativas y por drenado</i>	17
<b>2.3.2</b>	<b>Resultados y discusión</b>	19
<b>2.4</b>	<b>Variación de tamaño de las muestras durante la cocción</b>	22
<b>2.4.1</b>	<b>Materiales y métodos</b>	22
<b>2.4.2</b>	<b>Resultados y discusión</b>	22
<b>2.5</b>	<b>Modelado geométrico de las muestras cocidas</b>	24
<b>2.5.1</b>	<b>Materiales y métodos</b>	24
2.5.1.1	<i>Primera etapa: adquisición de imágenes</i>	24
2.5.1.2	<i>Segunda etapa: procesamiento de imágenes y modelado geométrico</i>	25
<b>2.5.2</b>	<b>Resultados y discusión</b>	26
2.5.2.1	<i>Modelos geométricos de las muestras crudas</i>	28
2.5.2.2	<i>Estimación de variación de volumen y área superficial</i>	30
<b>2.6</b>	<b>Coefficientes de transferencia de energía y materia</b>	32

<b>2.6.1 Coeficiente de transferencia de energía</b> .....	32
<b>2.6.2 Materiales y métodos</b> .....	33
<i>2.6.2.1 Correlaciones del número de Nusselt</i> .....	33
<b>2.6.3 Resultados y discusión</b> .....	34
<b>2.6.4 Coeficiente de transferencia de materia</b> .....	35
<b>2.6.5 Materiales y métodos</b> .....	35
<i>2.6.5.1 Analogía calor–materia</i> .....	35
<i>2.6.5.2 Determinación experimental</i> .....	35
<b>2.6.6 Resultados y discusión</b> .....	36
<b>2.7 Capacidad de retención de agua</b> .....	37
<b>2.7.1 Materiales y Métodos</b> .....	37
<b>2.7.2 Resultados</b> .....	38
<b>2.8 Variación de índices de calidad</b> .....	40
<b>2.8.1 Materiales y métodos</b> .....	40
<i>2.8.1.1 Color</i> .....	40
<i>2.8.1.2 Área superficial</i> .....	41
<i>2.8.1.3 Esfuerzo de corte</i> .....	41
<b>2.8.2 Resultados y discusión</b> .....	44
<i>2.8.2.1 Parámetros de color</i> .....	46
<i>2.8.2.2 Área superficial</i> .....	56
<i>2.8.2.3 Esfuerzo de corte WBSF</i> .....	58
<i>2.8.2.4 Correlaciones entre variables</i> .....	60
<b>2.9 Conclusiones</b> .....	62

## 2.1 Introducción

Teniendo presente el objetivo general de este trabajo de tesis, se procedió a estudiar experimentalmente el proceso de cocción, utilizando cortes de músculo *semitendinosus* bovino.

Las experiencias fueron realizadas con el objeto de obtener información respecto de: la distribución de temperatura dentro del producto durante el proceso de cocción, la pérdida de peso total, las pérdidas de peso producidas por drenado y por evaporación, la variación de tamaño del producto. El conocimiento exhaustivo de la respuesta experimental permitió plantear los modelos matemáticos adecuados y su posterior validación.

Si bien se realizaron numerosas experiencias, aquí se muestran sólo aquellas de las cuales se obtuvieron, en forma conjunta, las historias térmicas de temperatura, la pérdida de peso, la variación de tamaño y la geometría de las mismas.

## 2.2 Transferencia de energía durante la cocción

El fenómeno físico más importante de la cocción de cualquier alimento es la transferencia de energía desde un medio calefactor hacia el alimento. Existen varios mecanismos de transferencia de energía, dependiendo fundamentalmente del tipo de cocción. En el caso analizado aquí, por las características del equipo utilizado, se ponen de manifiesto los tres mecanismos más comunes: convección y radiación desde el medio calefactor hasta la superficie del alimento, y conducción en el interior del mismo.

El objetivo de esta Sección fue obtener las historias térmicas en distintas posiciones del alimento, de manera tal de obtener información fundamental del comportamiento del sistema y determinar los tiempos de cocción necesarios.

### 2.2.1 Materiales y métodos

#### 2.2.1.1 Materias primas y acondicionamiento

Todas las experiencias de cocción fueron realizadas utilizando muestras (aproximadamente en mitades) de músculo *semitendinosus* adquiridas en distintos

comercios minoristas de la ciudad de La Plata. Previo a las experiencias se eliminó la materia grasa superficial de las muestras y se realizaron distintas mediciones preliminares: peso inicial de la muestra cruda, longitudes características iniciales (largo, ancho y alto, utilizando un calibre VERNIER), y contenido de agua por secado en una estufa de vacío (Gallenkamp, Reino Unido) a 60°C, hasta alcanzar peso constante. Las muestras fueron envasadas herméticamente en film plástico y mantenidas en un ambiente a temperatura constante (en refrigerador o temperatura ambiente) durante al menos 4 hs antes de la cocción, para procurar un perfil de temperatura uniforme al inicio de las experiencias de cocción.

#### *2.2.1.2 Experiencias de cocción*

Las experiencias de cocción fueron realizadas en un horno eléctrico doméstico ARISTON FM87-FC (Italia), con una cámara de cocción con longitudes efectivas de 0.4 m de largo, 0.39 m de profundidad y 0.34 m de altura (Fig. 2.1). El horno cuenta con varios tipos preestablecidos de cocción: (i) modo convencional, donde dos elementos calefactores calientan el aire de la cámara del horno y el movimiento del aire se produce por convección natural; (ii) modo forzado, donde además de los elementos calefactores se enciende un ventilador ubicado en parte posterior de la cámara del horno, el cual produce un movimiento adicional del aire; (iii) modo con radiación, donde se utiliza una resistencia calefactora adicional ubicada en la parte superior de la cámara del horno, con o sin el uso del ventilador. En todas las experiencias presentadas en este Capítulo se utilizó el modo forzado.

Las experiencias de cocción fueron finalizadas cuando la temperatura (registrada por termocupla, Sección 2.2.1.3) en las cercanías del centro alcanzó los 72°C. Este valor de temperatura final determina un grado de cocción medio, donde el color rosado o rojo de la carne cruda desaparece completamente y una gran proporción de las proteínas se encuentra desnaturalizada (James y James, 2004); además es un valor de seguridad para productos cárneos, especialmente para aquellos elaborados (como hamburguesas). El tiempo transcurrido desde el momento en que la muestra se coloca en el horno hasta el instante en que se alcanza este valor de temperatura fue definido como el tiempo de cocción ( $t_c$ ).



**Fig. 2.1.** Horno utilizado en las experiencias de cocción.

### *2.2.1.3 Medición de temperaturas*

En todos los casos, la temperatura en diferentes posiciones de la muestra se registró utilizando termocuplas Cobre–Constantan tipo T flexibles (1.9×3.2 mm, OMEGA, USA) y rígidas (1 mm de diámetro, OMEGA, USA), mientras que la temperatura en el ambiente del horno se registró utilizando el primer tipo de termocuplas. Se utilizó un adquisidor de datos Keithley DASTC (USA) conectado a una PC para registrar y almacenar los datos obtenidos, empleando un intervalo de muestreo de 30 segundos en todos los casos.

En cada experiencia se utilizaron al menos dos termocuplas: la primera, ubicada estimativamente en las cercanías del punto más frío de la muestra (centro térmico); la segunda debajo de la superficie, en la misma posición axial que la primera. Por cuestiones prácticas, las termocuplas se insertaron en sentido axial, desde uno de los extremos de la muestra. En algunas muestras se colocó una termocupla adicional en un punto intermedio entre la superficie y el centro, en la misma posición axial que las primeras. La termocupla usada para medir la temperatura del aire se colocó a unos 10 cm por encima de la superficie de la muestra. Una vez finalizada la experiencia de cocción, la muestra fue cortada y se verificó la posición de cada termocupla. Adicionalmente se utilizó un sensor de flujo (HFS23, OMEGA, USA), sujeto a la

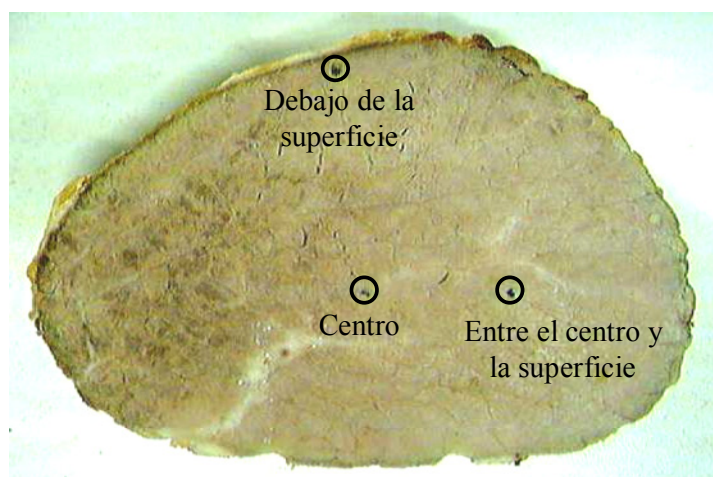
superficie de la muestra por medio de bandas elásticas, que provee medidas adicionales de temperatura en la superficie de la misma.

Dada la dificultad para manipular las muestras cuando estas se hallan con todos los sensores insertados, y que la puerta del horno debe ser cerrada procurando no afectar la disposición de los mismos, las pruebas de cocción se realizaron partiendo desde temperatura ambiente. Esto es, los distintos sensores se colocaron en la muestra fuera del horno, y luego ésta se ubica dentro del horno, sobre una rejilla en la parte central del mismo. Entonces, la puerta del horno se cierra cuidadosamente para no modificar la posición de los sensores. Una vez verificada la correcta disposición del sistema, se procedió con la experiencia de cocción.

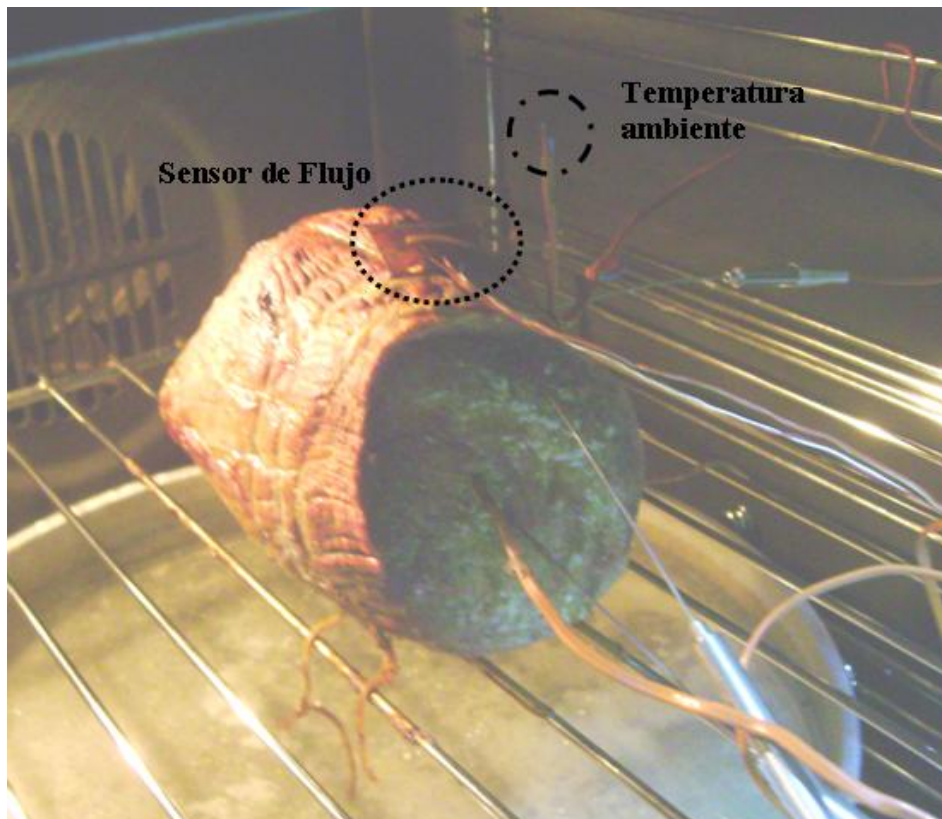
El control del horno no permite un claro establecimiento a priori de una temperatura de cocción, por lo cual las temperaturas que se informan aquí son las obtenidas experimentalmente.

### 2.2.2 Resultados y discusión

Las Fig. 2.2 y 2.3 muestran, a modo ilustrativo, las posiciones de las termocuplas interiores y en el ambiente, además de la ubicación del sensor de flujo sobre la superficie de la muestra. La función de la bandeja de agua observada en la Fig. 2.3 será explicada en la siguiente Sección.



**Fig. 2.2.** Posiciones de las termocuplas en el interior de la muestra. La termocupla superficial se halla a aprox. 3.5 mm de la superficie. El espesor de la costra en la zona superior es de aprox. 1 mm.



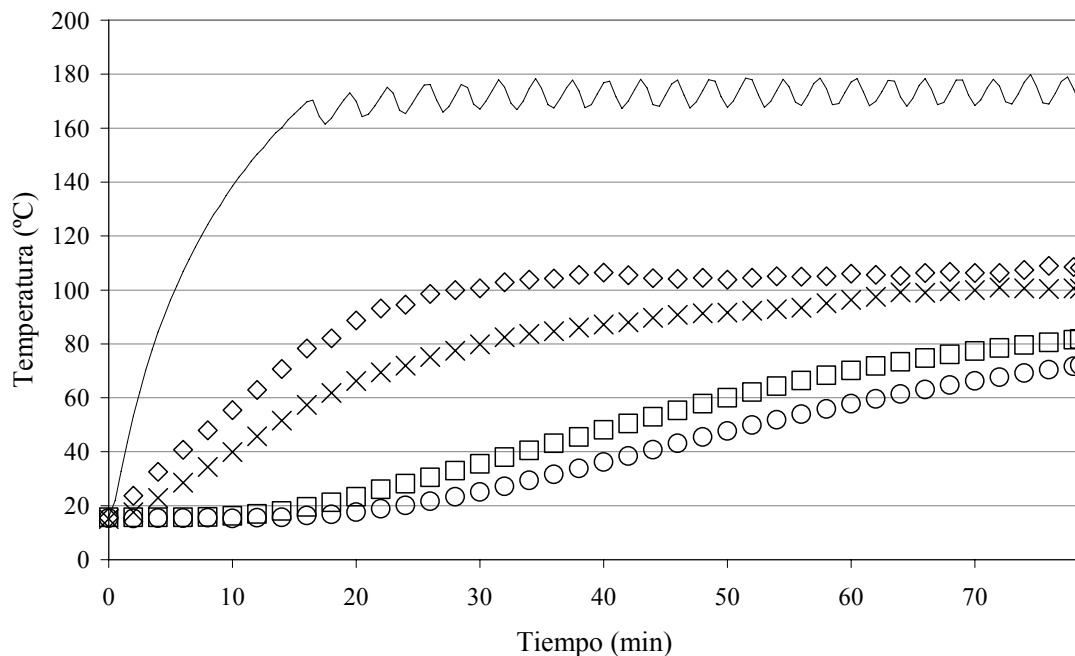
**Fig. 2.3.** Posición del sensor de flujo en la superficie de la muestra y la termocupla en el ambiente.

Las Fig. 2.4 a 2.6 muestran la información obtenida durante tres pruebas experimentales. En las mismas puede observarse que la temperatura del horno posee un tiempo de puesta en régimen y posteriormente presenta una variación periódica ( $\pm 5^{\circ}\text{C}$ ) producida por la actuación del control de temperatura del horno. Las restantes pruebas exhibieron un comportamiento similar. En todos los casos, la temperatura más baja dentro de las muestras correspondió a la termocupla situada en las cercanías del centro térmico. En ningún caso se detectó el fenómeno reportado por Godsalve *et al.* (1977), quienes midieron temperaturas más bajas en posiciones entre la superficie y el centro del producto (es importante destacar que utilizaron más puntos de medición de temperatura). De la misma manera, en todos los casos se observó que la temperatura superficial medida con el sensor de flujo fue la más alta registrada en todo el producto, como era esperado. La diferencia entre esta temperatura y la registrada por la termocupla colocada debajo de la superficie inicialmente se incrementa y luego descende, conforme la temperatura aumenta.

El comportamiento general de la temperatura superficial puede describirse como:

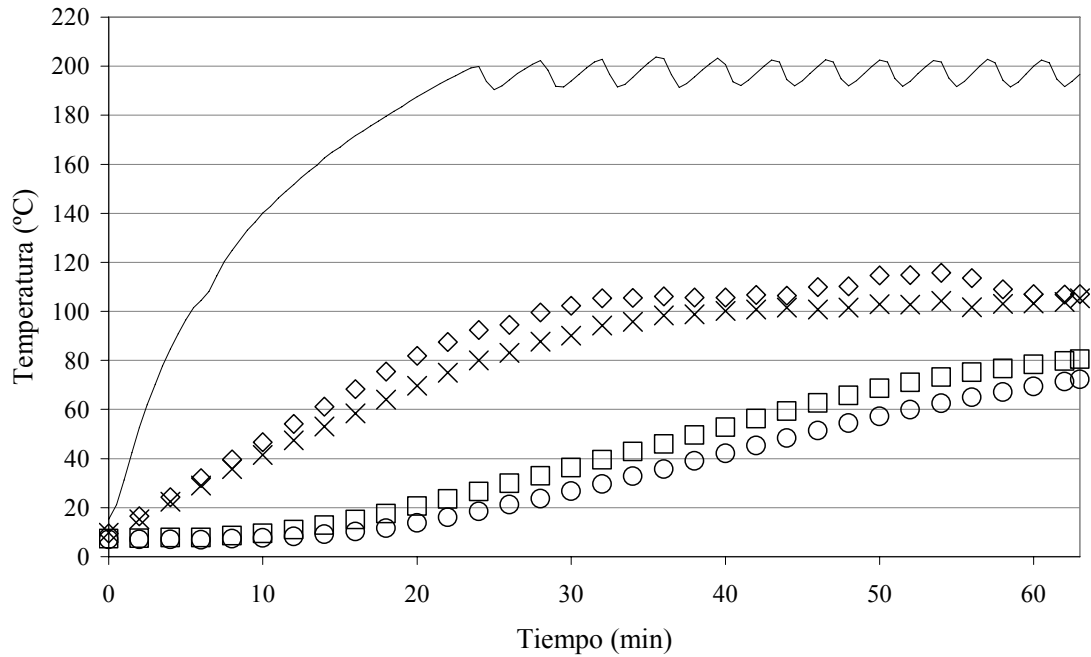
- la temperatura registrada por el sensor de flujo a tiempos largos se mantuvo constante en unos 105.5°C.
- la temperatura registrada por la termocupla colocada debajo de la superficie a tiempos largos alcanzó y se mantuvo en aproximadamente 100°C.

Este comportamiento es consistente con el establecimiento de un periodo de velocidad de secado constante (o cuasi-constante), en el cual el contenido de agua en la superficie es suficiente para mantener un cierto flujo de evaporación que limita el aumento de temperatura superficial; además, esto evita la formación de una corteza deshidratada de gran espesor y el consecuente desplazamiento del frente de evaporación al interior del producto. En concordancia con estas observaciones, en la Fig. 2.2 se puede notar la formación de una corteza deshidratada muy pequeña, principalmente en las zonas superiores de la muestra, que junto a las mediciones de temperatura indica que la evaporación se mantiene principalmente en la superficie de las mismas.

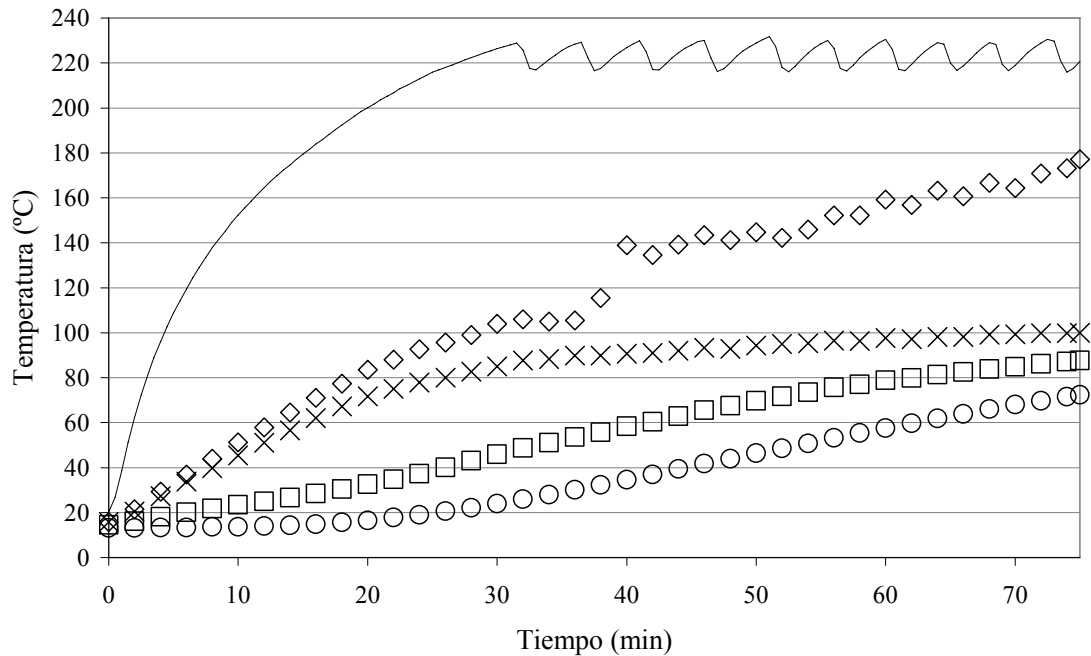


**Fig. 2.4.** Temperaturas del ambiente y el producto durante la cocción a 172.8°C. (—) Ambiente; (◇) superficie, sensor de flujo; (×) termocupla, debajo de la superficie; (□) entre el centro y la superficie; (○) centro.





**Fig. 2.5.** Temperaturas del ambiente y el producto durante la cocción a 197.3°C. (—) Ambiente; (◇) superficie, sensor de flujo; (×) termocupla, debajo de la superficie; (□) entre el centro y la superficie; (○) centro.



**Fig. 2.6.** Temperaturas del ambiente y el producto durante la cocción a 223.5°C. (—) Ambiente; (◇) superficie, sensor de flujo; (×) termocupla, debajo de la superficie; (□) entre el centro y la superficie; (○) centro.

La Fig. 2.5 muestra un comportamiento diferente: la temperatura superficial obtenida con el sensor de flujo se mantuvo constante durante un cierto tiempo; posteriormente (entre 44 y 60 min) la temperatura aumentó levemente, de unos 106°C a unos 112°C; finalmente la temperatura descendió hasta valores cercanos al primer periodo de tiempo (107°C). Simultáneamente, la temperatura registrada por la termocupla colocada debajo de la superficie presentó una variación similar, excepto en el periodo final donde ambos valores se acercan. Este comportamiento de la temperatura superficial es consistente con el establecimiento de dos periodos de velocidad de secado constante consecutivos descrito por Godsalve *et al.* (1977), indicando rehidratación de la superficie debido al agua líquida proveniente del interior de la muestra.

Un caso particular es observado en la Fig. 2.6, donde la temperatura superficial medida con el sensor de flujo se incrementa rápidamente a partir de un determinado tiempo, y posee una variación temporal que se asemeja al comportamiento de la temperatura del aire. Tal comportamiento se debe a que el sensor de flujo se separa de la superficie, lo que produce que circule aire entre la superficie y el sensor y la temperatura medida no se corresponde con la de la superficie ni con el aire. La observación de las experiencias indica que las bandas elásticas usadas para mantener el sensor en la superficie se cortan inevitablemente durante el transcurso de las experiencias. A pesar de este hecho el sensor igualmente se mantiene pegado a la superficie, por lo cual no se esperan dificultades. En pruebas preliminares se encontró que la posición en que se coloca el sensor de flujo es un factor importante para el éxito de la medición: si el sensor se coloca con sus lados paralelos al eje axial de la muestra en general éste se separa de la superficie; por el contrario, colocando los lados del sensor oblicuos al eje axial en general se logró mantener el mismo en la superficie. Este comportamiento se debe a la deformación (encogimiento) que sufre la muestra; en la primera configuración del sensor (paralela), éste se deforma fácilmente siguiendo la deformación del material, por el contrario en la segunda configuración (oblicua) el sensor posee una alta resistencia a la deformación, permitiendo que se mantenga en la superficie de la muestra.

En la Tabla 2.1 se presenta el peso y la temperatura inicial de las muestras, la temperatura de operación (en régimen) y el tiempo de cocción de cada experimento. Como temperatura de operación ( $T_h$ ) se tomó, en cada caso, la temperatura ambiente promedio desde el establecimiento de la puesta en régimen del horno (cuando el control del horno comienza a actuar para mantener la temperatura constante prefijada) hasta el

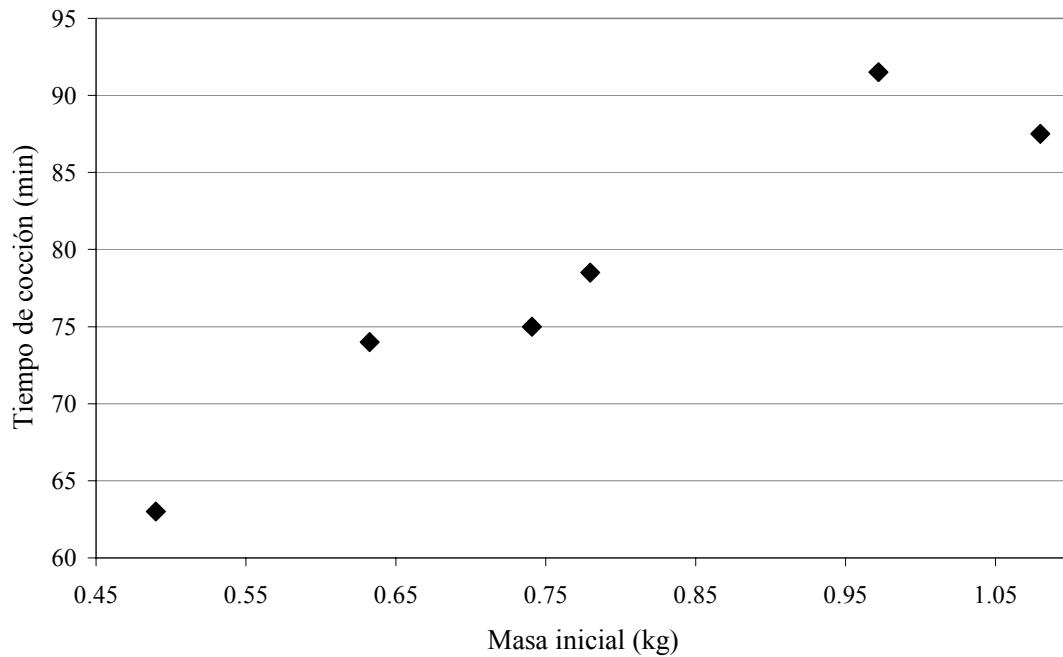
final del proceso, valor que, como se mencionó, no es totalmente coincidente con el valor de temperatura seleccionado en el control de temperatura del horno.

Es importante destacar la dificultad experimental para lograr que la posición de la termocupla central coincida con el centro térmico o punto más frío de la muestra, dada su forma irregular; en este sentido los tiempos de cocción reales podrían ser levemente diferentes a los obtenidos en las pruebas experimentales realizadas, con errores asociados bajos debido a que los perfiles de temperatura tienen poca variación alrededor del centro térmico (Pham, 2004).

**Tabla 2.1.** Valores experimentales obtenidos durante las pruebas de cocción.

Muestra	Masa inicial (kg)	Temperatura inicial (°C)	T <sub>h</sub> media, en régimen (°C)	Tiempo de cocción (min)
#1	1.0799	20.6	212.9	87.5
#2	0.7406	13.3	223.5	75.0
#3	0.9718	7.5	185.4	91.5
#4	0.6325	12.9	193.8	74.0
#5	0.4900	7.0	197.3	63.0
#6	0.7795	15.3	172.8	78.5

La Fig. 2.7 muestra el tiempo de cocción en función de la masa inicial; se observa una dependencia aproximadamente lineal entre las variables, sugiriendo que el tiempo de cocción es poco influenciado por la temperatura del horno, para las condiciones de operación usadas aquí, lo que coincide con la observación del establecimiento de un periodo de velocidad de secado constante o cuasi-constante. Esto es, independientemente de la temperatura del horno, la temperatura superficial alcanza valores que se mantienen aproximadamente constantes por lo cual la dinámica de la variación interna de temperatura sigue patrones similares; en cierto sentido, se comporta como un problema de temperatura impuesta una vez que la superficie alcanza temperaturas cercanas a los 100°C; similarmente, Skjöldebrand y Hallström (1980) indicaron que una vez que la superficie alcanza 100°C la fuerza impulsora permanece constante y la formación de costra puede despreciarse, y un valor alto de transferencia de energía en la superficie no disminuye apreciablemente los tiempos de procesamiento.



**Fig. 2.7.** Tiempo de cocción en función de la masa inicial.

## 2.3 Pérdida de peso de las muestras durante la cocción

Si bien en la cocción la transferencia de energía es determinante de la culminación del proceso, simultáneamente las muestras pierden una cantidad considerable de agua, en forma de vapor como así también potencialmente en estado líquido. Este aspecto de la cocción ha merecido muy poco estudio hasta el presente, razón por la cual resulta imprescindible realizar determinaciones experimentales a fin de cuantificar la magnitud de la pérdida de agua y la contribución de los diferentes mecanismos de pérdida de peso.

### 2.3.1 Materiales y métodos

Las determinaciones experimentales descritas en esta Sección se realizaron simultáneamente con las determinaciones de perfiles de temperatura (Sección 2.2), por lo cual la descripción respecto de las materias primas y su acondicionamiento, y de las

experiencias de cocción, es análoga a la realizada precedentemente (ver Secciones 2.2.1.1 y 2.2.1.2).

### 2.3.1.1 Medición de pérdida de peso total, evaporativas y por drenado

En todos los casos se midió el peso de las muestras antes e inmediatamente después de la cocción; la pérdida de peso total se calculó como la diferencia de peso entre los estados inicial y final (Ec. (2.1)) y el porcentaje de pérdida de peso total se calculó respecto a la masa inicial (Ec. (2.2)).

$$PP_T = M_0 - M_f \quad (2.1)$$

$$PP_T (\%) = 100 \frac{PP_T}{M_0} \quad (2.2)$$

Durante el proceso de cocción no se pudo registrar en forma continua el peso de la muestra, por no contarse con el equipamiento adecuado (como una celda de carga acoplada al horno).

Se desarrolló una metodología simple con el fin de determinar la cantidad de agua perdida por drenado durante la cocción, el cual es esquematizado en la Fig. 2.8. Se colocó, por debajo de la rejilla que soporta la muestra, una bandeja con una cantidad conocida de agua que permite recolectar el agua drenada, de lo contrario ésta se evaporaría rápidamente al tocar superficies metálicas calientes. La bandeja se pesó inmediatamente finalizada la cocción y por diferencia de peso se determinó la cantidad de agua evaporada durante el proceso. La experiencia se repite, utilizando idénticas condiciones iniciales y de proceso, pero sin la muestra de carne. Esto permite medir la cantidad de agua evaporada en ausencia de drenado. Entonces, la diferencia de peso final de la bandeja en ambas experiencias, es atribuida a las pérdidas por drenado  $PP_D$  que sufre la pieza de carne.

Finalmente, la pérdida de peso por evaporación  $PP_E$  es calculada por diferencia entre la pérdida de peso total y la pérdida de peso estimada por drenado:

$$PP_E = PP_T - PP_D \quad (2.3)$$

Los porcentajes de pérdida de peso por drenado (Ec. (2.4)) y evaporación (Ec. (2.5)) se calcularon respecto de la pérdida de peso total.

$$PP_D (\%) = 100 \frac{PP_D}{PP_T} \quad (2.4)$$

$$PP_E (\%) = 100 \frac{PP_E}{PP_T} \quad (2.5)$$

Es importante destacar que previo a la realización de las experiencias de cocción, fue necesario evaluar diferentes combinaciones de masas iniciales de agua y temperaturas de cocción, para asegurar que el agua contenida en la bandeja no se evaporara completamente.

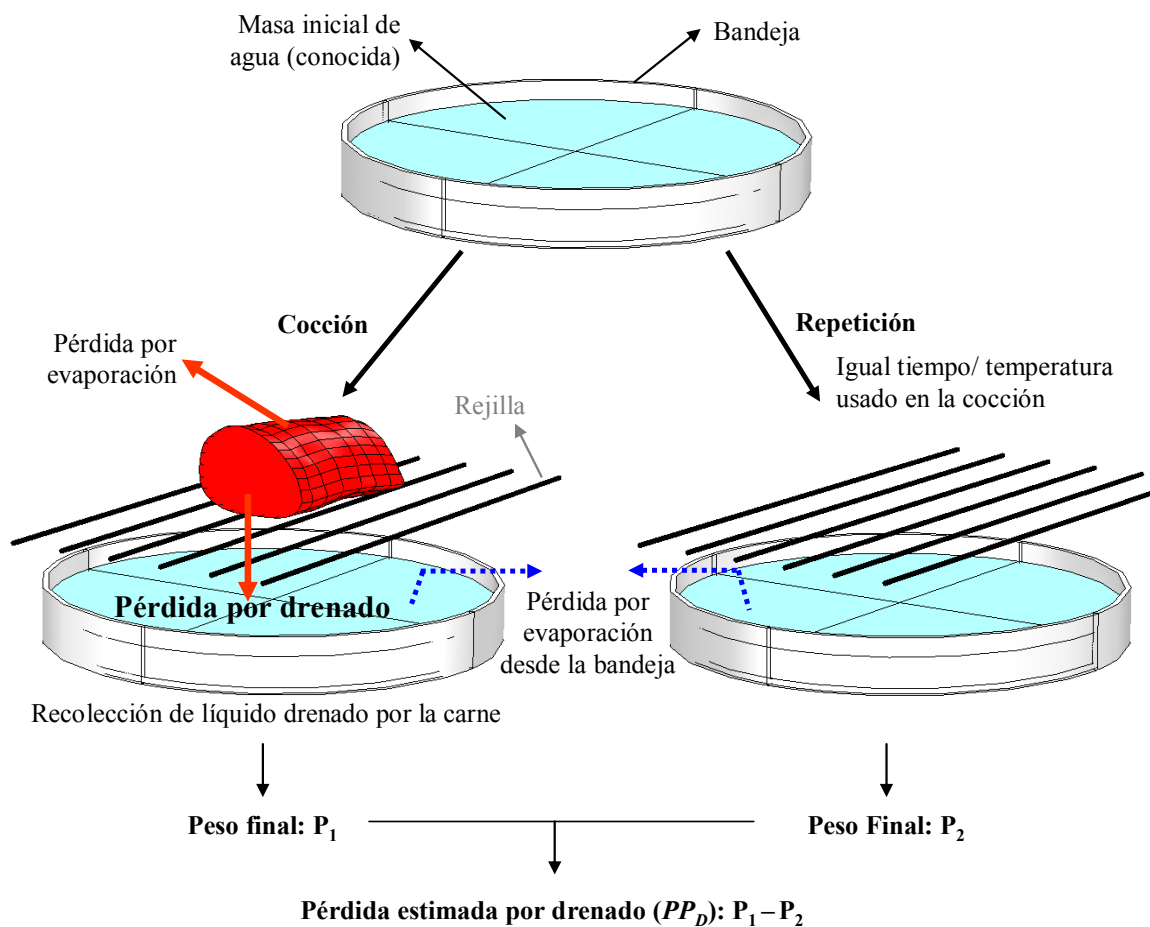


Fig. 2.8. Representación esquemática del procedimiento desarrollado para estimar la cantidad de agua perdida por drenado durante la cocción.

### 2.3.2 Resultados y discusión

La humedad inicial de las muestras fue en promedio 0.75 kg/kg (base húmeda), (D.E. 0.022 kg/kg), la cual coincide con el valor reportado por Jeremiah *et al.* (2003). La Tabla 2.2 muestra los valores de pérdida de peso total y de cada mecanismo obtenidos durante las pruebas de cocción.

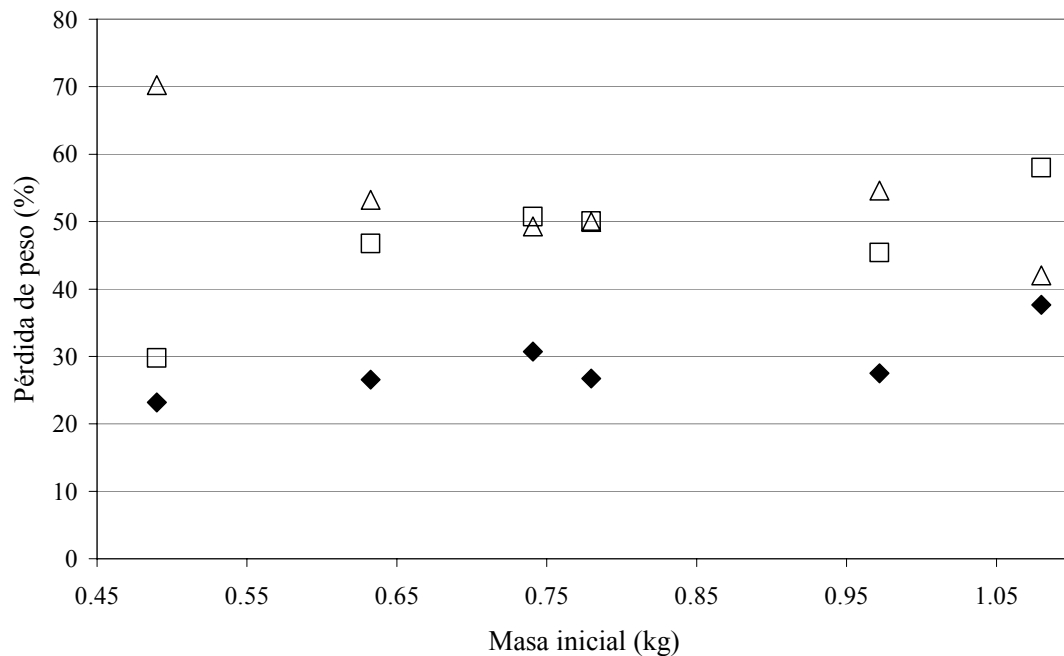
**Tabla 2.2.** Valores de pérdida de peso durante las pruebas de cocción.

Muestra	Masa inicial (kg)	Pérdida de peso experimental (kg)		
		Total	Evaporación	Drenado
#1	1.0799	0.4068	0.2358	0.1710
#2	0.7406	0.2276	0.1154	0.1122
#3	0.9718	0.2674	0.1214	0.1460
#4	0.6325	0.1679	0.0785	0.0894
#5	0.4900	0.1135	0.0338	0.0797
#6	0.7795	0.2081	0.1042	0.1039

La Tabla 2.3 muestra los valores de pérdida de peso en porcentaje; como puede verse, la pérdida de peso total fue en promedio de 28.72%, y de éstas el 53.22% corresponden a pérdidas por drenado, también en promedio, lo cual demuestra la importancia de este mecanismo en las condiciones utilizadas. Bengtsson *et al.* (1976) encontró durante la cocción de músculo *semimembranosus*, que las pérdidas por drenado representaron 50% de las pérdidas totales. La Fig. 2.9 muestra las contribuciones relativas de cada mecanismo en la pérdida de peso total, en función de la masa inicial; la tendencia general indica que las pérdidas por drenado son predominantes para las muestras de menor masa inicial, la cual se invierte para masas iniciales mayores. Al igual que con el tiempo de cocción, se observa que la pérdida de peso total presenta una tendencia aproximadamente lineal con la masa inicial de las muestras.

**Tabla 2.3.** Valores de porcentaje de pérdida de peso durante las pruebas de cocción.

Muestra	Pérdida de peso total (%)	Pérdidas respecto del total (%)	
		Drenado	Evaporación
#1	37.67	42.04	57.96
#2	30.73	49.30	50.70
#3	27.52	54.60	45.40
#4	26.55	53.25	46.75
#5	23.16	70.22	29.78
#6	26.70	49.93	50.07



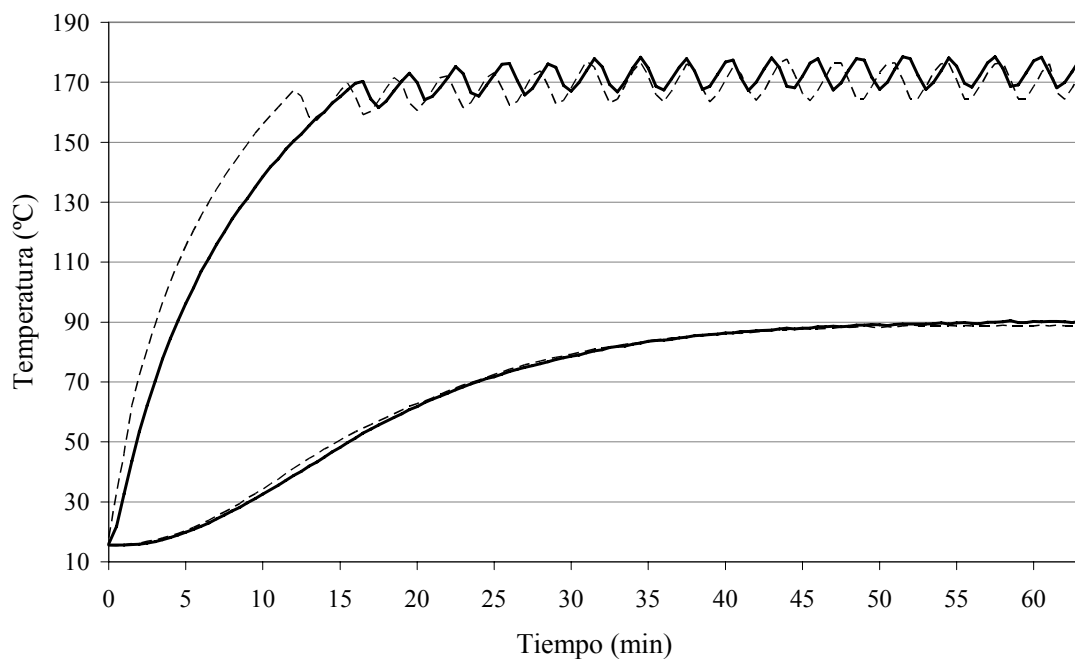
**Fig. 2.9.** Pérdidas de peso en función de la masa inicial. (◆) Pérdida de peso total, % del peso inicial. Contribución (%) a la pérdida de peso total de los diferentes mecanismos: (△) drenado; (□) evaporación.

A partir de las observaciones visuales realizadas durante el proceso de cocción se determinó que el agua que se pierde por drenado no abandona la superficie instantáneamente, ya que permanece retenida en la superficie hasta que se forman gotas del tamaño suficiente para poder fluir hacia las partes inferiores de la muestra; este comportamiento, que ya ha sido reportado por otros autores (Tornberg, 2005), depende de la fuerza gravitatoria y la tensión superficial que deben soportar las gotas, como así también de la viscosidad del líquido drenado. En su camino las gotas pueden atravesar



zonas donde existen otras gotas de pequeño tamaño que aún no fluyen y por lo tanto se combinan para seguir fluyendo, o zonas donde no hay líquido retenido en la superficie, por lo cual una parte del líquido es retenido en la superficie y la gota reduce gradualmente su tamaño hasta no poder fluir. Finalmente, cuando el líquido drenado logra llegar a las partes inferiores del producto y se forman gotas de un tamaño suficiente, éstas se desprenden y caen a la bandeja. Como consecuencia de estas observaciones es evidente que una fracción del agua drenada (agua que atraviesa la superficie de la muestra en forma líquida) se evapora en la superficie, por lo cual los valores experimentales obtenidos de drenado pueden ser menores a los reales.

En todas las pruebas se midió también la temperatura del agua en la bandeja; la Fig. 2.10 muestra la evolución de la temperatura del horno y del agua en la bandeja durante una prueba de cocción, y la experiencia sin muestra. Puede verse que la temperatura del horno es similar para ambos casos, y la temperatura del agua se estabiliza en aproximadamente 91°C para ambas experiencias, por lo cual se espera que las mediciones no sean influenciadas por la ausencia de la muestra.



**Fig. 2.10.** Historia térmica del ambiente y el agua en la bandeja durante la cocción a 172.8°C. Las líneas continuas son para la cocción, y las discontinuas para la experiencia sin muestra.

## 2.4 Variación de tamaño de las muestras durante la cocción

El aumento de la temperatura interna de los productos cárneos crudos produce desnaturalización de las distintas proteínas que componen el músculo que se evidencia entre otros, mediante el encogimiento tanto transversal como longitudinal de las miofibrillas y el encogimiento y solubilización del tejido conectivo (Tornberg, 2005). Macroscópicamente, estos cambios estructurales se visualizan por una variación del tamaño de los cortes cárneos, entonces el objetivo de esta Sección fue determinar dichas variaciones.

### 2.4.1 Materiales y métodos

En todas las experiencias de cocción realizadas precedentemente (Secciones 2.2 y 2.3) se midieron con calibre las longitudes características (ancho, alto, y largo) de las muestras antes y después de la cocción. El alto y ancho de las muestras se midieron en la sección transversal media, que coincide con la sección de medida de las temperaturas. Para cada longitud característica  $d$  se calculó la relación de tamaño entre el valor final e inicial:

$$RL(\%) = 100 \frac{L_{f,d}}{L_{0,d}} \quad (2.6)$$

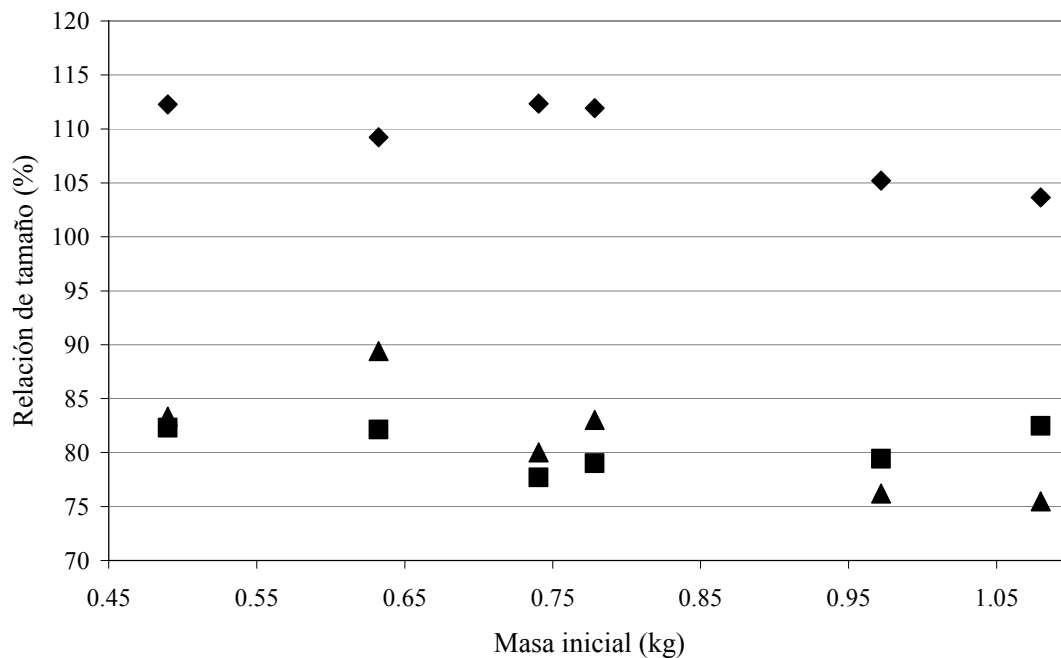
### 2.4.2 Resultados y discusión

Las longitudes características determinadas experimentalmente se muestran en la Tabla 2.4. Debe destacarse que en las cercanías de los extremos de las muestras pueden producirse mayores variaciones de tamaño (ancho y alto), dado que esas zonas están más expuestas a la pérdida de agua. En todos los casos se encontró que la altura final fue superior a la inicial, con un valor promedio de relación de tamaño de 109.11% (D.E. 3.83%), mientras que el ancho y el largo se redujeron, con relaciones de tamaño promedio de 81.24% (D.E. 5.19%) y 80.52% (D.E. 2.05%), respectivamente. El aumento en altura y reducción de las otras dimensiones también fue descrito por Van der Sman (2007b). Godsalve *et al.* (1977) encontró relaciones de tamaño de 82% para el

largo de muestras de músculo *semitendinosus*. La Fig. 2.11 muestra las relaciones de tamaño en función de la masa inicial. Por otro lado, la relación alto/ancho fue en promedio 0.71 y 0.95, para las muestras crudas y cocidas, respectivamente, indicando que la forma de las muestras cocidas es más *cilíndrica* que las muestras crudas.

**Tabla 2.4.** Longitudes características (cm) antes y después de la cocción.

Muestra	Peso inicial (kg)	Alto		Ancho		Largo	
		Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
#1	1.0799	8.2	8.5	10.6	8.0	17.7	14.6
#2	0.7406	7.3	8.2	10.0	8.0	15.7	12.2
#3	0.9718	7.7	8.1	10.5	8.0	17.5	13.9
#4	0.6325	6.5	7.1	8.5	7.6	14.0	11.5
#5	0.4900	5.7	6.4	9.0	7.5	13.0	10.7
#6	0.7795	6.7	7.5	11.2	9.3	14.3	11.3



**Fig. 2.11.** Relación de las longitudes características: (◆) alto; (▲) ancho; (■) largo.

## 2.5 Modelado geométrico de las muestras cocidas

Para simular el proceso de cocción es necesario contar con una representación geométrica de la muestra. En este trabajo se propone utilizar representaciones tridimensionales irregulares que describan con precisión la forma real de las muestras. En este sentido, en el presente trabajo de Tesis se desarrolló una metodología de modelado geométrico de materiales alimenticios que se presenta en forma completa en el Anexo 1. En esta Sección, se presentan en forma resumida los resultados obtenidos para el caso particular de las muestras de músculo *semitendinosus*. Cabe aclarar que los modelos geométricos se construyeron a partir de muestras cocidas, obtenidas en las experiencias de cocción ya descritas (Secciones 2.2 a 2.4).

### 2.5.1 Materiales y métodos

El método de reconstrucción tridimensional desarrollado consta de dos etapas, las cuales se describen a continuación.

#### 2.5.1.1 Primera etapa: adquisición de imágenes

Consta de la adquisición de imágenes de diferentes secciones transversales de la muestra. Para esto se desarrolló un sistema de visión computacional desarrollado *ad-hoc*, cuyo principal componente es una cámara digital (Professional Series Network IP Camera Model 550710, Intellinet Active Networking, USA). A continuación se describen los diferentes pasos de la implementación experimental:

1. La muestra es seccionada a lo largo del eje axial, utilizando una cortadora eléctrica que permite obtener un ancho controlado de cada sección transversal. Posteriormente los cortes transversales son ensamblados manualmente sobre un soporte de adquisición, procurando “armar” la muestra original.
2. Adquisición de imágenes: la cámara se inmoviliza en el soporte de manera ortogonal a los cortes transversales. Luego, se adquiere una imagen del primer corte transversal; posteriormente el mismo es retirado dando acceso al segundo corte transversal; el procedimiento es repetido hasta que se adquieren imágenes de

todas las secciones transversales. Junto con el primer y el último corte transversal se adquiere la imagen de un objeto patrón, el cual será utilizado como referencia de tamaño durante pasos posteriores.

#### 2.5.1.2 Segunda etapa: procesamiento de imágenes y modelado geométrico

Se realiza el procesamiento de las imágenes obtenidas y la construcción del modelo geométrico. Al igual que la primera etapa, ésta consta de varios pasos, los cuales se describen a continuación:

1. Escalado de las imágenes. La cámara permanece en una posición fija por lo cual la distancia hasta los sucesivos cortes transversales se incrementa gradualmente, afectando la resolución de las imágenes. Para corregir estos defectos de escala, las imágenes son escaladas para lograr una resolución similar entre ellas.
2. Las imágenes se transforman de la representación RGB (Rojo–Verde–Azul, 480×640 píxeles, *jpeg* 24 bits) original a escala de grises (8 bits); de esta manera se reduce la cantidad de datos sin perder la información que se desea obtener (la forma y el borde de los objetos en las imágenes).
3. Las imágenes en escala de grises pueden someterse a un proceso de transformación de niveles de gris que tiene como objeto mejorar el contraste entre los objetos de interés y el fondo de las mismas. Además se puede realizar un proceso de filtrado para eliminar ruido eventual.
4. Cada imagen es segmentada utilizando un valor umbral obtenido a partir de histogramas de niveles de gris. El resultado es una imagen binaria, donde los píxeles con valor “cero” (negro) corresponden al objeto con menor nivel de gris (el cual puede ser el fondo), y los píxeles con valor “uno” (blanco) corresponden al objeto con mayor nivel de gris (el cual puede ser el objeto de interés).
5. Luego de la segmentación puede ser necesario “llenar” algunas imágenes dado que algunos cortes transversales pueden contener estructuras interiores que posean niveles de gris similares a los del fondo de las imágenes.
6. Para cada imagen, se selecciona un subconjunto de los píxeles del borde, los cuales son interpolados con una curva *B-Spline* cerrada, que constituye una aproximación continua al borde discreto de la misma.

7. Finalmente, las curvas *B-Spline* que aproximan el borde de cada sección transversal son transformadas en objetos sólidos y son ensambladas utilizando una técnica de lofting en COMSOL™ Multiphysics (COMSOL AB), obteniéndose un objeto sólido tridimensional cuya superficie interpola todas las curvas *B-Spline* obtenidas.

El sólido obtenido es finalmente escalado de píxeles a unidades SI utilizando la información de tamaño del objeto patrón. El modelo geométrico así obtenido corresponde a la muestra cocida.

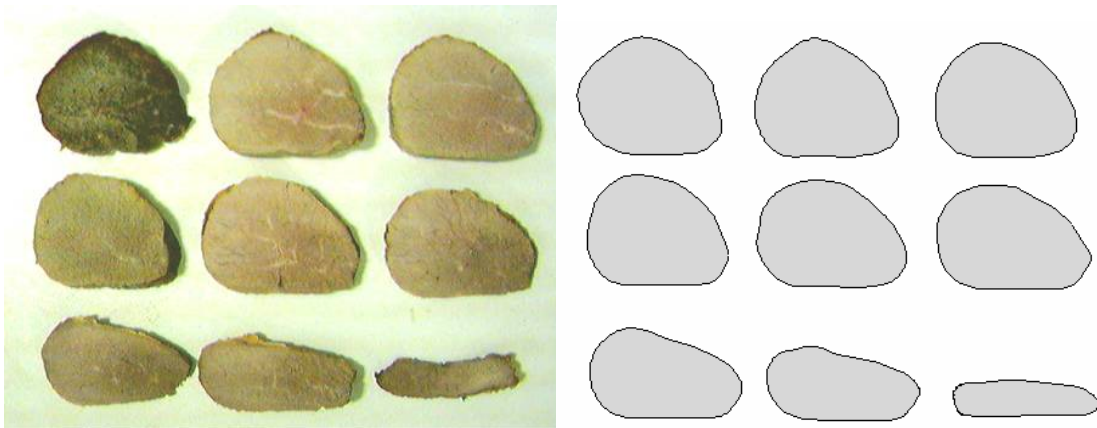
Como validación del procedimiento se determinó el volumen de las muestras cocidas usando el método de desplazamiento de líquido, y se lo comparó con el volumen que se obtiene a partir del modelo geométrico (el procedimiento se describe en forma detallada en la Parte 1 del Anexo 1).

### 2.5.2 Resultados y discusión

Una vez finalizada la cocción, las muestras fueron almacenadas en cámara de refrigeración a 4°C durante al menos 4 hs, antes de realizar el modelado geométrico; esto se debe a la dificultad para manipular las muestras cuando están a alta temperatura, y por protección de la cámara digital. La Tabla 2.5 muestra el número de secciones en que fueron cortadas las muestras y su espesor medio. La Fig. 2.12 muestra una imagen de los cortes transversales para una de las muestras analizadas y la representación aproximada obtenida de la geometría de cada uno de ellos.

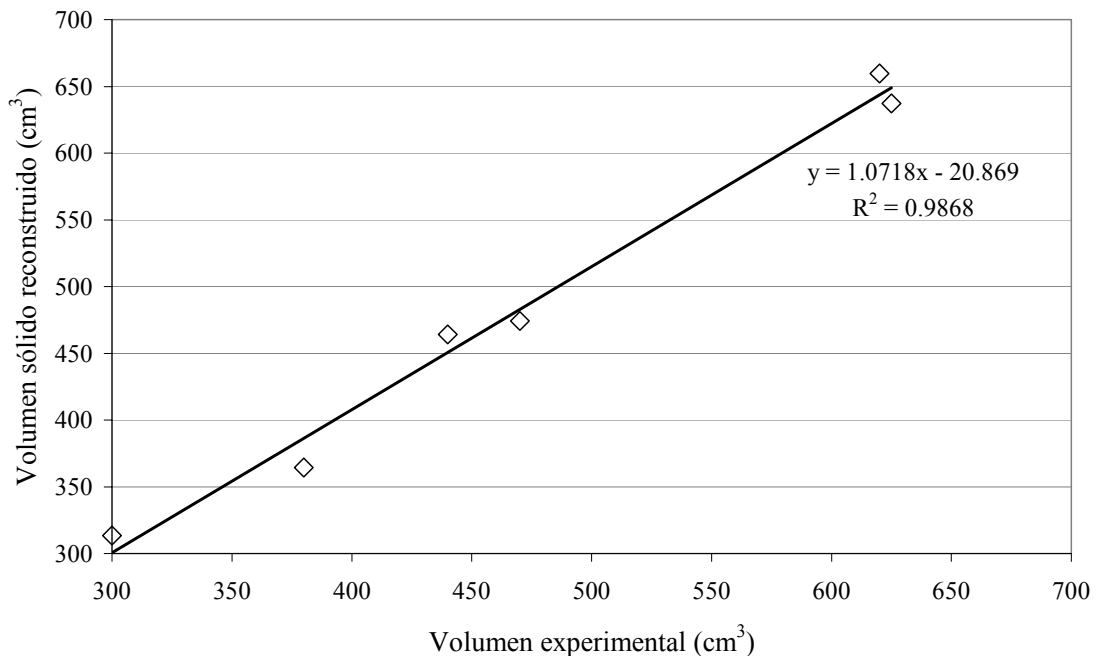
**Tabla 2.5.** Número y espesor medio de secciones para realizar el modelado geométrico.

Muestra	Peso inicial (kg)	# de secciones	Espesor medio
#1	1.0799	10	15.2
#2	0.7406	10	12.2
#3	0.9718	8	16.3
#4	0.6325	8	14.5
#5	0.4900	9	11.2
#6	0.7795	8	14.4



**Fig. 2.12.** Imágenes originales de los cortes transversales y aproximaciones de su forma.

La Fig. 2.13 muestra la correlación entre el volumen experimental y calculado para todas las muestras cocidas; el error relativo absoluto de los valores predichos respecto de los experimentales fue en promedio del 3.90% (equivalente a 18.26 cm<sup>3</sup>); confirmando que los modelos geométricos obtenidos son una buena aproximación de las muestras reales.



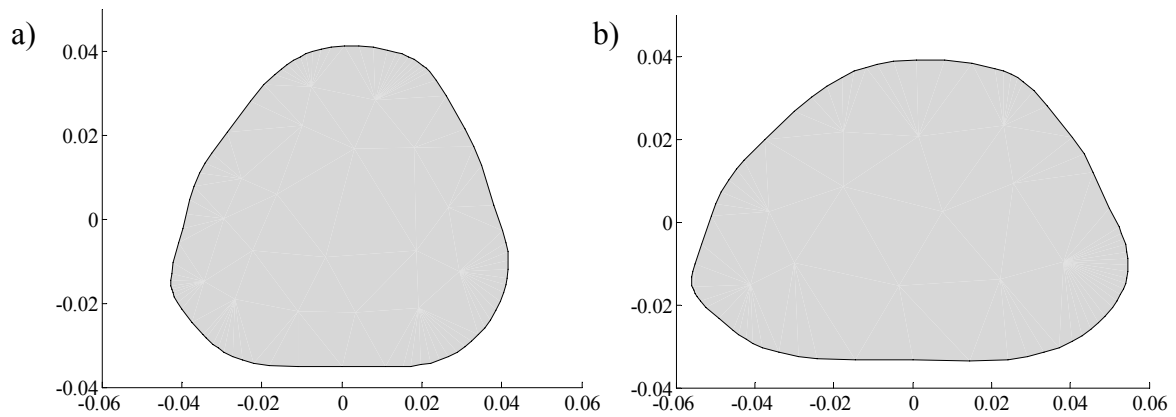
**Fig. 2.13.** Comparación entre volúmenes experimentales de las muestras cocidas y volúmenes predichos a partir de los modelos geométricos.

2.5.2.1 Modelos geométricos de las muestras crudas

En principio, el modelo geométrico utilizado en la simulación del proceso de cocción debería representar a la muestra cruda. Dado que la técnica utilizada es destructiva no fue posible adquirir imágenes de la muestra cruda, previo a la cocción. Entonces, para su obtención se usaron directamente los modelos geométricos correspondientes a las muestras cocidas, asumiendo que las diferencias entre las muestras antes y después de la cocción son solamente de escala. Estos factores de escala fueron calculados como el cociente entre las longitudes características inicial y final (es decir, similar\* al recíproco de la relación de tamaño usada en la Sección 2.4). Así, el factor de escala  $FE$  para la longitud característica  $d$  se calculó como:

$$FE = \frac{L_{0,d}}{L_{f,d}} \tag{2.7}$$

La Fig. 2.14a muestra el modelo geométrico de una sección transversal cocida, mientras que la Fig. 2.14b muestra la misma sección luego del escalado, para obtener la representación de la muestra cruda.

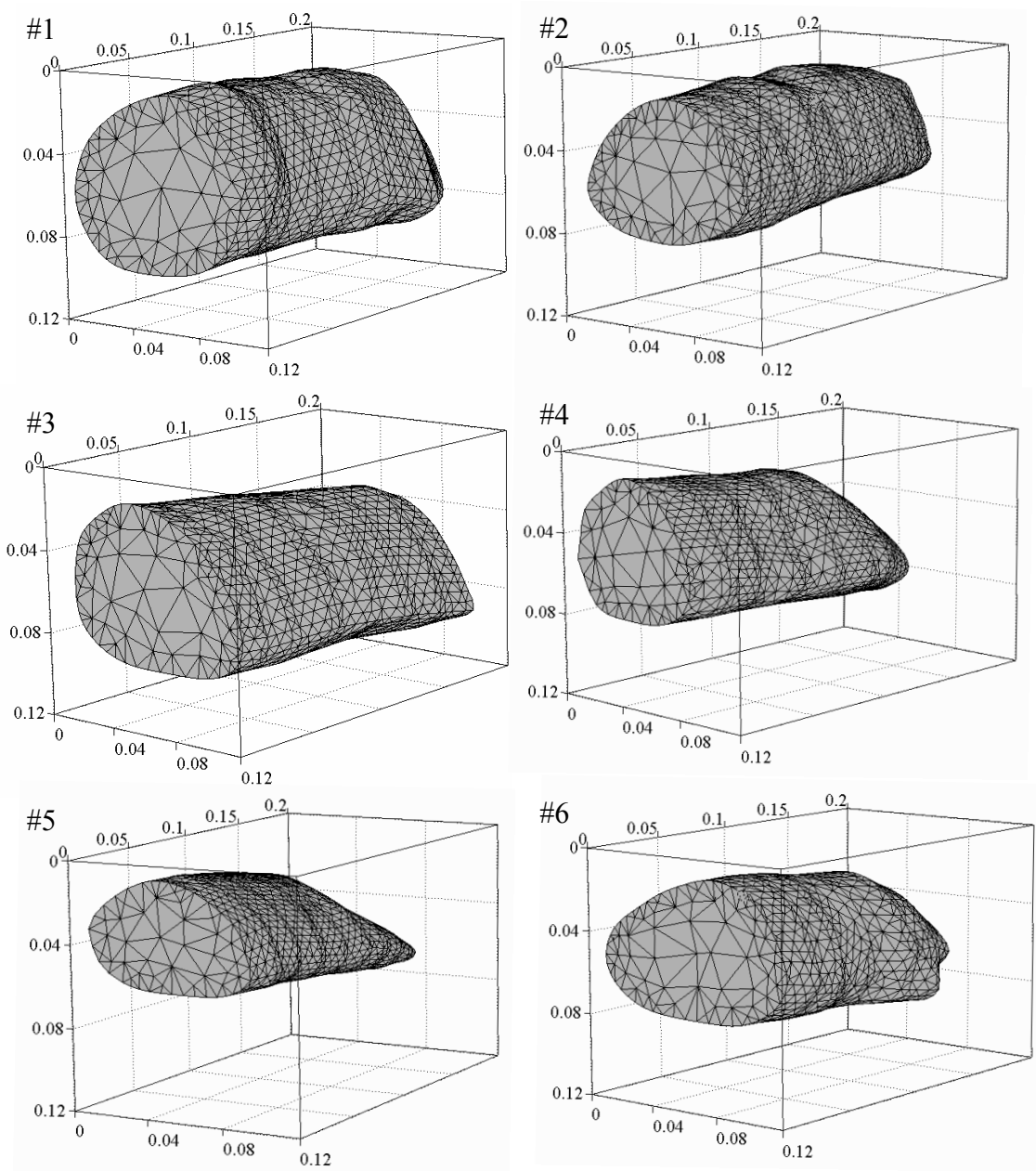


**Fig. 2.14.** Representación geométrica de una sección transversal: (a) muestra cocida; (b) muestra cruda obtenida a partir de (a) por escalado.

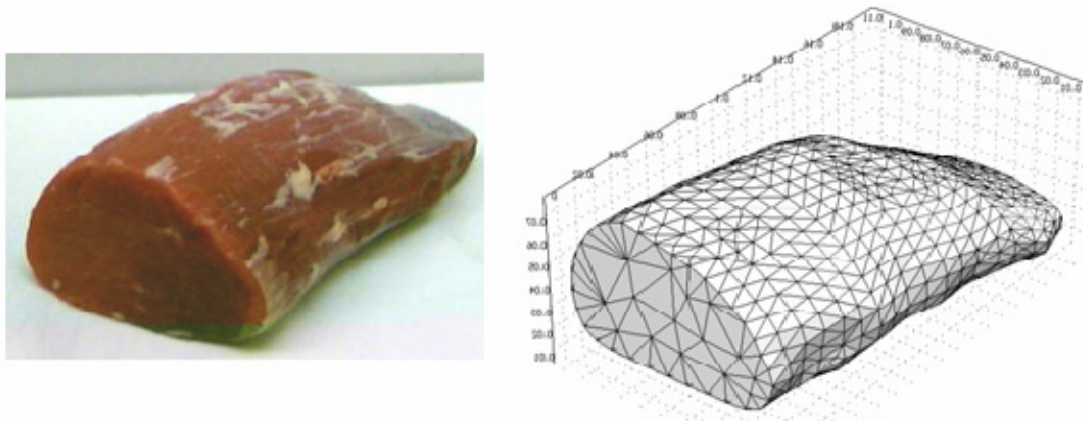
\* Las longitudes finales  $L_f$  usadas corresponden a la muestra refrigerada que son levemente inferiores a las obtenidas al final de la cocción, ya que las muestras continúan perdiendo agua y encogiéndose.



La Fig. 2.15 muestra los modelos geométricos para las muestras utilizadas en las experiencias de cocción, que serán usados para simular el proceso de cocción en el Capítulo 3. Finalmente, para una mejor evaluación del procedimiento la Fig. 2.16 muestra una imagen panorámica de una muestra cruda junto al correspondiente modelo geométrico 3D obtenido por escalado.



**Fig. 2.15.** Modelos geométricos de las muestras utilizadas en las experiencias de cocción; los mismos se hallan escalados al tamaño inicial y se muestran en la misma escala, para apreciar las diferencias de tamaño.



**Fig. 2.16.** Imagen de una muestra cruda y el modelo geométrico mallado obtenido luego del escalado.

### 2.5.2.2 Estimación de variación de volumen y área superficial

Como se expresó en la Sección 2.4, las muestras sufren cambios de tamaño a lo largo de sus dimensiones características durante el proceso de cocción, lo cual producirá cambios en el volumen y el área superficial de las mismas. Para estimar esos cambios volumétricos y superficiales, se usaron los modelos geométricos reconstruidos para calcular el volumen y el área superficial de las muestras antes y después de la cocción. Para cada muestra se estimó la relación de volumen (Ec. (2.8)) y de área superficial (Ec. (2.9)).

$$RV(\%) = 100 \frac{V_f}{V_0} \quad (2.8)$$

$$RS(\%) = 100 \frac{S_f}{S_0} \quad (2.9)$$

Las Fig. 2.17 y 2.18 muestran los valores estimados de volumen y área superficial, respectivamente, en función de la masa inicial, para las muestras crudas y cocidas.

El valor promedio de relación de volumen fue de 65.90% (D.E. 3.03%), mientras que la relación de área superficial fue de 74.70% (D.E. 3.97%). Dado que ambas magnitudes cambian en diferente medida, también cambiará la relación volumen/área

superficial durante el proceso; calculando dicho cociente al inicio y al final del proceso se obtuvieron valores promedio de  $1.522 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{m}^2$  (D.E.  $1.378 \times 10^{-3}$ ) y  $1.344 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{m}^2$  (D.E.  $1.336 \times 10^{-3}$ ), respectivamente.

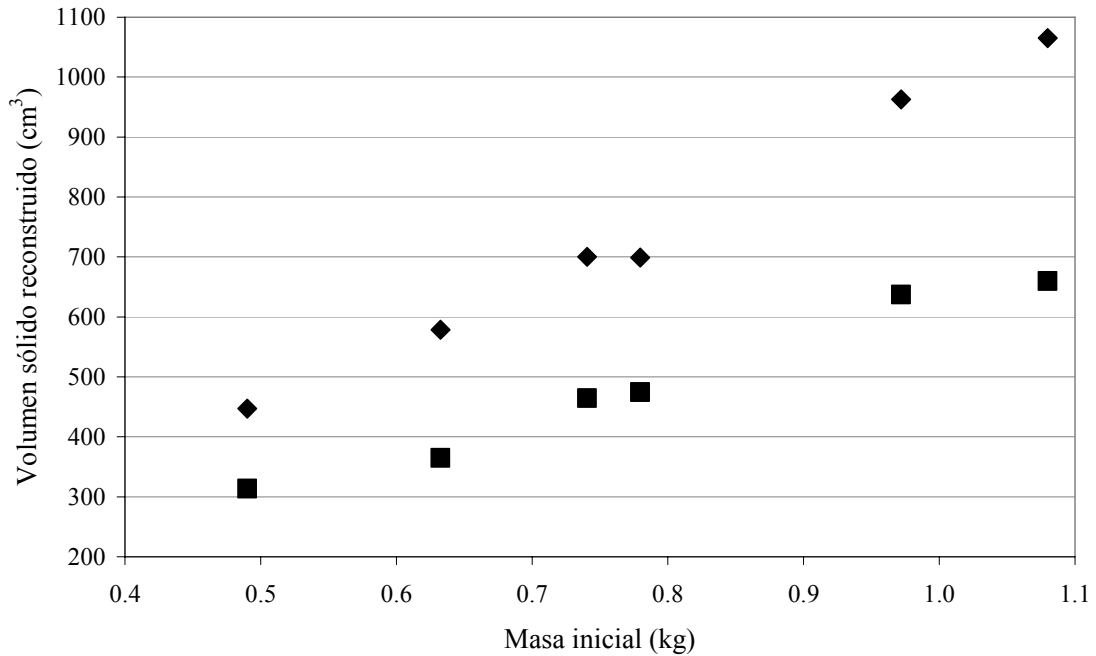


Fig. 2.17. Valores estimados de volumen: (◆) muestras crudas; (■) muestra cocidas.

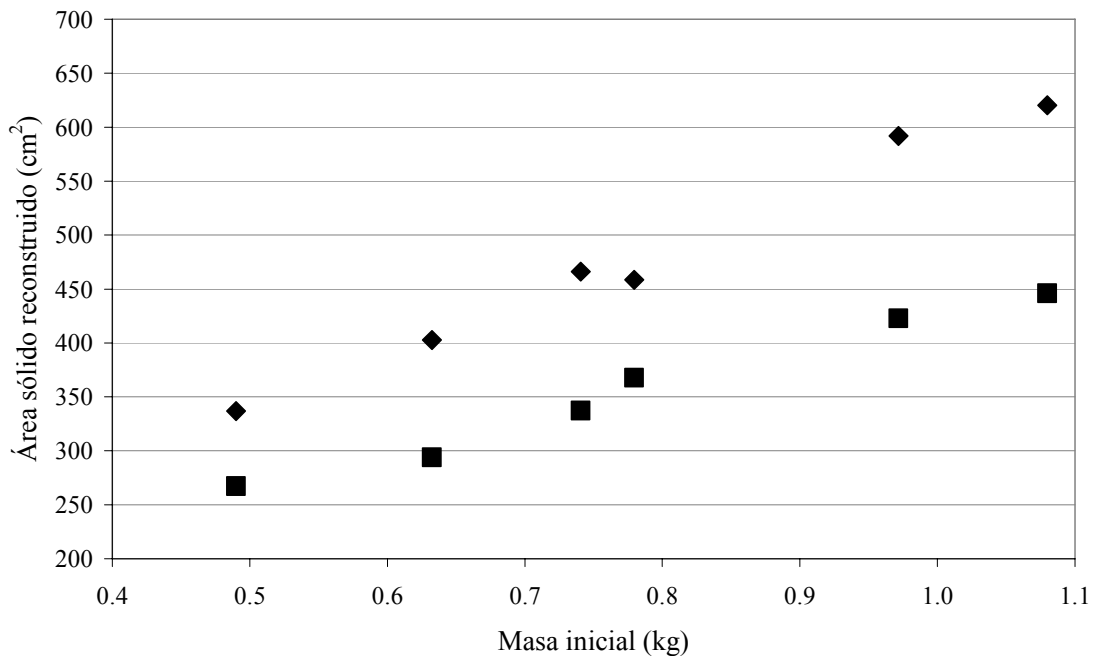


Fig. 2.18. Valores estimados de área superficial: (◆) muestras crudas; (■) muestra cocidas.

Como una medida de validación de los modelos geométricos escalados correspondientes a las muestras crudas, se dividió la masa inicial medida experimentalmente por el volumen inicial estimado, obteniéndose un valor promedio de densidad de  $1064.3 \text{ kg/m}^3$  (D.E. 44.98), el cual es bastante aceptable.

## **2.6 Coeficientes de transferencia de energía y materia**

Los coeficientes de transferencia de energía y materia son parámetros de gran importancia para la implementación de modelos de transporte, ya que representan la forma en que el producto intercambia calor y materia con el medio. Ambos coeficientes dependen de propiedades intrínsecas del medio (como propiedades termofísicas y temperatura) y del alimento (como forma y tamaño, temperatura) y en mayor medida del patrón de flujo que se establece sobre la superficie del alimento. En este sentido, los coeficientes de transferencia son fenómenos altamente locales que requieren del uso de modelos fluidodinámicos del sistema para su estimación; considerando la complejidad de tales modelos comúnmente se emplean valores promedios de los mismos, principalmente en sistemas donde la incorporación de la fluidodinámica del sistema presumiblemente no produciría mejoras sustanciales de los resultados. Existen en la literatura un gran número de correlaciones para estimar los valores de los coeficientes de transferencia convectivos, para geometrías regulares y simples, a temperaturas moderadas. Dado que la situación típica estudiada en este trabajo involucra además transferencia de energía por radiación y evaporación superficial de agua, el objetivo de esta Sección fue determinar los coeficientes de transferencia de energía y materia en las condiciones operativas de las experiencias de cocción. Dichos valores serán usados en la simulación del proceso de cocción, presentada en el Capítulo 3.

### **2.6.1 Coeficiente de transferencia de energía**

El coeficiente de transferencia de energía es utilizado en la condición de contorno del balance de energía, generalmente como un coeficiente efectivo que

engloba los efectos simultáneos de la transferencia de energía por convección (desde el aire del ambiente del horno) y por radiación (desde las paredes del horno).

Entre los distintos métodos usados para la determinación del mencionado coeficiente, los más relevantes son: ajuste de curvas tiempo–temperatura, método de velocidad de pérdida de peso, uso de sensores de flujo de calor y correlaciones del número de Nusselt (Carson *et al.*, 2006).

## 2.6.2 Materiales y métodos

En el presente trabajo se estimó el coeficiente de transferencia de energía efectivo sumando un coeficiente puramente convectivo, calculado a partir de correlaciones del número de Nusselt, y la contribución por radiación. Si bien se utilizó un sensor de flujo de calor en la superficie de las muestras (ver Sección 2.2.1.3), a partir del cual puede estimarse el coeficiente de transferencia de energía, las mediciones obtenidas fueron desestimadas, ya que presentaron grandes variaciones (e incluso inversiones de signo de flujo de energía), y su uso no es recomendado para materiales que presentan cambio de fase (Carson *et al.*, 2006).

### 2.6.2.1 Correlaciones del número de Nusselt

Las correlaciones del número de Nusselt ( $Nu$ ), junto a otros números adimensionales, Reynolds ( $Re$ ) y Prandtl ( $Pr$ ), permiten estimar el coeficiente convectivo de transferencia de energía, sin incorporar el efecto de la transferencia de energía por radiación. Para las condiciones utilizadas aquí, se utilizó la Ec. (2.10) para convección forzada para cilindros circulares (Perry y Green, 1997). Para determinar la velocidad de aire en el horno necesaria para evaluar  $Re$  se utilizó un anemómetro de hilo caliente (Solomat MPM2000, Reino Unido), a bajas temperaturas. De las mediciones realizadas se utilizó un valor de velocidad de aire promedio de 0.85 m/s correspondiente a la parte central del horno, donde fueron colocadas las muestras.

$$Nu = CRe^m Pr^{1/3} \quad (2.10)$$

Las propiedades físicas del aire se evaluaron a la temperatura promedio experimental entre el ambiente y la superficie. En la práctica, se consideró la temperatura promedio una vez que el horno entra en régimen, entre 10 y 30 minutos luego de comenzada la experiencia, según se observa en las Fig. 2.4–2.6. Como dimensión característica se utilizó un diámetro equivalente igual al valor promedio del ancho y alto inicial de las muestras (Sección 2.4).

Una vez que la temperatura superficial de las muestras alcanzó un valor estable, cercana a los 100°C, se estimó un valor para el coeficiente de transferencia de energía por radiación (Ec. (2.11)), donde la temperatura se expresa en K. Se usó un valor de emisividad  $\varepsilon$  de 0.9 (Townsend *et al.*, 1989a) y un factor de visión  $F$  de 1.

$$h_r = F\varepsilon\sigma(T_h^2 + T_s^2)(T_h + T_s) \quad (2.11)$$

### 2.6.3 Resultados y discusión

Para el uso de las correlaciones del número de Nusselt, en las condiciones de operación y las dimensiones características utilizadas, los valores de las constantes de la Ec. (2.10) fueron  $C = 0.683$  y  $m = 0.466$ , para  $Re$  entre 40 y 4000 (Perry y Green, 1997). La Tabla 2.6 muestra los valores del coeficiente de transferencia de energía convectivo obtenidos por este método, y los valores estimados de  $h_r$  y  $h_{ef}$ . El valor promedio de  $h_c$  fue de 9.68 W/(m<sup>2</sup>°C) (D.E. 0.55), y el de  $h_{ef}$  fue de 25.26 W/(m<sup>2</sup>°C) (D.E. 1.19).

**Tabla 2.6.** Valores de  $h_c$  obtenidos con las correlaciones del número de Nusselt.

Muestra	$T_h$ media, en régimen (°C)	$h_c$ (W/(m <sup>2</sup> °C))	$h_r$ (W/(m <sup>2</sup> °C))	$h_{ef}$ (W/(m <sup>2</sup> °C))
#1	212.9	9.13	16.48	25.61
#2	223.5	9.55	17.15	26.70
#3	185.4	9.29	14.85	24.14
#4	193.8	10.30	15.34	25.64
#5	197.3	10.41	15.54	25.95
#6	172.8	9.37	14.15	23.52

Los valores de  $h_c$  obtenidos son similares a los valores reportados en otros trabajos que utilizan hornos domésticos (Carson *et al.*, 2006; Purlis y Salvadori, 2009b; Sakin *et al.*, 2009).

#### 2.6.4 Coeficiente de transferencia de materia

Al igual que el coeficiente de transferencia de energía, el coeficiente de transferencia de materia es necesario en el desarrollo del modelo de cocción, ya que define la condición de contorno convectiva del balance de materia y tiene gran influencia tanto en el balance de materia como en el de energía. El objetivo de esta Sección fue determinar valores del coeficiente de transferencia de materia en las condiciones en que se realizaron las experiencias de cocción.

#### 2.6.5 Materiales y métodos

Se usaron dos metodologías para realizar la estimación del coeficiente de transferencia de materia: por analogía calor–materia, y determinación experimental.

##### 2.6.5.1 Analogía calor–materia

Se usó la correlación del tipo calor–materia simplificada utilizada por Obuz *et al.* (2002), que relaciona el coeficiente de transferencia de materia  $k_g$  (kg/(s m<sup>2</sup> Pa)) con el coeficiente convectivo de transferencia de energía  $h_c$ , la cual es similar a la correlación de Chilton–Colburn.

$$k_g = \frac{h_c}{64.7\lambda} \quad (2.12)$$

##### 2.6.5.2 Determinación experimental

La estimación de  $k_g$  a partir de los datos experimentales se realizó suponiendo que una vez que la superficie alcanza 100°C y la temperatura se mantiene estable, todo el calor que llega por convección es usado para evaporar agua de la superficie:

$$k_g = \frac{h_c (T_h - T_s)}{\lambda (a_w P_{sat}(T_s) - HR P_{sat}(T_h))} \quad (2.13)$$

donde  $a_w$  es la actividad de agua en la superficie,  $HR$  es la humedad relativa en el horno, y  $P_{sat}$  es la presión de saturación de agua. Para los cálculos se consideró  $a_w = 1$ , y se despreció la acumulación de agua en el horno.

### 2.6.6 Resultados y discusión

Los valores de  $h_c$  usados para ambos métodos corresponden a los valores hallados usando las correlaciones del número de Nusselt (Sección 2.6.2). La Tabla 2.7 muestra los valores obtenidos con ambas metodologías; el valor promedio de  $k_g$  fue de  $6.5 \times 10^{-8}$  kg/(s m<sup>2</sup> Pa) (D.E.  $3.66 \times 10^{-9}$ ) para el método de analogía, y  $4.05 \times 10^{-9}$  kg/(s m<sup>2</sup> Pa) (D.E.  $7.66 \times 10^{-10}$ ) para el método experimental. Como puede verse, los valores obtenidos con el método experimental son menores a los obtenidos con la analogía calor–materia (en promedio, 0.062 veces a los obtenidos con la analogía calor–materia). Esto puede deberse a que el término de acumulación de agua en el horno no sea despreciable, como se supuso; de hecho, cuando se realiza la apertura del horno al finalizar las experiencias de cocción, sale del mismo una importante cantidad de vapor que puede afectar la transferencia de masa desde la superficie del producto. Además del agua que pierde la muestra por evaporación, debe considerarse que la bandeja de agua utilizada para recolectar el líquido drenado aporta una cantidad importante de vapor a la cámara del horno, la que favorece el aumento de la  $HR$  en el mismo.

**Tabla 2.7.** Valores de  $k_g$  estimados por ambos métodos.

Muestra	Masa inicial (kg)	T <sub>h</sub> media, en régimen (°C)	$k_g \times 10^8$ (Analogía)	$k_g \times 10^9$ (Experimental)
#1	1.0799	212.9	6.14	4.42
#2	0.7406	223.5	6.42	5.06
#3	0.9718	185.4	6.24	3.40
#4	0.6325	193.8	6.92	4.15
#5	0.4900	197.3	7.00	4.35
#6	0.7795	172.8	6.30	2.93



Si bien la *HR* en el horno no pudo ser medida directamente, se consideró que la bandeja de agua se comporta como un bulbo húmedo; entonces, tomando este valor como la temperatura de bulbo húmedo ( $T_{bh}$ ) y la temperatura del horno como la temperatura de bulbo seco ( $T_{bs}$ ), la *HR* se estimó a partir de datos psicrométricos para alta temperatura provistos por Bengtsson *et al.* (1976). Para las temperaturas medidas en el horno y en la bandeja de agua, los valores de *HR* estimados estuvieron entre 3 y 8%.

Bengtsson *et al.* (1976), durante la cocción de muestras de músculo *semimembranosus* en un horno de convección natural, reportaron valores de porcentaje de vapor en el mismo de 44 y 50.6% a 175°C, y 65% a 225°C; en esas condiciones los valores de *HR* son 5, 5.8 y 2.61%, respectivamente, y las temperaturas de bulbo húmedo son 81.9, 85 y 91.78°C, respectivamente.

Cuando los valores estimados de *HR* son introducidos en la Ec. (2.13), se obtiene un valor promedio de  $k_g$  de  $1.78 \times 10^{-8}$  kg/(s m<sup>2</sup> Pa) (D.E.  $4.85 \times 10^{-9}$ ), el cual es más cercano al obtenido utilizando la analogía (en promedio, 0.276 veces a los obtenidos con la analogía calor–materia).

## 2.7 Capacidad de retención de agua

La capacidad de retención de agua de la carne es su habilidad para retener agua frente a estímulos específicos; durante el calentamiento, diversas proteínas se desnaturalizan a diferentes temperaturas (ver Sección 2.8.1.3), lo que provoca cambios en el contenido y la distribución del agua de las muestras. Para el caso analizado aquí, es de interés determinar dicha capacidad en función de la temperatura, en ausencia de evaporación de agua.

### 2.7.1 Materiales y Métodos

La capacidad de retención de agua fue determinada experimentalmente de acuerdo a la metodología propuesta por Bengtsson *et al.* (1976). Muestras de pequeño espesor (3–4 mm) de músculo *semitendinosus* fueron colocadas en bolsas plásticas, selladas y sumergidas en un baño de agua termostaticado. Diferentes combinaciones de

tiempo (2.5 a 30 min) y temperatura (40 a 100°C) fueron usadas en los tratamientos térmicos. Una vez finalizado el tratamiento las muestras fueron secadas con papel absorbente durante un minuto a temperatura ambiente. La capacidad de retención de agua fue obtenida a partir de mediciones de peso antes y después del tratamiento, y se expresó como kg agua/kg sólido seco. Los datos obtenidos a los tiempos más largos para cada temperatura se usaron como valores de equilibrio, y se ajustaron a un modelo sigmoidal (Van der Sman, 2007a, 2007b):

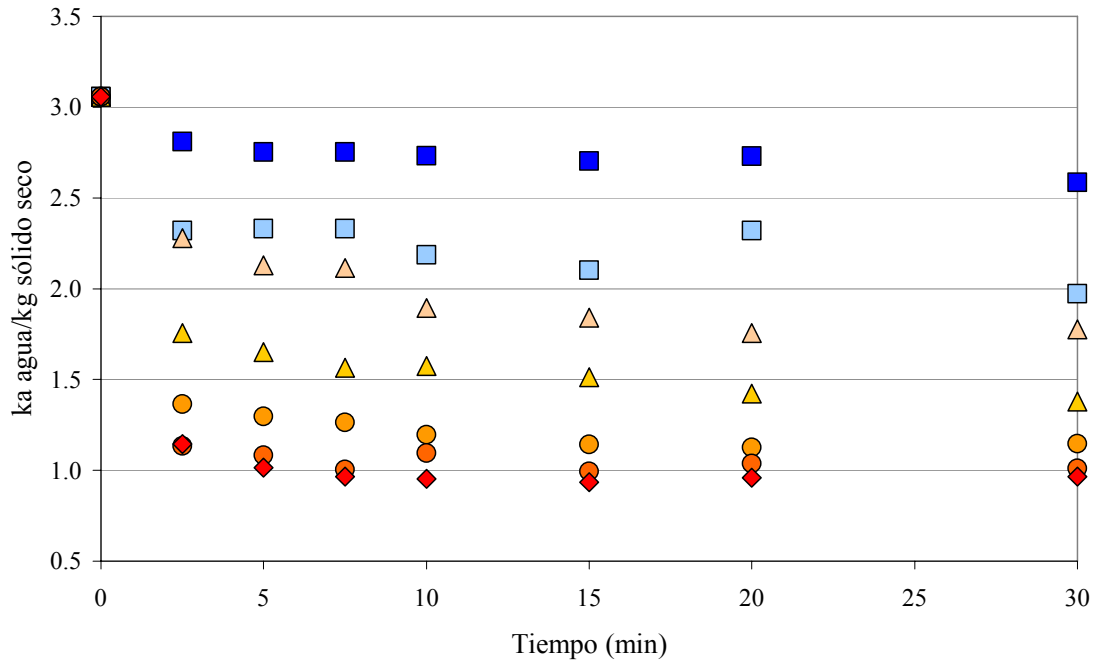
$$c_{eq}(T) = c_0 - \frac{a_1}{1 + a_2 \exp(a_3(T - T_R))} \quad (2.14)$$

$c_0$  es el contenido de agua de la muestra cruda y los parámetros desconocidos ( $a_{1,2,3}$  y  $T_R$ ) se estimaron por regresión no-lineal (ver Apéndice A).

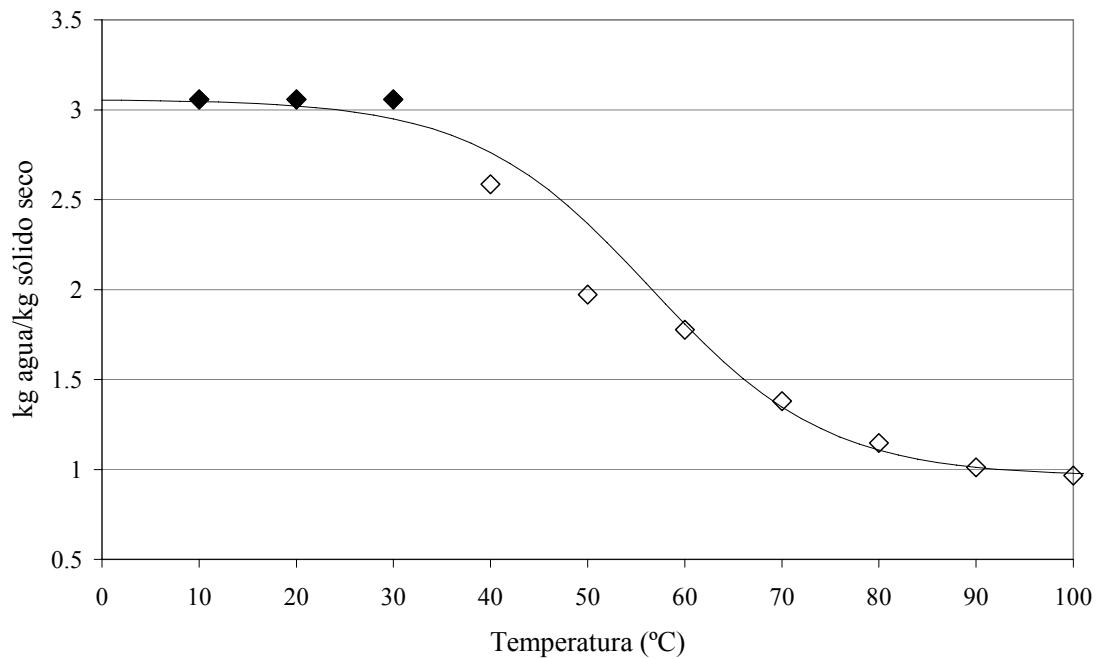
### 2.7.2 Resultados

La Fig. 2.19 muestra la variación del contenido de agua en función del tiempo para cada tratamiento térmico, mientras que la Fig. 2.20 muestra los datos a 30 min en función de la temperatura, que se usaron para estimar los parámetros del modelo sigmoidal (Ec. (2.14)).

Para muestras con diferente contenido de agua inicial se encontró que se alcanzan contenidos de agua de equilibrio similares a altas temperaturas (aproximadamente 0.9608 kg agua/kg sólido seco), por lo cual se estableció el valor del parámetro  $a_1$  como la diferencia entre el contenido de agua inicial y tal valor de equilibrio; entonces los parámetros fueron finalmente,  $a_1$ : ( $c_0 - 0.9608$ ),  $a_2$ : 3.2674,  $a_3$ :  $-9.0027 \times 10^{-2} \times 1/^\circ\text{C}$ ,  $T_R$ : 48.27°C, con un error relativo absoluto promedio de ajuste de 4.10%. Dado que diferentes proteínas se desnaturalizan a diferentes temperaturas, el uso de modelos multi-exponenciales podría arrojar mejores predicciones, pero aumentaría considerablemente el número de parámetros a determinar. Se considera que a temperaturas bajas (inferiores a 40°C) no se produce desnaturalización de proteínas, por lo tanto la capacidad de retención de agua se mantiene igual a la de la muestra cruda (Bejerholm y Aaslyng, 2004). Los datos obtenidos de capacidad de retención de agua serán utilizados en un modelo de cocción desarrollado en el Capítulo 3.



**Fig. 2.19.** Variación del contenido de agua medio en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. (■) 40°C; (□) 50°C; (△) 60°C; (▲) 70°C; (●) 80°C; (●) 90°C; (◆) 100°C. El dato a tiempo cero es común a todas las series.



**Fig. 2.20.** Capacidad de retención de agua en función de la temperatura. (◇) Datos medidos a 30 min; (◆) datos supuestos constantes a bajas temperaturas; (—) ajuste del modelo.

## 2.8 Variación de índices de calidad

Durante la cocción el producto sufre cambios de fundamental importancia que lo transforman en un alimento de calidad aceptable, o inaceptable si los cambios no son adecuados. Dichos cambios involucran el desarrollo de color, variaciones de textura, desarrollo de aroma, entre otros. Los mismos son difíciles de medir en muestras de gran tamaño ya que varían espacialmente dentro de la misma. En este sentido, el objetivo de esta Sección consistió en realizar un análisis preliminar de la variación de color, dureza y reducción de área durante la cocción por inmersión de pequeñas muestras de músculo *semitendinosus*, para detectar correlaciones entre variables, y potencialmente desarrollar expresiones de los distintos índices de calidad que podrían ser acopladas a modelos de cocción.

### 2.8.1 Materiales y métodos

Las muestras utilizadas en la Sección 2.7 para determinar la capacidad de retención de agua fueron utilizadas simultáneamente para determinar variaciones de color, encogimiento (mediante variación de área transversal) y dureza; la descripción de los tratamientos térmicos puede ser revisada en la Sección 2.7.

Los datos obtenidos se correlacionaron en función del tiempo de tratamiento para cada temperatura, calculando los coeficientes de correlación  $r$  correspondientes a cada parámetro, también se correlacionaron en función de la temperatura para cada tiempo de tratamiento, y finalmente se correlacionaron entre ellos.

#### 2.8.1.1 Color

La carne cruda posee un color rosa brillante o rojo que depende de la naturaleza y composición de la carne. Durante un tratamiento térmico la carne se tornara gradualmente más marrón, conforme se utilicen temperaturas más elevadas, por lo cual la carne pasará de una apariencia cruda, a una cocida. Este cambio de color es debido a la desnaturalización de proteínas con grupos hemo, como mioglobina y hemoglobina. La mioglobina comienza a desnaturalizarse a 60°C, y las mayores variaciones de color se producen en el rango 60–67°C (Bejerholm *et al.*, 2004).

Para caracterizar la variación de color de las muestras analizadas se utilizó un colorímetro Minolta, el cual provee valores de color en el espacio CIE  $L^*a^*b^*$ . Los tres parámetros representan la luminosidad  $L^*$  (de negro, 0, a blanco, 100),  $a^*$  determina un valor entre rojo y verde (de verde,  $-120$ , a rojo,  $120$ ), y  $b^*$  determina un valor entre el amarillo y el azul (de azul,  $-120$ , a amarillo,  $120$ ). Los valores de color de las muestras crudas se midieron sobre diferentes cortes, dejando previamente que la superficie se oxigene por 30 min. Los valores de color de las muestras procesadas se midieron por triplicado sobre cada cara de la muestra. Para cada tratamiento se calculó además el cambio de color total respecto de los valores iniciales:

$$\Delta E^* = \sqrt{(L^* - L_0^*)^2 + (a^* - a_0^*)^2 + (b^* - b_0^*)^2} \quad (2.22)$$

### 2.8.1.2 Área superficial

Para la determinación de área superficial ( $A$ ) se utilizó nuevamente el sistema de visión computacional desarrollado en la Sección 2.5. Para esto, la cámara fue colocada en forma perpendicular a la superficie del soporte en donde se colocaron las muestras; entonces se realizó la adquisición de imágenes de cada muestra, antes y después del tratamiento térmico. Para realizar la medición del área superficial se adquirió además una imagen de un objeto patrón de área conocida, que es utilizada para obtener la relación entre píxeles<sup>2</sup>/cm<sup>2</sup>. Los pasos de procesamiento se resumen a continuación: (i) lectura de imágenes RGB; (ii) transformación a escala de grises; (iii) segmentación utilizando un valor de umbral obtenido a partir de los histogramas de niveles d gris de las imágenes; (iv) transformación del valor de píxeles<sup>2</sup> a cm<sup>2</sup>. Los resultados se expresaron en forma adimensional respecto del área superficial de las muestra crudas ( $A/A_0$ ).

### 2.8.1.3 Esfuerzo de corte

Durante la cocción de productos cárneos diferentes proteínas se desnaturalizan a diferentes temperaturas y velocidades, produciendo cambios en la dureza (un indicador de textura muy utilizado) del producto y la distribución del contenido de agua. En el músculo crudo, la mayoría del agua (~80%) se encuentra dentro de las miofibrillas;

entre 40 y 50°C las proteínas sarcoplasmáticas,  $\alpha$ -actinina y miosina comienzan a desnaturalizarse, y a 40–45°C comienza el encogimiento transversal de las miofibrilas, lo que produce el inicio de la pérdida de agua. Entre 50 y 60°C la longitud del sarcómero disminuye y el colágeno comienza a desnaturalizarse; a 60°C disminuye el espacio entre las fibras y se inicia el encogimiento longitudinal de las miofibrillas y del tejido conectivo. Estos cambios causan la mayor proporción de las pérdidas observadas durante la cocción, ya que el agua es expulsada debido a la presión ejercida por el encogimiento de la red proteica (Bejerholm *et al.*, 2004; Tornberg, 2005). En general, la desnaturalización de miosina y actina produce un endurecimiento de la carne. En un músculo modelo, la dureza se incrementa hasta ~50°C, lo cual puede ser explicado por la desnaturalización de miosina; posteriormente se produce una disminución de la dureza hasta ~ 60°C, debido a la desnaturalización parcial y encogimiento de fibras de colágeno en el tejido conectivo intramuscular; con incrementos posteriores de temperatura, la dureza aumenta nuevamente, debido a la desnaturalización de titina y posteriormente (70–80°C) a la desnaturalización de actina. Sobre 75°C el colágeno alcanza un estado soluble gelatinizado, por lo cual músculos con alto contenido de tejido conectivo disminuirán su dureza a altas temperaturas (Bejerholm *et al.*, 2004). La Fig. 2.21 resume los cambios producidos durante la cocción. Como puede verse, la variación de textura es un proceso muy complejo; además de depender del tipo de músculo y el tratamiento térmico realizado, depende de otras variables relacionadas con la *historia* del animal, como edad, sexo, condiciones de faena, etc.; a modo de ejemplo la Fig. 2.22 muestra el camino que sigue una res hasta que uno de sus músculos llega a la cocción.

Para caracterizar la variación de textura en las muestras analizadas se utilizó el esfuerzo de corte obtenido con la sonda de Warner–Bratzler (WBSF). Los valores iniciales se determinaron usando muestras crudas del mismo espesor que las muestras cocidas. Luego de realizar las mediciones de color y área superficial, las muestras fueron cortadas en 3 y se realizó la medición de WBSF sobre cada una de ellas. Para los ensayos se utilizó un Analizador de Textura TA.XT2i (Stable Micro Systems, Reino Unido) controlado por el software Texture Expert Excede v.1.2; la velocidad de ensayo fue de 30 mm/min.

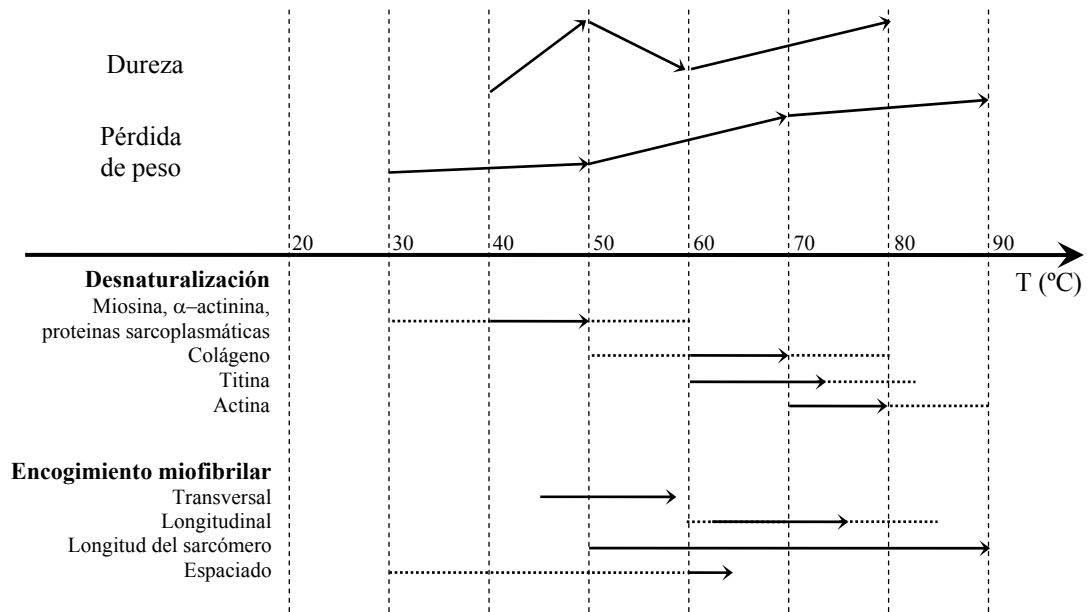


Fig. 2.21. Cambios en la carne durante la cocción (Bejerholm *et al.*, 2004)

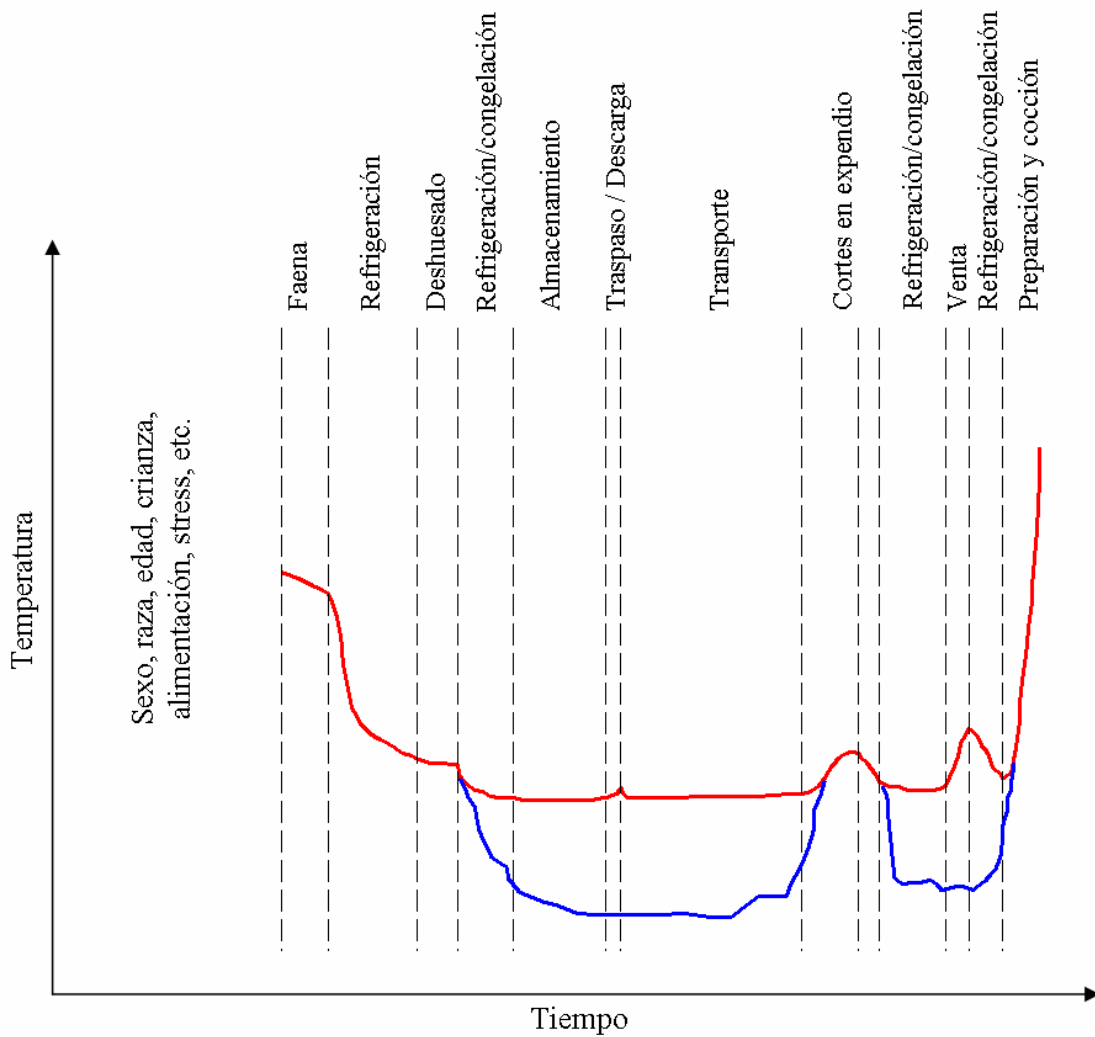
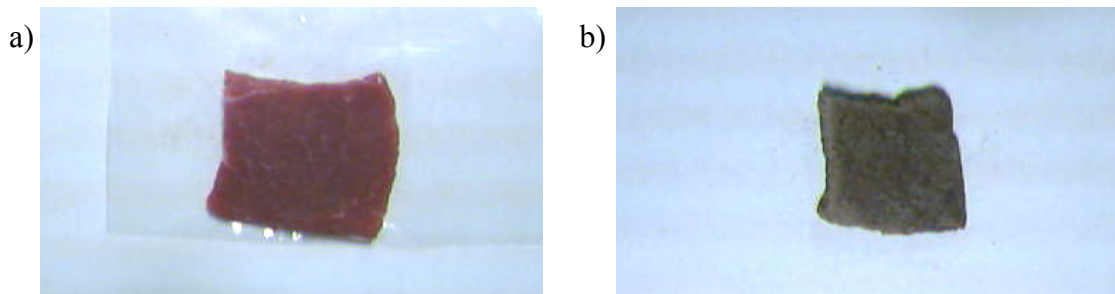


Fig. 2.22. Historia térmica del producto refrigerado (—) o congelado (—) hasta llegar a la cocción. Distintos índices de calidad siguen sus propios caminos.

## 2.8.2 Resultados y discusión

A modo de ejemplo, la Fig. 2.23 muestra la imagen de una muestra antes y después de realizar el tratamiento térmico; en general se encontró un aumento de  $L^*$ , una disminución de  $a^*$  y un encogimiento de área superficial. La Tabla 2.10 muestra los coeficientes de correlación entre variables en función del tiempo de tratamiento, a temperatura constante. Para facilitar la lectura, los valores de  $r$  dentro de la Tabla fueron clasificados como: **Correlación sin cambio de signo**; *Correlación con cambio de signo*; Sin correlación.



**Fig. 2.23.** Imagen de una muestra cruda envasada (a) y posterior al tratamiento térmico a 70°C durante 15 min (b).

Para cada temperatura de tratamiento se obtienen 28 correlaciones, por lo cual en total se obtienen 196 correlaciones; usando tiempo constante en función de la temperatura se duplica el número de correlaciones. Los valores de  $r$  entre concentración y tiempo siempre fueron negativos, como puede observarse en los resultados de la Sección 2.7 sobre capacidad de retención de agua; los valores de  $r$  son más significativos a bajas temperaturas, donde la variación del contenido de agua es más lenta.



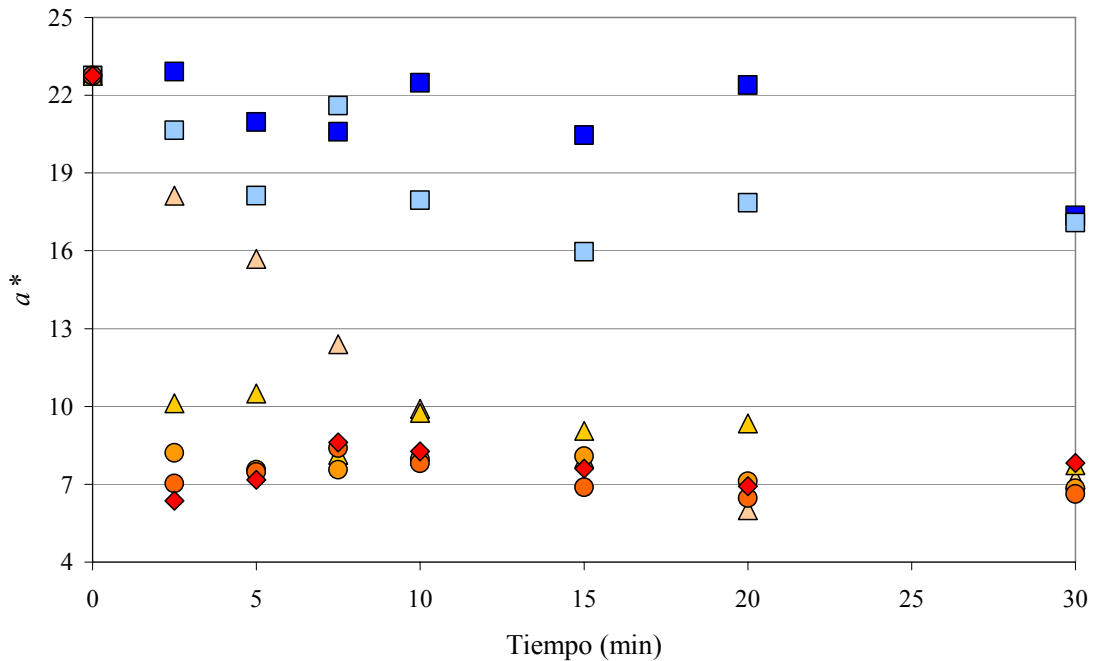
**Tabla 2.10.** Coeficientes de correlación entre variables, a temperatura de tratamiento constante.

T (°C)		<i>c</i>	<i>L</i> *	<i>a</i> *	<i>b</i> *	$\Delta E^*$	<i>WBSF</i>	<i>A/A</i> <sub>0</sub>
40	<i>t</i>	<b>-0.81</b>	0.87	<b>-0.68</b>	-0.22	<b>0.86</b>	0.74	<b>-0.86</b>
	<i>c</i>		<b>-0.71</b>	<b>0.60</b>	0.15	<b>-0.78</b>	-0.40	<b>0.87</b>
	<i>L</i> *			<b>-0.89</b>	-0.50	<b>0.96</b>	0.88	<b>-0.66</b>
	<i>a</i> *				0.81	<b>-0.81</b>	-0.89	<b>0.52</b>
	<i>b</i> *					-0.34	-0.69	0.09
	$\Delta E^*$						0.77	<b>-0.70</b>
	<i>WBSF</i>							-0.49
50	<i>t</i>	<b>-0.73</b>	0.53	<b>-0.70</b>	0.31	<b>0.57</b>	0.72	<b>-0.62</b>
	<i>c</i>		<b>-0.91</b>	<b>0.75</b>	-0.40	<b>-0.92</b>	-0.53	<b>0.83</b>
	<i>L</i> *			<b>-0.80</b>	0.27	<b>1.00</b>	0.54	<b>-0.80</b>
	<i>a</i> *				0.13	<b>-0.82</b>	-0.72	<b>0.67</b>
	<i>b</i> *					0.27	-0.14	-0.37
	$\Delta E^*$						0.56	<b>-0.81</b>
	<i>WBSF</i>							-0.63
60	<i>t</i>	<b>-0.80</b>	0.22	<b>-0.86</b>	-0.46	<b>0.64</b>	-0.60	<b>-0.75</b>
	<i>c</i>		<b>-0.66</b>	<b>0.96</b>	0.21	<b>-0.94</b>	0.55	<b>0.98</b>
	<i>L</i> *			<b>-0.50</b>	0.32	<b>0.86</b>	0.00	<b>-0.64</b>
	<i>a</i> *				0.44	<b>-0.87</b>	0.62	<b>0.94</b>
	<i>b</i> *					-0.04	0.45	0.28
	$\Delta E^*$						-0.34	<b>-0.91</b>
	<i>WBSF</i>							0.53
70	<i>t</i>	<b>-0.71</b>	0.16	<b>-0.57</b>	0.85	<b>0.53</b>	-0.31	<b>-0.68</b>
	<i>c</i>		<b>-0.40</b>	<b>0.97</b>	-0.67	<b>-0.93</b>	0.60	<b>0.96</b>
	<i>L</i> *			<b>-0.56</b>	0.00	<b>0.68</b>	-0.65	<b>-0.27</b>
	<i>a</i> *				-0.51	<b>-0.99</b>	0.67	<b>0.92</b>
	<i>b</i> *					0.45	-0.33	-0.69
	$\Delta E^*$						-0.70	<b>-0.86</b>
	<i>WBSF</i>							0.46
80	<i>t</i>	<b>-0.61</b>	-0.28	<b>-0.52</b>	0.98	<b>0.42</b>	-0.05	<b>-0.43</b>
	<i>c</i>		<b>-0.36</b>	<b>0.98</b>	-0.56	<b>-0.95</b>	0.72	<b>0.97</b>
	<i>L</i> *			<b>-0.51</b>	-0.21	<b>0.62</b>	-0.62	<b>-0.57</b>
	<i>a</i> *				-0.47	<b>-0.99</b>	0.74	<b>0.99</b>
	<i>b</i> *					0.39	-0.03	-0.40
	$\Delta E^*$						-0.76	<b>-0.99</b>
	<i>WBSF</i>							0.79
90	<i>t</i>	<b>-0.52</b>	-0.12	<b>-0.52</b>	0.65	<b>0.47</b>	-0.48	<b>-0.36</b>
	<i>c</i>		<b>-0.40</b>	<b>0.98</b>	-0.39	<b>-0.97</b>	0.89	<b>0.98</b>
	<i>L</i> *			<b>-0.51</b>	-0.16	<b>0.58</b>	-0.46	<b>-0.53</b>
	<i>a</i> *				-0.34	<b>-1.00</b>	0.92	<b>0.97</b>
	<i>b</i> *					0.30	-0.14	-0.31
	$\Delta E^*$						-0.92	<b>-0.97</b>
	<i>WBSF</i>							0.88
100	<i>t</i>	<b>-0.53</b>	-0.18	<b>-0.43</b>	-0.29	<b>0.39</b>	-0.90	<b>-0.39</b>
	<i>c</i>		<b>-0.18</b>	<b>0.96</b>	0.32	<b>-0.93</b>	0.82	<b>0.97</b>
	<i>L</i> *			<b>-0.41</b>	-0.44	<b>0.48</b>	-0.02	<b>-0.30</b>
	<i>a</i> *				0.50	<b>-1.00</b>	0.73	<b>0.98</b>
	<i>b</i> *					-0.52	0.34	0.39
	$\Delta E^*$						-0.69	<b>-0.97</b>
	<i>WBSF</i>							0.69

2.8.2.1 Parámetros de color

Los valores de  $a^*$  presentaron  $r < 0$  y más marcados a bajas temperaturas (Fig. 2.24); a menos de 50°C la variación de  $a^*$  fue lenta, mientras que a 70°C o mayor temperatura la variación fue muy rápida, alcanzando valores estables desde tiempos cortos; la serie de 60°C presentó una variación intermedia, alcanzando en forma gradual los valores obtenidos a altas temperaturas. El valor de  $a^*$  de la muestras crudas fue de 22.75 (D.E. 2.25).

Para describir la variación de  $a^*$  se utilizó un modelo cinético de 1° orden; dado que a tiempos largos los valores de  $a^*$  no son 0, sino que tienden a distintos valores de equilibrio, se utilizó un modelo de conversión fraccional (Ec. (2.23)), donde la variable  $f$  da cuenta del cambio adimensional de  $a^*$ . Para este modelo, el logaritmo de  $(1-f)$  es lineal con el tiempo (Ec. (2.24)), de donde finalmente se obtiene la variación de  $a^*$  (Ec. (2.25)).



**Fig. 2.24.** Variación de  $a^*$  en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. (■) 40°C; (◻) 50°C; (▲) 60°C; (▲) 70°C; (●) 80°C; (●) 90°C; (◆) 100°C. El dato a tiempo cero es común a todas las series.

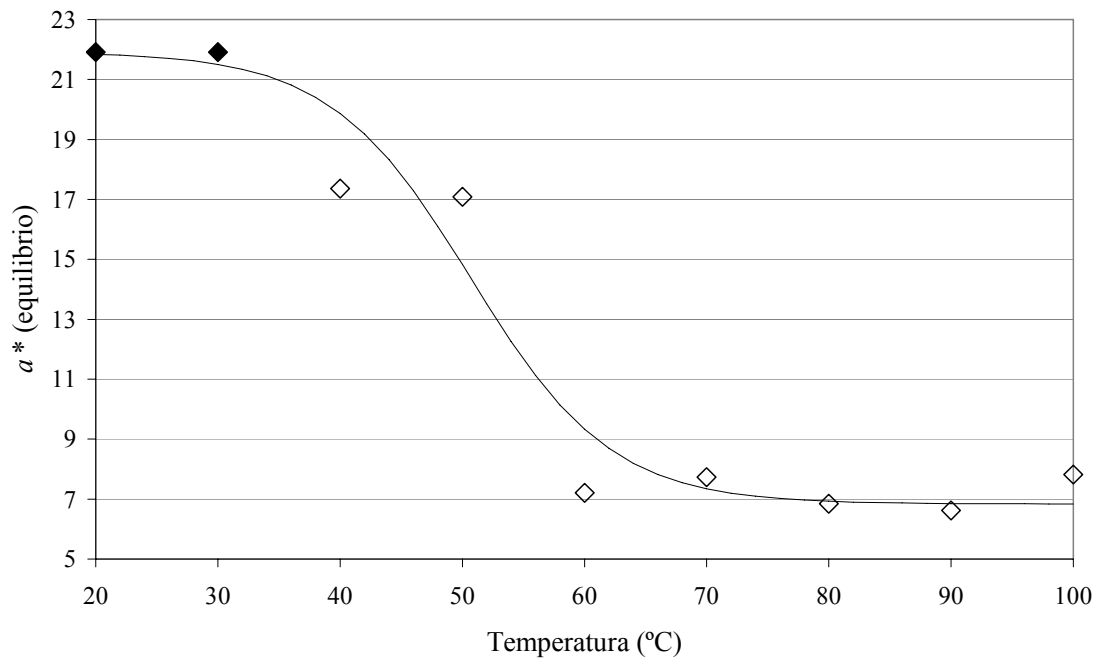
$$f = \frac{a_0^* - a^*}{a_0^* - a_\infty^*} \tag{2.23}$$

$$\ln(1-f) = \ln\left(\frac{a^*(t) - a_{\infty}^*}{a_0^* - a_{\infty}^*}\right) = -kt \quad (2.24)$$

$$a^*(t) = a_{\infty}^* + (a_0^* - a_{\infty}^*)\exp(-kt) \quad (2.25)$$

Los valores de  $a^*$  obtenidos a 30 min de calentamiento fueron considerados como valores de equilibrio en función de la temperatura; a partir de la forma de los datos, los mismos se ajustaron a una función sigmoidea (Ec. (2.26), error relativo absoluto promedio de 9.08%); la Fig. 2.25 muestra los datos y la función de ajuste.

$$a_{\infty}^*(T(^{\circ}C)) = a_0^* - \frac{15.0760}{1 + 1.8425 \exp(0.1736(47.1679 - T))} \quad (2.26)$$



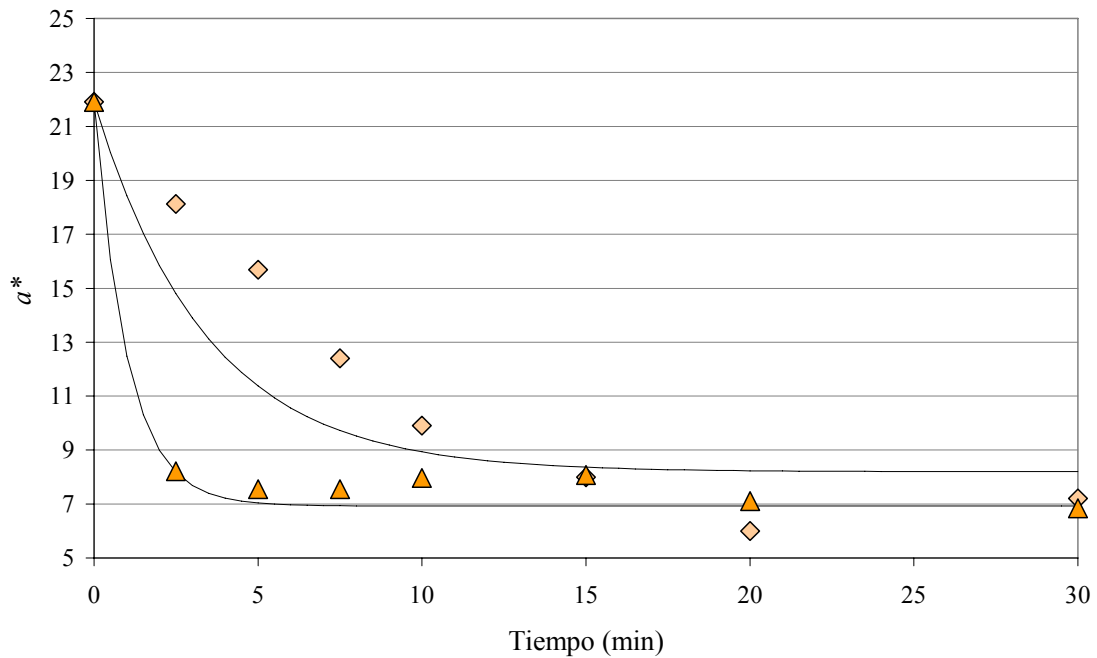
**Fig. 2.25.** Valores de  $a^*$  de equilibrio en función de la temperatura. Símbolos: datos; línea: modelo. Los datos rellenos corresponden a la muestra cruda.

La dependencia de la constante de velocidad  $k$  con la temperatura se describió usando la ecuación de Arrhenius (Ec. (2.27)); se obtuvo un valor de  $k_0 = 1.4482 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ , y  $E_a = 80.7397 \text{ kJ/mol}$ ; el error relativo absoluto promedio del ajuste fue de 6.45%,

con un coeficiente de correlación de 0.9873. La Fig. 2.26 muestra el ajuste para dos temperaturas diferentes, y la Fig. 2.27 la respuesta del modelo y los datos experimentales.

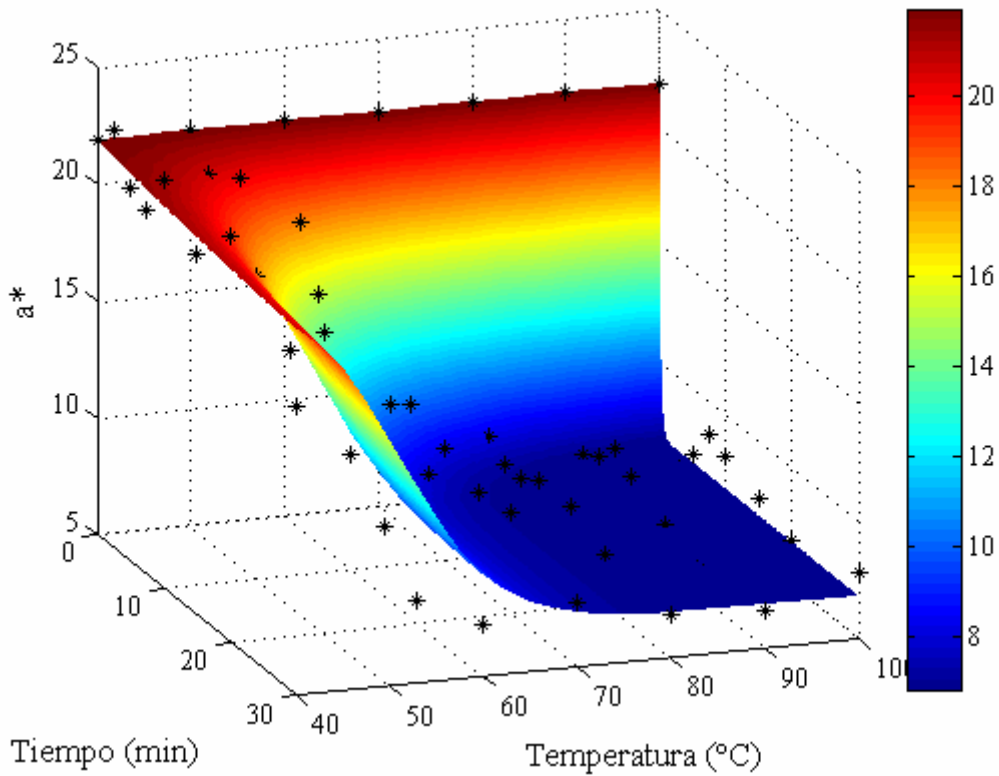
$$k = k_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT_{abs}}\right) \quad (2.27)$$

Si bien algunas series parecen tener una variación de orden 0, globalmente la variación de orden 1 presentó un mejor comportamiento.



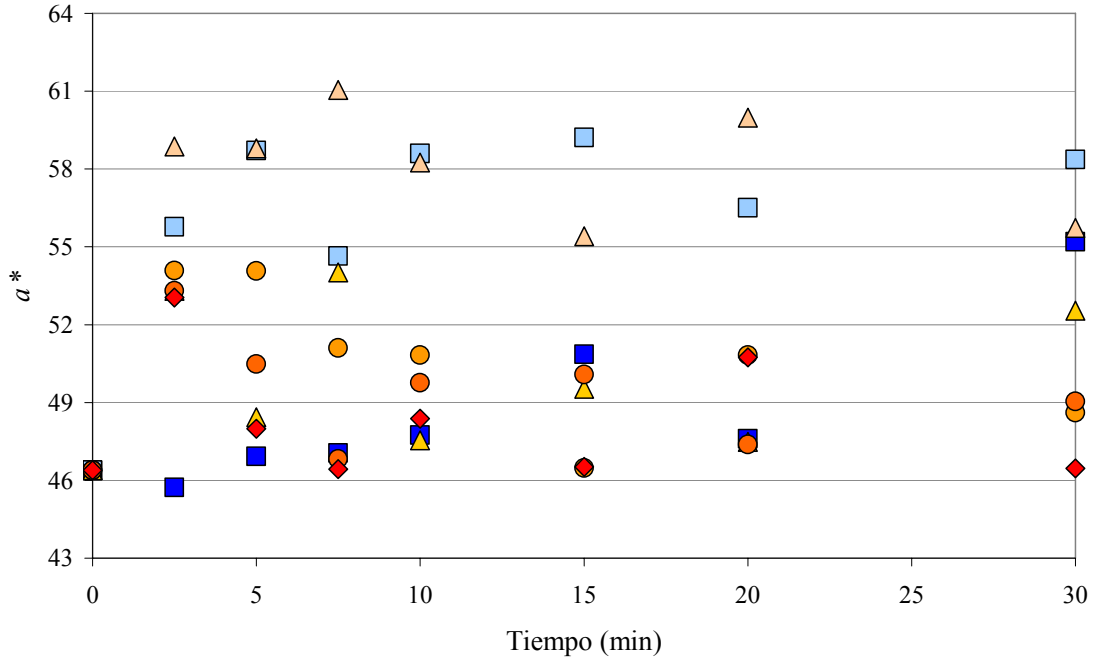
**Fig. 2.26.** Variación de  $a^*$  en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas.

Datos experimentales: (◆) 60°C; (▲) 80°C. Líneas continuas: modelo.



**Fig. 2.27.** Variación de  $a^*$  en función del tiempo y la temperatura de tratamiento. (\*) Datos experimentales.

La variación de  $L^*$  presentó un comportamiento diferente, dependiendo de la temperatura: a temperaturas bajas  $L^*$  aumenta gradualmente; conforme la temperatura aumenta, el aumento de  $L^*$  es menor y más rápido y luego disminuye, acercándose al valor de la muestra cruda (Fig. 2.28); el valor de  $L^*$  de la muestras crudas fue de 46.38 (D.E. 2.00). Kong *et al.* (2007) encontraron un comportamiento similar de la variación de  $L^*$  en salmón, describiéndolo como dos fases: una fase de rápido aumento de  $L^*$ , y una fase lenta de pardeamiento.



**Fig. 2.28.** Variación de  $L^*$  en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. (■) 40°C; (□) 50°C; (▲) 60°C; (△) 70°C; (●) 80°C; (○) 90°C; (◆) 100°C. El dato a tiempo cero es común a todas las series.

Para describir el comportamiento cinético observado de  $L^*$  se propone utilizar la suma de dos mecanismos de variación independientes (Ec. (2.28)), donde  $A$  indica aumento y  $D$  disminución (en general, dos mecanismos con diferentes dinámicas).

$$L^*(t) = L^{*A}(t) + L^{*D}(t) \quad (2.28)$$

Cada mecanismo se modeló utilizando cinéticas de conversión fraccional de 1° orden:

$$L^{*A}(t) = L_{\infty}^{*A} + (L_0^{*A} - L_{\infty}^{*A})e^{-k_A t} \quad (2.29)$$

$$L^{*D}(t) = L_{\infty}^{*D} + (L_0^{*D} - L_{\infty}^{*D})e^{-k_D t} \quad (2.30)$$

por lo que  $L^*$  se expresa como:

$$L^*(t) = L_\infty^A + (L_0^* - L_\infty^A)e^{-k_A t} + L_\infty^D + (L_0^* - L_\infty^D)e^{-k_D t} \quad (2.31)$$

Las condiciones para  $L^*$  son:

$$\begin{aligned} L^*(0) &= L_0^* \\ L^*(t_\infty) &= L_\infty^* \end{aligned} \quad (2.32)$$

para cumplir con las condiciones para  $L^*$ , las condiciones para  $L^{*A}$  y  $L^{*D}$  se expresaron como:

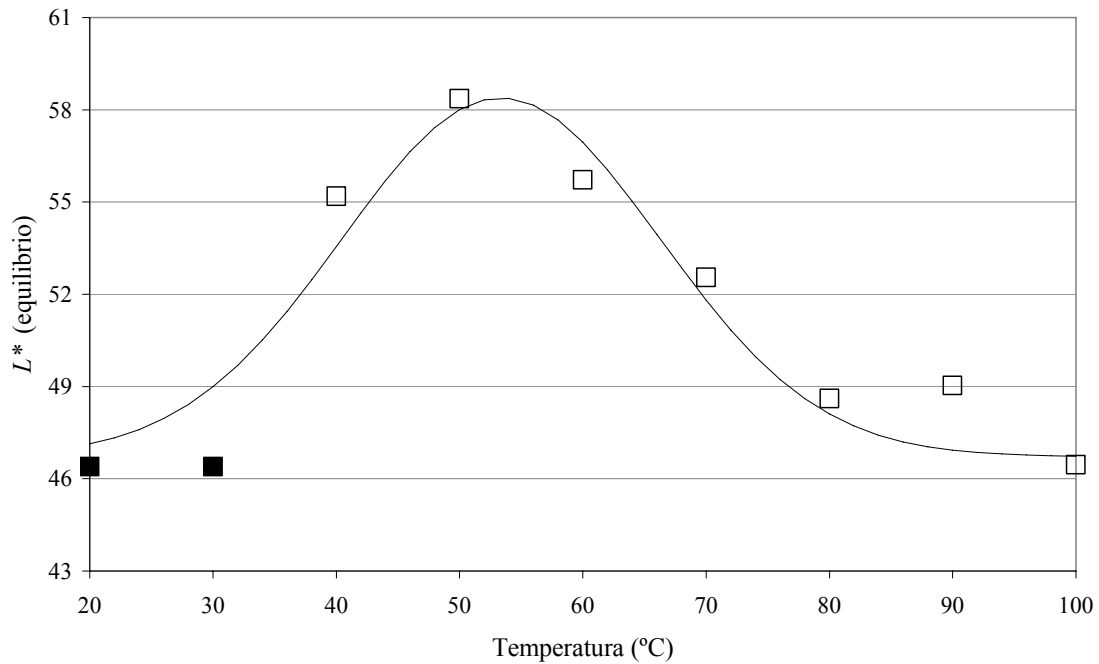
$$\begin{aligned} L^{*A}(0) &= L_0^{*A} = \alpha L_0^* \\ L^{*D}(0) &= L_0^{*D} = (1 - \alpha)L_0^* \\ L^{*A}(t_\infty) &= L_\infty^{*A} = \beta L_\infty^* \\ L^{*D}(t_\infty) &= L_\infty^{*D} = (1 - \beta)L_\infty^* \end{aligned} \quad (2.33)$$

Finalmente  $L^*$  se expresa como:

$$L^*(t) = L_\infty^* + (\alpha L_0^* - \beta L_\infty^*)e^{-k_A t} + ((1 - \alpha)L_0^* - (1 - \beta)L_\infty^*)e^{-k_D t} \quad (2.34)$$

Los parámetros  $k_A$ ,  $k_D$ ,  $L_\infty^*$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  deben obtenerse a partir de datos experimentales y las constantes de velocidad  $k_A$  y  $k_D$  pueden expresarse en función de la temperatura, por ejemplo usando la ecuación de Arrhenius. Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  pueden fijarse, para cumplir con condiciones físicas para cada mecanismo, o bien dejarse libres en la regresión; además dependiendo de sus valores pueden obtenerse los modelos de primer orden simples (1 solo término exponencial). Para realizar el ajuste, los datos de  $L^*$  a tiempos largos se tomaron como valores de equilibrio y se ajustaron con una ecuación de la forma (error relativo absoluto promedio de 2.11%):

$$L_\infty^*(T(^{\circ}C)) = 46.72 + 11.67 \exp(-0.003(T - 53.36)^2) \quad (2.35)$$



**Fig. 2.29.** Valores de  $L^*$  de equilibrio en función de la temperatura. Símbolos: datos; línea: modelo. Los datos rellenos corresponden a la muestra cruda.

La Tabla 2.11 muestra los valores de los parámetros obtenidos; el error relativo absoluto promedio del ajuste fue de 3.04%, pero el coeficiente de correlación fue bajo, 0.8744; cuando se realiza el ajuste de cada serie de temperatura en forma individual se observa en general un mejor comportamiento.

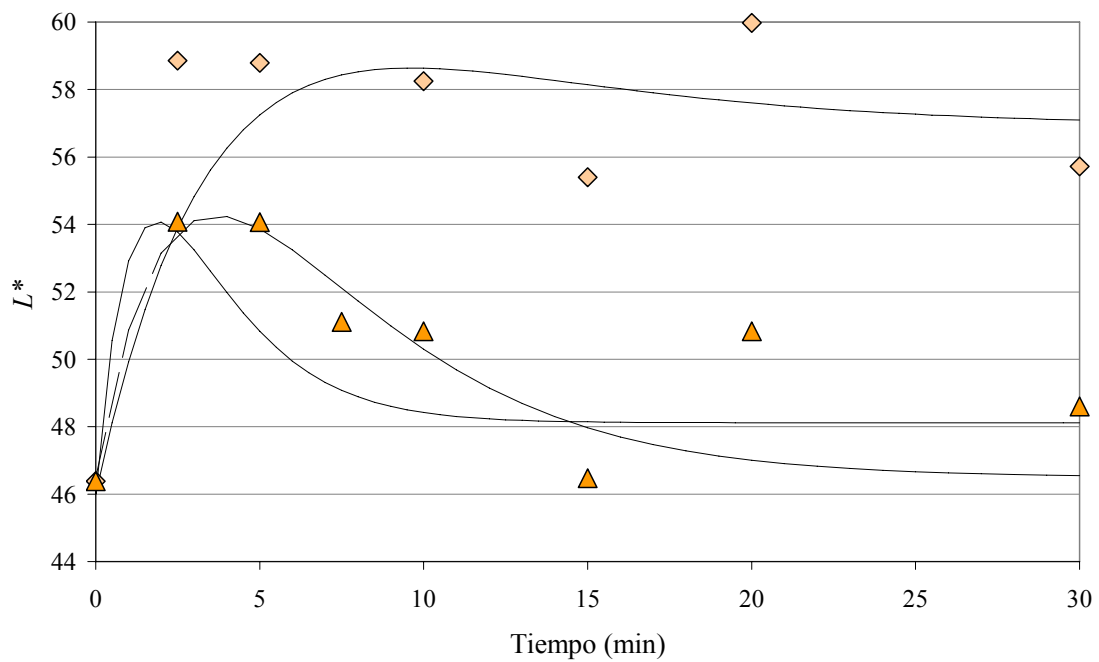
Los valores iniciales de los parámetros también influyen en el resultado, y se pueden obtener errores similares con parámetros muy diferentes. Finalmente, los valores obtenidos son aceptables por sobre 40°C; con temperaturas menores predice una disminución leve de  $L^*$ , por lo cual hay que usar las expresiones cinéticas con cuidado por debajo de este valor. La Fig. 2.30 muestra el ajuste para dos temperaturas diferentes, y además el ajuste para una serie en forma independiente, y la Fig. 2.31 la respuesta del modelo y los datos experimentales.

Los valores de  $b^*$  se mantuvieron entre 12 y 16, sin presentar una variación clara, por lo cual no se realizó el ajuste de los mismos. El valor de  $b^*$  de las muestras crudas fue de 14.68 (D.E. 1.16).

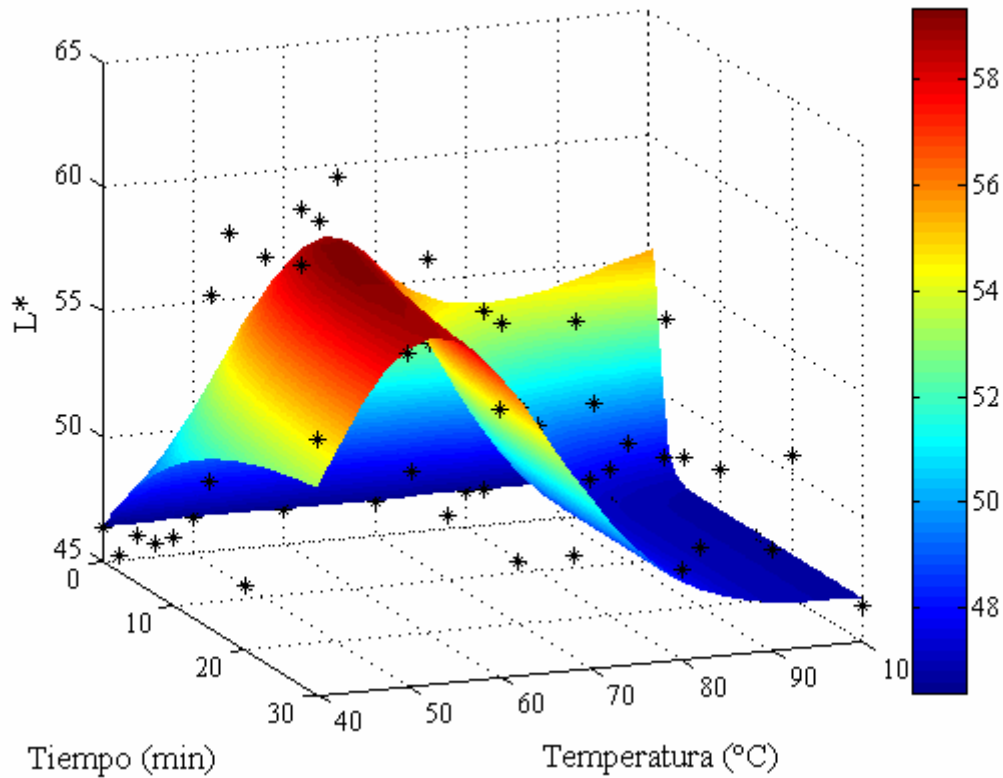


**Tabla 2.11.** Valores ajustados de parámetros para el modelo cinético de  $L^*$ .

Parámetro	Valor
$\alpha$	-0.50
$\beta$	0.99
$k_{0,A}$	$2.2912 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$
$E_{a,A}$	50.1926 kJ/mol
$k_{0,D}$	$1.6532 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$
$E_{a,D}$	55.2299 kJ/mol

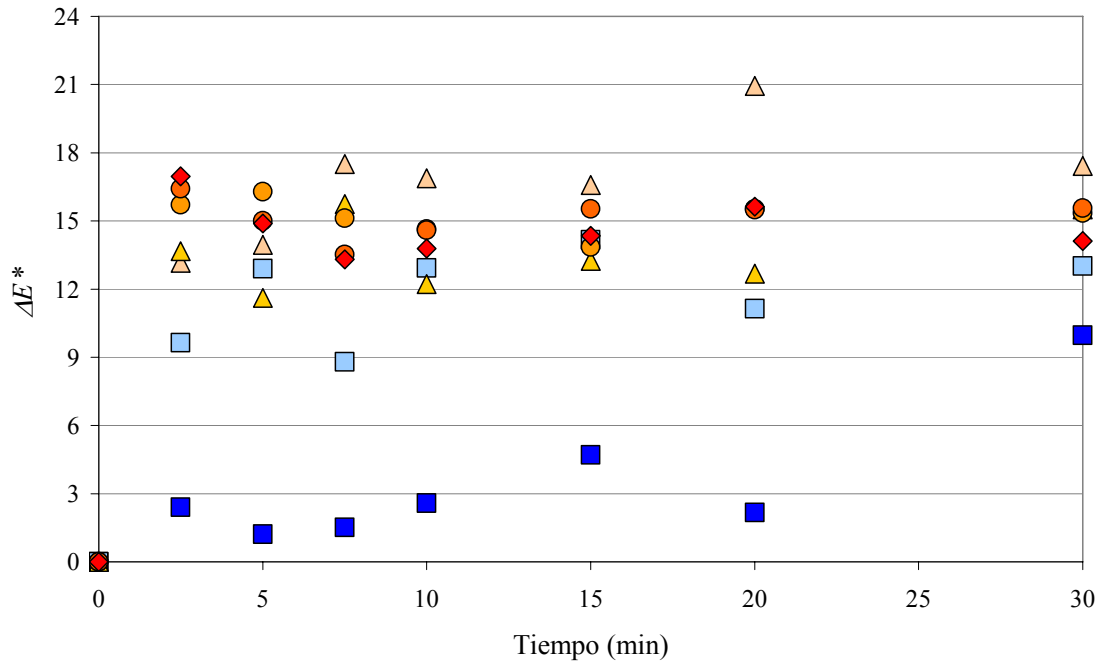


**Fig. 2.30.** Variación de  $L^*$  en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. Datos experimentales: ( $\diamond$ ) 60°C; ( $\blacktriangle$ ) 80°C. Líneas continuas: modelo. Línea punteada: modelo ajustado a temperatura constante.

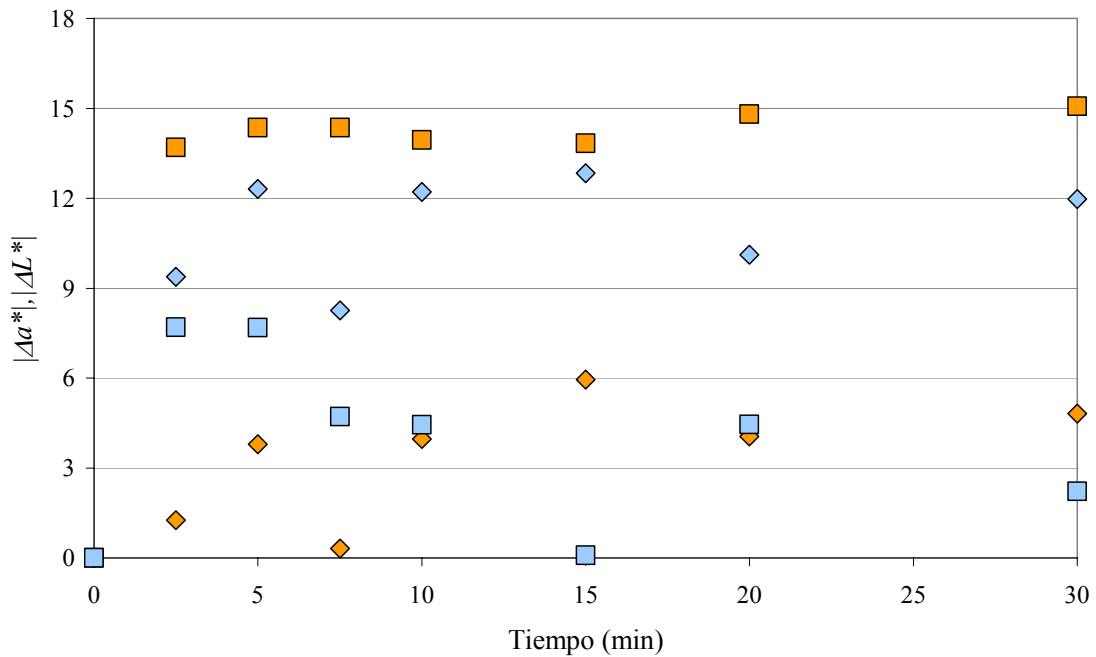


**Fig. 2.31.** Variación de  $L^*$  en función del tiempo y la temperatura de tratamiento. (\*) Datos experimentales.

La Fig. 2.32 muestra la variación de  $\Delta E^*$  para los diferentes tratamientos. El cambio de color total  $\Delta E^*$  presentó naturalmente  $r > 0$  con el tiempo y también más marcado a bajas temperaturas. La Tabla 2.10 muestra que a temperaturas bajas la correlación entre  $\Delta E^*$  y  $L^*$  fue alta ( $r > 0$ ), disminuyendo gradualmente con la temperatura; por otro lado, conforme la temperatura aumenta la correlación entre  $\Delta E^*$  y  $a^*$  fue alta ( $r < 0$ ). A partir de los datos obtenidos, a temperaturas bajas tanto  $L^*$  como  $a^*$  afectan a  $\Delta E^*$ , y a temperaturas altas  $a^*$  afecta de manera principal a  $\Delta E^*$ , dado que  $L^*$  tiende a los valores de la muestra cruda y  $\Delta L^*$  tiende a 0; esta situación es mostrada en la Fig. 2.33.

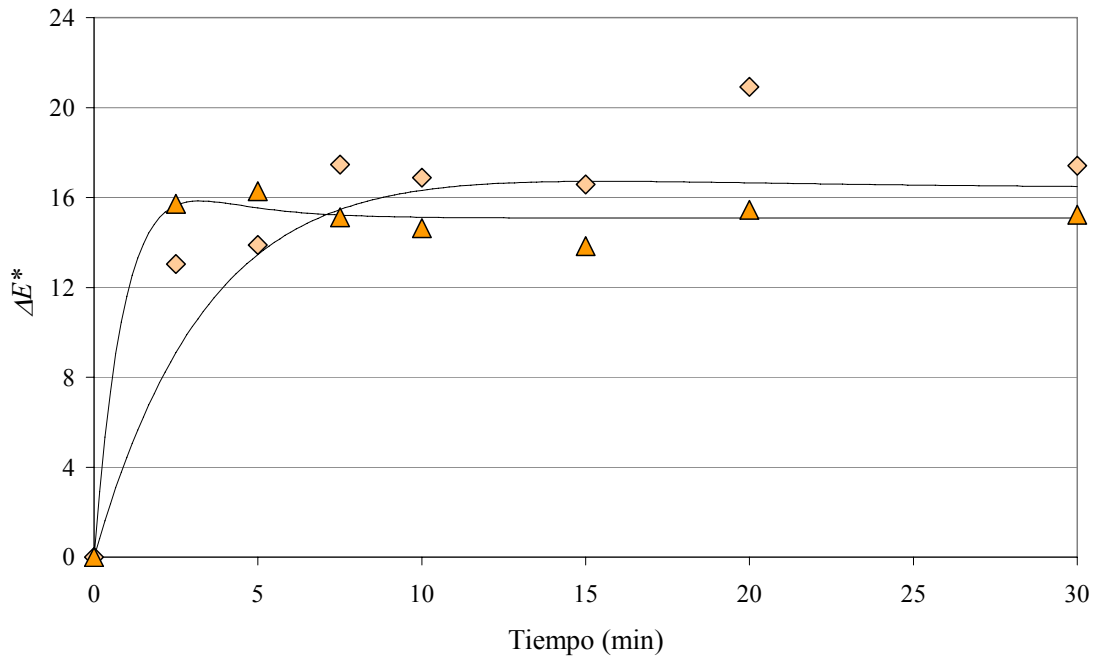


**Fig. 2.32.** Variación de  $\Delta E^*$  en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. (■) 40°C; (□) 50°C; (△) 60°C; (▲) 70°C; (●) 80°C; (○) 90°C; (◆) 100°C. El dato a tiempo cero es común a todas las series.



**Fig. 2.33.** Variación de  $|\Delta a^*|$  y  $|\Delta L^*|$  en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. A 50°C: (□)  $\Delta a^*$ ; (◆)  $\Delta L^*$ . A 80°C: (■)  $\Delta a^*$ ; (▲)  $\Delta L^*$ .

Despreciando la influencia de  $b^*$ , se evaluó la capacidad de predicción de  $\Delta E^*$  usando las expresiones cinéticas desarrolladas para  $a^*$  y  $L^*$ . El error relativo absoluto promedio del ajuste fue de 23.96%, con un coeficiente de correlación de 0.9473. La Fig. 2.34 muestra el ajuste para dos temperaturas.

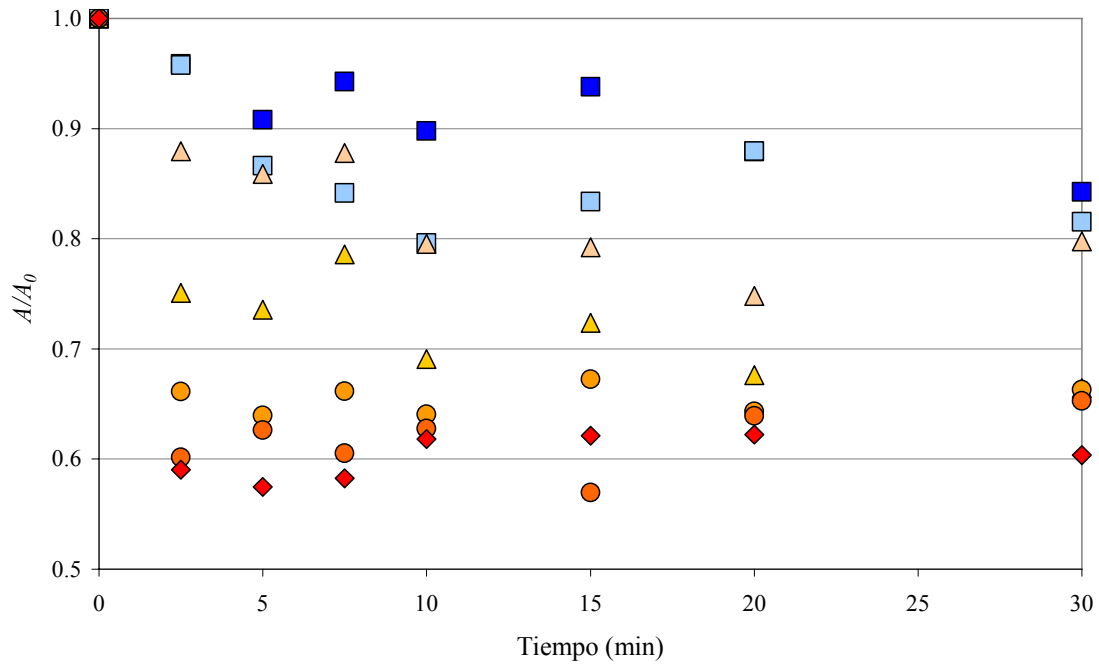


**Fig. 2.34.** Variación de  $\Delta E^*$  en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. Datos experimentales: (◆) 60°C; (▲) 80°C. Líneas continuas: modelo, a partir de los modelos para  $a^*$  y  $L^*$ .

Debe notarse que el comportamiento de  $L^*$  o  $\Delta L^*$  (el aumento y disminución) puede ser de poca importancia a los tiempos en las cuales se producen, ya que por un lado esos tiempos son menores a los tiempos de procesamiento a los cuales el producto va a ser sometido en una cocción real, y por otro lado para la temperatura de 72°C alcanzada en las pruebas de cocción las variaciones son más pequeñas.

### 2.8.2.2 Área superficial

En todos los casos el área superficial disminuyó con el tiempo; las variaciones fueron más lentas a bajas temperaturas, dando valores de  $r$  altos; a altas temperaturas los valores de  $r$  no son muy altos dado que las variaciones de área son muy rápidas (Fig. 2.35).

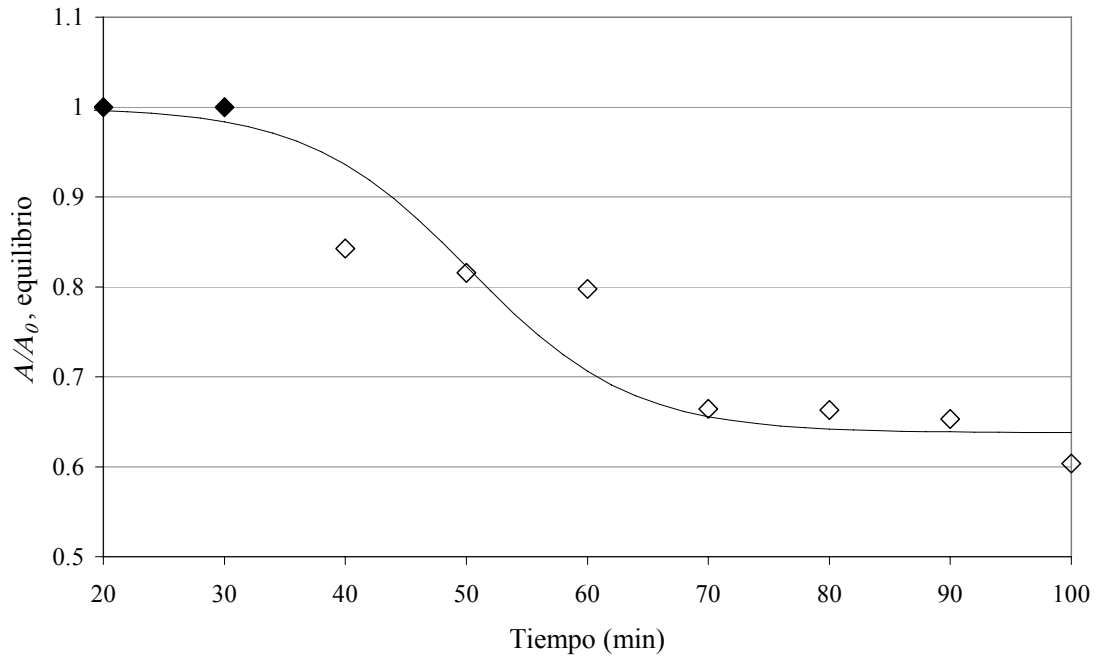


**Fig. 2.35.** Variación de  $A/A_0$  en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. (■) 40°C; (□) 50°C; (▲) 60°C; (△) 70°C; (●) 80°C; (●) 90°C; (◆) 100°C. El dato a tiempo cero es común a todas las series.

Los datos obtenidos a 30 min de calentamiento (Fig. 2.36) fueron considerados de equilibrio y ajustados a una ecuación sigmoidea:

$$\frac{A}{A_0}(T(^{\circ}C)) = 1 - \frac{0.3622}{1 + 1.6130 \exp(0.15(47.0923 - T))} \quad (2.36)$$

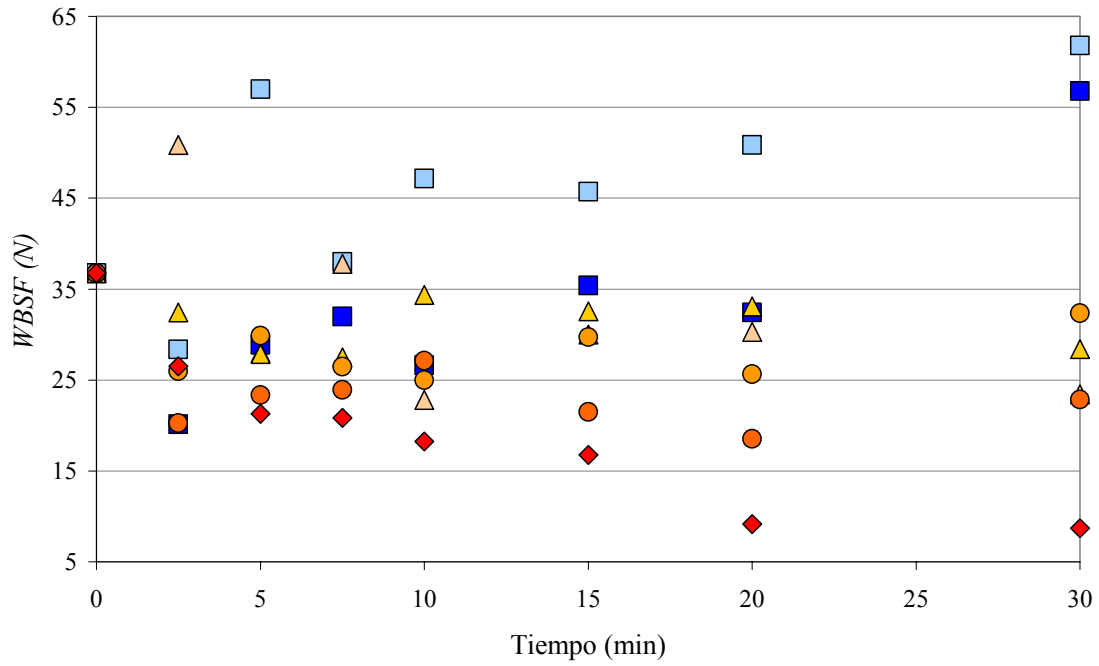
Al igual que  $a^*$ , la reducción de área fue ajustada a una cinética de primer orden; los parámetros cinéticos obtenidos fueron  $E_a = 51.0352$  kJ/mol y  $k_0 = 3.7630 \times 10^5$  s<sup>-1</sup>, con un error relativo absoluto promedio de 3.43% y un coeficiente de correlación de 0.9684.



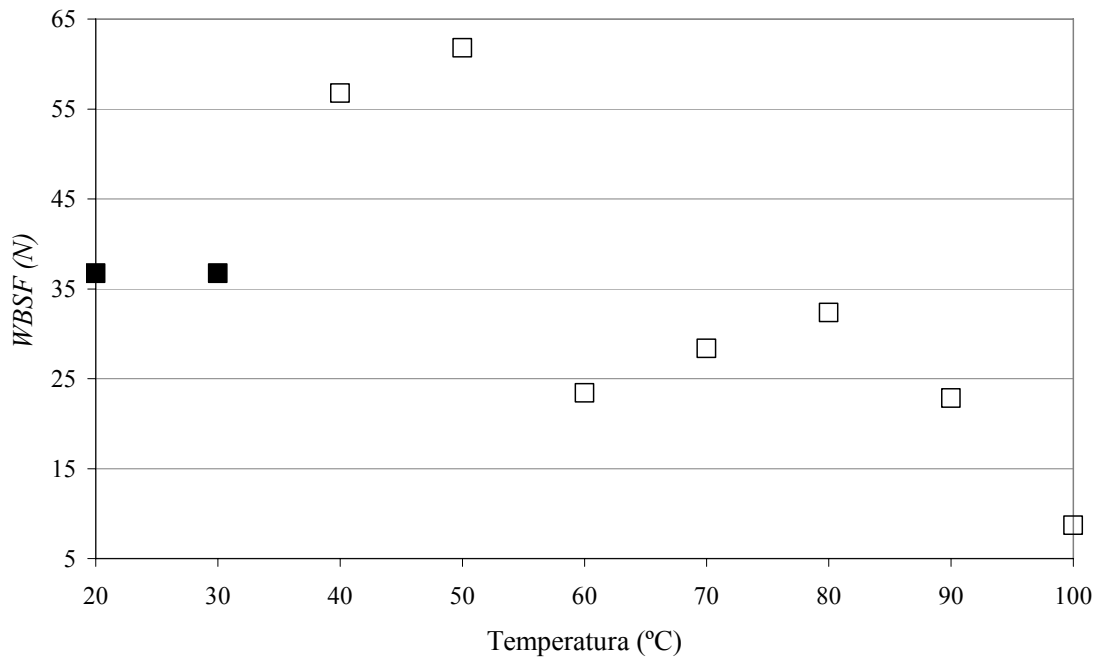
**Fig. 2.36.** Valores de  $A/A_0$  de equilibrio en función de la temperatura. Símbolos: datos; línea: modelo. Los datos rellenos corresponden a la muestra cruda.

### 2.8.2.3 Esfuerzo de corte WBSF

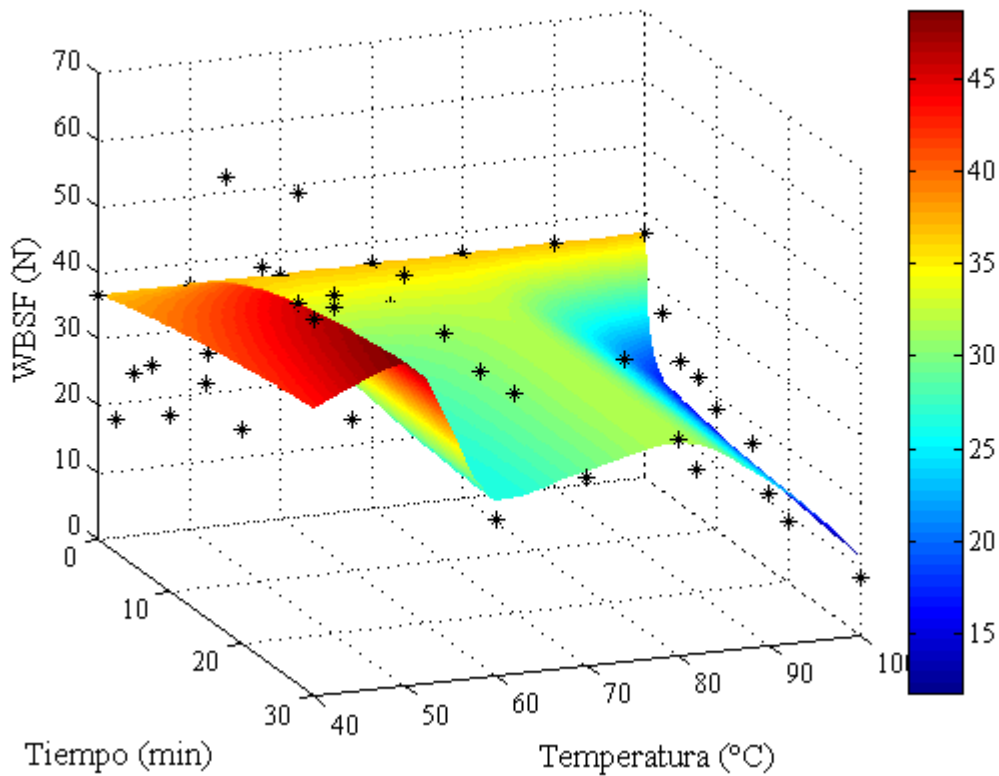
El esfuerzo de corte de la muestra cruda fue 36.73 N (D.E. 2.68 N). La variación de WBSF presentó un comportamiento diferente a distintas temperaturas; a bajas temperaturas aumentó con el tiempo; a temperaturas intermedias osciló alrededor del valor inicial, y a altas temperaturas disminuyó con el tiempo (Fig. 2.37). Los datos obtenidos a 30 min de procesamiento fueron considerados de equilibrio (Fig. 2.38). Como puede verse entre 40–50°C y 60–80°C el esfuerzo de corte aumenta, y entre 50–60°C y 80–100°C disminuye; la variación es similar a descrita por Bejerholm *et al.* (2004; Fig. 2.21). En este caso no se pudo encontrar una función simple para ajustar los datos, entonces se trató directamente los datos experimentales como valores de equilibrio (para otras temperaturas los valores de equilibrio se obtienen por interpolación de los datos experimentales) y se utilizó una combinación de modelos de la misma forma que para  $L^*$ . Se obtuvo un error relativo absoluto promedio de 12.61% y un coeficiente de correlación bajo (0.8038; Fig. 2.39). Usando cada serie en forma individual se obtuvo un error promedio de 7.20%.



**Fig. 2.37.** Variación de *WBSF* en función del tiempo de tratamiento, para diferentes temperaturas. (■) 40°C; (□) 50°C; (△) 60°C; (▲) 70°C; (●) 80°C; (●) 90°C; (◆) 100°C. El dato a tiempo cero es común a todas las series.



**Fig. 2.38.** Valores de *WBSF* de equilibrio en función de la temperatura. Los datos rellenos corresponden a la muestra cruda.



**Fig. 2.39.** Variación de *WBSF* en función del tiempo y la temperatura de tratamiento. (\*) Datos experimentales.

Las muestras analizadas fueron obtenidas con las fibras paralelas a la dirección de corte, lo cual no es comúnmente utilizado para realizar mediciones de esfuerzo de corte. Por un lado, la contribución del colágeno en el esfuerzo de corte disminuye con el incremento de temperatura ya que gradualmente gelatiniza, y la contribución de las fibras musculares aumenta debido a la desnaturalización de sus proteínas; en este sentido, las mediciones realizadas en paralelo reflejan en mayor medida la influencia del colágeno (Taylor, 2004), por lo cual los valores obtenidos disminuyen a altas temperaturas.

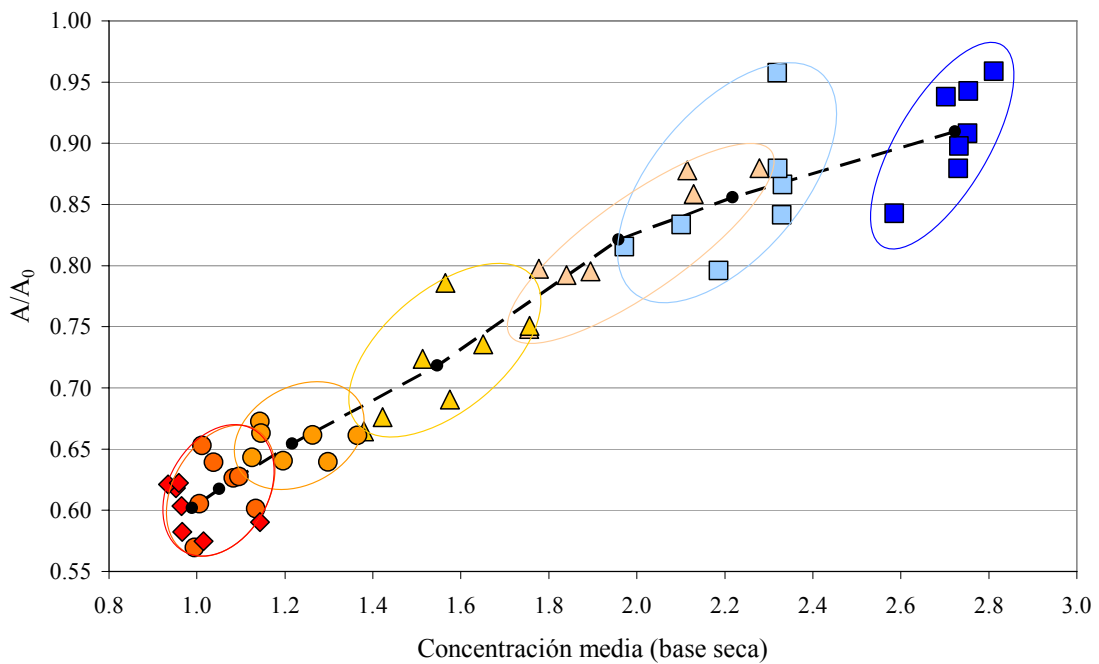
#### 2.8.2.4 Correlaciones entre variables

Las correlaciones más altas entre distintos índices fueron:  $r > 0$  entre  $c$  y  $A/A_0$  (Fig. 2.40);  $\Delta E^*$  presentó  $r > 0$  con  $L^*$  y  $r < 0$  con  $a^*$ ;  $r < 0$  entre  $\Delta E^*$  y  $c$  (Fig. 2.41);  $r > 0$  entre  $a^*$  y  $c$ ; de estas últimas también se desprenden buenas correlaciones entre  $a^*$  y  $\Delta E^*$  con  $A/A_0$ . Los datos obtenidos pueden utilizarse para el desarrollo de ecuaciones

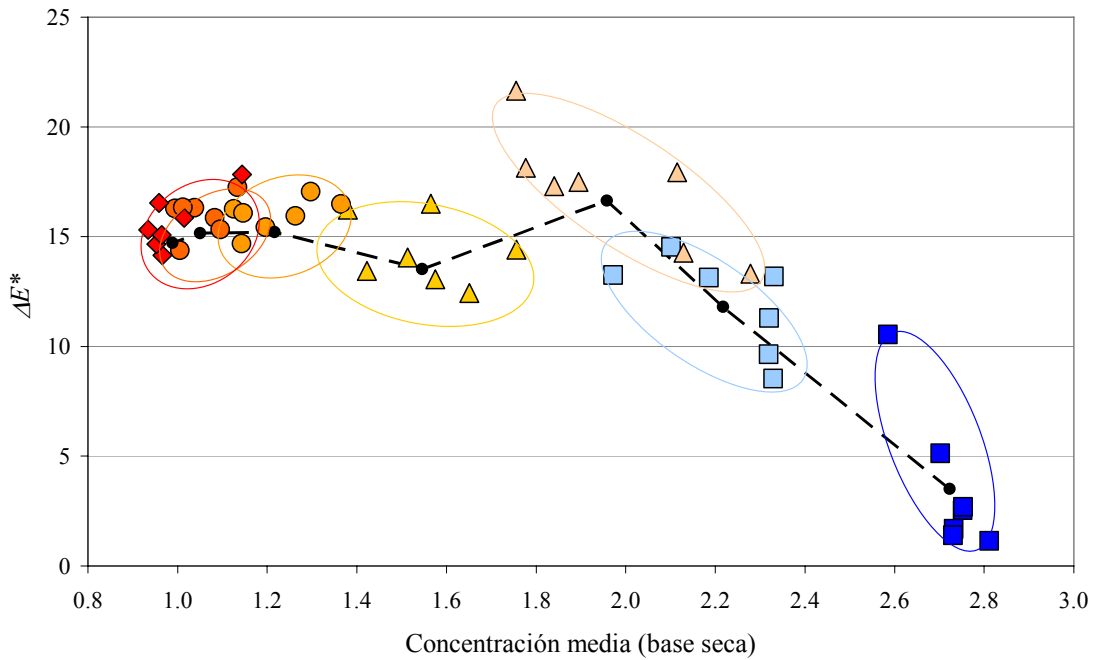


simples que permitan predecir los diferentes índices de calidad en función de la temperatura y contenido de agua, típicamente utilizadas en modelos de cocción.

Debe tenerse en cuenta que las correlaciones con el contenido de agua deben utilizarse con precaución; el contenido de agua medio a una determinada temperatura (y tiempo) obtenido para las muestras de pequeño tamaño será en general muy diferente al contenido de agua de una muestra de gran tamaño, ya que la dinámica de pérdida de agua es muy diferente. En este sentido, estimar el cambio de color total a partir del contenido de agua será factible para las muestras de pequeño tamaño, pero no para las muestras de mayor tamaño, ya que poseen un mayor contenido de agua a pesar de haber alcanzado la misma temperatura. En consecuencia, las ecuaciones cinéticas desarrolladas para el cambio de los parámetros  $a^*$  y  $L^*$  son más apropiadas ya que dependen sólo de la temperatura.



**Fig. 2.40.** Variación del área relativa en función del contenido de agua medio, para diferentes temperaturas. (■) 40°C; (□) 50°C; (▲) 60°C; (△) 70°C; (●) 80°C; (○) 90°C; (◆) 100°C. El dato a tiempo cero es común a todas las series. La línea punteada une los valores promedios de los grupos (sin el dato a tiempo 0). Los círculos son indicativos.



**Fig. 2.41.** Variación del cambio de color total en función del contenido de agua medio, para diferentes temperaturas. (■) 40°C; (□) 50°C; (▲) 60°C; (▲) 70°C; (●) 80°C; (●) 90°C; (◆) 100°C. El dato a tiempo cero es común a todas las series. La línea punteada une los valores promedios de los grupos (sin el dato a tiempo 0). Los círculos son indicativos.

## 2.9 Conclusiones

En este Capítulo se presentaron los resultados obtenidos al estudiar experimentalmente el proceso de cocción de cortes de músculo *semitendinosus* bovino.

En cuanto a las historias térmicas, se observó que la temperatura de la región superficial aumenta hasta alcanzar valores cercanos a 100°C, y luego se mantiene alrededor de este valor. Este comportamiento indica que el contenido de agua en la superficie es suficiente para mantener un flujo de evaporación que limita el aumento de temperatura superficial, evitando además la formación de una corteza deshidratada de gran espesor y el desplazamiento del frente de evaporación al interior del producto, lo que es confirmado por observación de imágenes de cortes transversales de las muestras cocidas. La observación de tal comportamiento es importante para el desarrollo de modelos de cocción, ya que para estas circunstancias, puede recurrirse a modelos más simples de transferencia de energía que no incorporen un frente móvil de evaporación.

Por otro lado, una vez que la temperatura superficial alcanza valores aproximadamente constantes, la variación interna de temperatura sigue patrones similares, independientemente de la temperatura del horno; en cierto sentido, se comporta como un problema de temperatura impuesta una vez que la superficie alcanza temperaturas cercanas a 100°C.

En cuanto a la determinación de la pérdida de peso se encontró que la misma es sustancial en todos los casos; además se desarrolló un procedimiento para estimar las contribuciones de las pérdidas por evaporación y drenado en la pérdida de peso total, encontrándose que las mismas poseen ordenes similares. Estas mediciones realizadas son consideradas de gran importancia dado que los trabajos que reportan estos fenómenos son muy limitados; por otro lado, son importantes para realizar la formulación y validación de modelos de cocción que incorporen ambos mecanismos de pérdida de peso.

Asimismo, experimentalmente se determinó que los cambios de tamaño de diferentes muestras de músculo *semitendinosus* durante la cocción en un horno convectivo son de gran magnitud, los mismos están asociados a la desnaturalización de las proteínas de la carne y la pérdida de peso evidenciada. En las condiciones utilizadas se observó encogimiento del ancho y el largo de las muestras, pero aumento de la altura, comportamiento que fue reportado en la literatura y será merecedor de futuras investigaciones.

El modelado geométrico se realizó utilizando un sistema de visión computacional desarrollado *ad-hoc*. Esto permitió obtener modelos geométricos de diferentes muestras de músculo *semitendinosus* ya cocidas; a partir de los mismos, se desarrolló una estrategia simple para obtener los modelos geométricos de las muestras crudas. Más allá de los resultados mostrados en este Capítulo, el modelado geométrico de materiales alimenticios fue un tópico abordado en forma más general y sobre el cual se realizaron diversos aportes; por simplicidad los mismos son presentados en forma separada en el Anexo 1.

Los coeficientes de transferencia de calor y materia durante la cocción de muestras de músculo *semitendinosus* en hornos convectivos fueron estimados experimentalmente y mediante correlaciones de literatura. Los valores obtenidos son similares a los reportados en literatura para productos y condiciones análogas a las presentes. Los valores del coeficiente de transferencia de materia estimados por el uso de analogías calor-materia y a partir del método experimental son muy diferentes; en

este sentido, la influencia de la acumulación de vapor de agua en el horno, así como la sensibilidad de los modelos de cocción al coeficiente de transferencia de materia, será explorada en el Capítulo 3, cuando se evalúen diferentes modelos de cocción.

Paralelamente a los ensayos de cocción en el horno, se realizaron experiencias de cocción por inmersión de muestras pequeñas, con el fin de determinar la capacidad de retención de agua y otros parámetros de calidad, y su relación con la temperatura.

La capacidad de retención de agua es una característica de gran importancia, ya que el contenido de agua por encima de su valor se encuentra en forma libre y afecta tanto a índices de calidad como a la forma en que el agua es transportada dentro de una pieza de carne durante la cocción. En este sentido, se obtuvo una relación simple de la capacidad de retención de agua en función de la temperatura que será utilizada en modelos de cocción desarrollados en el Capítulo 3.

En cuanto a los diferentes índices de calidad analizados, se encontró que los cambios más importantes son los de parámetros de color; la variación de  $a^*$  es la más importante durante la cocción, dado que refleja el cambio de color rosado o rojo del producto crudo a un color marrón, característico del producto cocido y es responsable de tal percepción por el consumidor. Por otro lado, es importante destacar que el comportamiento de  $L^*$  (el aumento y disminución) puede no ser de importancia ya que a los tiempos y temperaturas alcanzadas en las pruebas de cocción los valores de  $L^*$  tienden a los valores iniciales. Por la misma razón, la mayor influencia en el cambio de color total  $\Delta E^*$  estará dada por el cambio de  $a^*$ . Las expresiones cinéticas desarrolladas son válidas mientras no se produzca la formación de una corteza deshidratada, donde el contenido de agua es menor a la capacidad de retención de agua y la temperatura supere los 100°C, lo que puede suceder en la superficie del producto durante la cocción. Las mismas pueden acoplarse a los modelos de cocción desarrollados en el Capítulo 3.

# Capítulo 3

## Evaluación de modelos de cocción

<b>3.1</b>	<b>Introducción</b>	66
<b>3.2</b>	<b>Modelo 1</b>	70
3.2.1.1	<i>Propiedades físicas</i>	70
3.2.1.2	<i>Estimación de la pérdida de peso</i>	72
<b>3.2.1</b>	<b>Solución numérica</b>	72
<b>3.2.2</b>	<b>Resultados</b>	74
<b>3.3</b>	<b>Modelo 2</b>	76
<b>3.3.1</b>	<b>Resultados</b>	76
<b>3.4</b>	<b>Modelo 3</b>	78
<b>3.4.1</b>	<b>Estimación del parámetro <math>K_W</math></b>	79
<b>3.4.2</b>	<b>Resultados</b>	80
3.4.2.1	<i>Valores del parámetro <math>K_W</math></i>	80
3.4.2.2	<i>Modelo de cocción</i>	82
<b>3.5</b>	<b>Modelo 4</b>	87
<b>3.5.1</b>	<b>Resultados</b>	90
<b>3.6</b>	<b>Influencia de la acumulación de agua en el horno</b>	94
<b>3.6.1</b>	<b>Incorporación de la acumulación de agua en el horno</b>	94
<b>3.6.2</b>	<b>Resultados</b>	96
<b>3.7</b>	<b>Variación de índices de calidad durante la cocción</b>	101
<b>3.7.1</b>	<b>Parámetros de color</b>	101
<b>3.7.2</b>	<b>Esfuerzo de corte</b>	103
<b>3.8</b>	<b>Conclusiones</b>	105

### 3.1 Introducción

El hecho de que los productos cárneos que son sometidos a cocción en hornos posean un alto contenido de agua, y además el uso de temperaturas de aire generalmente superiores a los 100°C, determinan que el sistema pueda ser descrito, en principio, como un problema de Stefan, donde se producen grandes variaciones de las propiedades térmicas y un cambio de estado de la fase líquida del alimento en un frente de evaporación que gradualmente se desplaza al interior del producto (Bonacina *et al.*, 1973). Dada la dificultad de este tipo de formulaciones matemáticas, numerosos procesos térmicos realizados sobre alimentos sólidos han sido modelados utilizando la ley de Fourier para describir la transferencia de energía y la ley de Fick para la transferencia de masa, considerando propiedades físicas efectivas, y han sido resueltos a través de métodos numéricos, como diferencias, elementos o volúmenes finitos (Wang y Sun, 2003).

El modelado de la cocción de productos cárneos ha sido abordado por distintos autores, con diferentes grados de complejidad, en lo que respecta a propiedades térmicas, coeficientes de transferencia y condiciones de contorno, al método numérico empleado, las suposiciones realizadas respecto de la geometría, y fundamentalmente la rigurosidad del modelo resuelto. A continuación se describen trabajos reportados en la literatura que desarrollan o implementan modelos de cocción.

Bengtsson *et al.* (1976) midieron perfiles de temperatura y contenido de agua y grasa en muestras de músculo *semimembranosus* de forma rectangular cocidas en un horno experimental de convección natural, con temperaturas ambientes de 175°C y 225°C, y con temperaturas iniciales de -20°C y 5°C. El tiempo de cocción disminuyó y la pérdida de peso aumentó con la temperatura del horno; la cocción partiendo del estado congelado incrementó notablemente el tiempo de proceso y en menor medida la pérdida de peso. Hasta los 65–70°C la pérdida de peso parece deberse principalmente a evaporación desde la superficie húmeda de la muestra, y luego la pérdida de peso por drenado se torna significativa. Realizaron experimentos en diferentes condiciones de procesamiento (tiempo–temperatura) sobre láminas delgadas de las muestras para determinar la capacidad de retención de agua de las mismas. Para simular los perfiles de temperatura utilizaron el método de diferencias finitas en tres dimensiones, los mismos presentaron una tendencia similar a los experimentales. Los perfiles de contenido de

agua fueron calculados a partir de los perfiles de temperatura y la capacidad de retención de agua, presentando aceptable correlación con los perfiles experimentales.

Holtz y Skjöldebrand (1986) modelaron la transferencia de energía durante la cocción de pan de carne de geometría plana en un horno convectivo, con diferentes temperaturas de operación. Resolvieron el balance de energía por el método de diferencias finitas, considerando el sistema compuesto por dos regiones: el corazón y la corteza, con distintas propiedades térmicas. En base a las diferencias observadas entre las temperaturas obtenidas experimentalmente y las simuladas por el modelo, indicaron la necesidad de contar con propiedades térmicas más adecuadas, incorporar una mejor descripción de la zona de evaporación de agua, e incorporar al modelo la transferencia de masa acoplada a la transferencia de energía. Señalan además que la consideración realizada de tamaño constante del sistema, puede ser probablemente la principal razón de las diferencias halladas entre las temperaturas simuladas y experimentales en el centro de la muestra.

Otros trabajos publicados describen la transferencia interna de energía de acuerdo a la ley de Fourier y modelan la pérdida de agua sólo en la superficie. Singh *et al.* (1984) desarrollaron un modelo matemático para describir el proceso de cocción de carnes en hornos convectivos convencionales. Los autores afirman que durante todo el proceso de cocción una cantidad suficiente de agua libre (actividad de agua igual a la unidad) está disponible en la superficie. El modelo no considera movimiento interno de agua debido a flujo convectivo o difusión, sólo fue incorporada la pérdida de agua en la superficie. La condición de contorno superficial tiene en cuenta aportes convectivos y evaporativos, considerando que la presión de vapor de agua en el horno es variable debido a la incorporación del agua evaporada por el producto, y la pérdida de peso fue calculada por integración del flujo de agua superficial. El modelo fue resuelto por el método de diferencias finitas en un dominio rectangular, y los resultados del mismo fueron comparados con las mediciones de Bengtsson *et al.* (1976).

Townsend *et al.* (1989a) modelaron la cocción de carnes como un problema no-lineal de transferencia de energía con propiedades variables. El modelo consideró geometría cilíndrica y resolvieron el balance de energía con propiedades variables, convección y radiación superficial, y cambio de fase (asociado al balance de materia). Realizaron un estudio de la influencia de diferentes variables del modelo (masa de producto, relación longitud/diámetro, temperatura inicial, emisividad, etc.). El modelo fue validado contra soluciones analíticas para geometrías simples, y fue comparado con

recomendaciones generales de cocción. Indican que el cambio de fase y la pérdida de peso ocurren sólo en la superficie, y la temperatura en la misma nunca excede la temperatura de ebullición.

Huang y Mittal (1995) desarrollaron un modelo matemático para predecir la temperatura y el contenido de agua de esferas de carne picada (e ingredientes adicionales en baja proporción), cocidas en un horno empleando convección forzada y natural, y por inmersión en un baño de agua caliente. El modelo considerando transferencia simultánea de materia (excepto para el caso de inmersión) y energía fue resuelto utilizando el método de diferencias finitas, con propiedades físicas constantes, calculadas para minimizar la diferencia entre los valores experimentales y simulados. Obtuvieron buenas predicciones para las temperaturas en el centro térmico, no se muestran resultados para la temperatura superficial.

Chen *et al.* (1999) modelaron la transferencia simultánea de materia y energía en hamburguesas de pollo durante la cocción en un horno convectivo, con diferentes temperaturas del aire. El modelo fue resuelto por el método de elementos finitos, considerando geometría regular bidimensional axisimétrica. Utilizaron diferentes combinaciones de propiedades térmicas, obteniendo mejores predicciones con propiedades variables. El modelo evaluado considerando sólo transferencia de energía dio como resultado peores predicciones, indicando la necesidad de acoplar ambos fenómenos. En general obtuvieron buenas predicciones, tanto de temperatura, como de pérdida de peso. No se muestran resultados para la temperatura superficial.

Utilizando el mismo enfoque de modelado que Singh *et al.* (1984), Obuz *et al.* (2002) desarrollaron un modelo para predecir la transferencia simultánea de materia y energía en cortes de carne de forma cilíndrica, cocidos en un horno de convección forzada. Los resultados del modelo se compararon con datos experimentales obtenidos utilizando muestras de músculo *semitendinosus*. El modelo fue resuelto utilizando el método de diferencias finitas, con propiedades variables. Obtuvieron buenas predicciones de temperatura, no así para la pérdida de peso, debido a que las pérdidas por drenado no fueron consideradas. Similarmente, Obuz *et al.* (2004) usaron el mismo modelo para predecir los tiempos de cocción de muestras de *biceps femoris* y *longissimus lumborum*; obtuvieron resultados aceptables, pero no hacen referencia a la pérdida de peso.

Un intenso trabajo en el modelado y simulación del proceso de cocción por contacto de hamburguesas fue realizado por Zorrilla y Singh (2000, 2003). Zorrilla y



Singh (2000) desarrollaron un modelo unidimensional utilizando una formulación entálpica para dar cuenta de los cambios de fase involucrados y la formación de una frontera móvil, con diferentes propiedades térmicas en cada región; posteriormente, Zorrilla y Singh (2003) desarrollaron un modelo bidimensional con encogimiento radial, utilizando también una formulación entálpica para dar cuenta de los cambios de fase involucrados y la formación de una frontera móvil tanto en dirección longitudinal como radial. Encontraron que ambos modelos dan excelentes predicciones de la temperatura del punto más frío, y el modelo 2D da información más valiosa dado que considera la transferencia de energía en dirección radial.

Purlis y Salvadori (2005a) simularon la transferencia de materia y energía durante la cocción de cortes de piezas de músculo *semitendinosus* en un horno convectivo, por medio del método de elementos finitos, con propiedades constantes, utilizando dominios de simulación tridimensionales de forma irregular. La condición de contorno del balance de energía fue dividida en tres etapas: una etapa de puesta en régimen de la temperatura del horno; una etapa con temperatura del horno en régimen, hasta que la temperatura superficial alcanzó la isoterma de 100°C (aproximadamente); una etapa final de temperatura impuesta. El modelo predijo los valores experimentales de temperatura de manera aceptable, no así para la humedad final, dado que no se consideraron las pérdidas por drenado. Posteriormente incorporaron propiedades variables, obteniendo resultados similares (Purlis y Salvadori, 2005b).

Los trabajos publicados respecto de la cocción en hornos convectivos pueden clasificarse en dos grandes grupos: (i) hornos de convección forzada continuos o con recirculación de aire, generalmente con altas velocidades de transferencia de energía y aire seco, donde se produce una gran deshidratación de la superficie de la muestra y la temperatura superficial no se estabiliza en 100°C (Godsalve *et al.*, 1977; Skjöldebrand, 1980; Skjöldebrand y Hallström, 1980; Holtz *et al.*, 1986); (ii) hornos de convección natural o forzada discontinuos, con velocidades de transferencia de energía más bajas, donde la acumulación de vapor de agua en el horno limita la evaporación y la formación de una corteza deshidratada (Bengtsson *et al.*, 1976; Singh *et al.*, 1984; Obuz *et al.*, 2002); a este grupo pertenecen los resultados obtenidos en el Capítulo 2 de este trabajo de Tesis. En este contexto, el objetivo de este Capítulo es desarrollar modelos de cocción para las condiciones de trabajo descritas en el Capítulo 2, y evaluar su capacidad de predicción de tiempos de cocción y pérdida de peso, con especial énfasis en la contribución de los diferentes mecanismos de pérdida de peso.

## 3.2 Modelo 1

El modelo más simple del proceso de cocción puede plantearse de acuerdo a las siguientes suposiciones principales:

- Dentro del producto la transferencia de energía es sólo por conducción (ley de Fourier).
- En la superficie del producto se considera transferencia de energía por convección (y eventualmente radiación, usando un coeficiente de transferencia de energía efectivo); se consideran además las pérdidas de energía asociadas a la evaporación superficial de agua.
- El modelo no considera ningún tipo de transporte interno de agua; se asume que en todo momento existe suficiente agua en la superficie del producto de manera tal que el frente de evaporación se mantiene en la superficie del mismo.

El balance de energía resultante es entonces descrito por la Ec. (3.1) con la condición de contorno dada por la Ec. (3.2):

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (3.1)$$

$$-nk \nabla T = h_{ef} (T_s - T_h) + \lambda N \quad (3.2)$$

donde  $n$  es el vector normal exterior a la superficie, y  $N$  es el flujo de agua evaporada en la superficie por unidad de área (Ec. (3.3)). Este tipo de modelo fue utilizado, por ejemplo, por Singh *et al.* (1984), Chang *et al.* (1998) y Obuz *et al.* (2002).

$$N = k_g (a_w P_{sat}(T_s) - HR P_{sat}(T_h)) \quad (3.3)$$

### 3.2.1.1 Propiedades físicas

Singh *et al.* (1984) usaron propiedades constantes y Obuz *et al.* (2002) variables; ambos asumieron  $a_w$  igual a uno en la superficie. En este trabajo (para todos los

modelos presentados) las propiedades térmicas del producto se calcularon a partir de la composición y de las propiedades de los componentes individuales en función de la temperatura, suponiendo que las muestras sólo poseen agua y proteínas (dado que el contenido de grasa de las muestras es bajo, Jeremiah *et al.* (2003)). El contenido de agua inicial promedio de las muestras fue de 0.75 kg/kg (base húmeda). La capacidad calorífica y densidad se expresaron de acuerdo a las Ec. (3.4) y (3.5), respectivamente. Para la conductividad térmica se consideró la anisotropía debida a la orientación de las fibras; las Ec. (3.6) y (3.7) expresan la conductividad térmica paralela y perpendicular a las fibras, respectivamente;  $\phi_{agua}$  es la fracción volumétrica de agua (Ec. (3.8)) y  $x_w$  es el contenido de agua en base húmeda. Para las propiedades de los componentes individuales en función de la temperatura se usaron las expresiones desarrolladas por Choi y Okos (1986).

$$C_P = x_w C_{P,agua}(T) + (1 - x_w) C_{P,proteina}(T) \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{x_w}{\rho_w(T)} + \frac{(1 - x_w)}{\rho_p(T)} \quad (3.5)$$

$$k_{||} = \phi_{agua} k_{agua}(T) + (1 - \phi_{agua}) k_{proteina}(T) \quad (3.6)$$

$$\frac{1}{k_{\perp}} = \frac{\phi_{agua}}{k_{agua}(T)} + \frac{(1 - \phi_{agua})}{k_{proteina}(T)} \quad (3.7)$$

$$\phi_{agua} = \frac{x_w \rho}{\rho_{agua}} \quad (3.8)$$

La actividad de agua se expresó (para todos los modelos presentados) de acuerdo a Van der Sman (2007a, 2007b), (Ec. (3.9)), donde  $c$  es el contenido de agua en base seca.

$$a_w = 1 - \frac{0.08}{c} \quad (3.9)$$

### 3.2.1.2 Estimación de la pérdida de peso

La pérdida de peso producida por evaporación a un tiempo determinado  $PP_E(t)$  (kg) se obtiene por integración del flujo de agua evaporada  $N$  (Ec. (3.3)) en la frontera  $\Gamma$  del dominio y en el tiempo:

$$PP_E(t) = \int_0^t \left[ \int_{\Gamma} N(\Gamma, t) d\Gamma \right] dt \quad (3.10)$$

En forma similar a Obuz *et al.* (2002), las pérdidas por evaporación se usaron para obtener un contenido de agua medio  $\bar{c}$  (base seca) que es usado para evaluar las propiedades físicas:

$$\frac{d\bar{c}}{dt} = -\frac{1}{m_{ss}} \int_{\Gamma} N(\Gamma, t) d\Gamma \quad (3.11)$$

con  $\bar{c}(t_0)$  igual al contenido de agua inicial (base seca), y  $m_{ss}$  la masa de sólido seco de la muestra; a partir de ésta se obtiene el contenido de agua medio en base húmeda usado para evaluar las propiedades físicas:

$$x_w(t) = \frac{\bar{c}(t)}{\bar{c}(t) + 1} \quad (3.12)$$

Para este modelo en particular, se evaluó un único valor de  $a_w$  para toda la superficie, usando un contenido de agua medio  $\bar{c}$ .

### 3.2.1 Solución numérica

Las simulaciones del modelo de cocción (y de los modelos presentados en Secciones posteriores) fueron realizadas usando el método de elementos finitos en COMSOL™ Multiphysics (COMSOL AB), para cada una de las muestras utilizadas en las experiencias de cocción del Capítulo 2.

Para cada muestra se utilizó:

- La temperatura inicial y el contenido de agua medido experimentalmente como condición inicial para los balances de energía y materia, respectivamente.
- El modelo geométrico de la muestra cruda (obtenido por escalado del correspondiente a cada muestra cocida; ver Sección 2.5), sin considerar los cambios de tamaño que se producen durante la cocción.
- El valor del coeficiente de transferencia de energía efectivo  $h_{ef}$  estimado a partir de las pruebas experimentales (ver Sección 2.6.1).
- El valor del coeficiente de transferencia de materia  $k_g$  obtenido experimentalmente, asumiendo humedad relativa cero en el horno (ver Sección 2.6.4).
- El perfil experimental de temperatura de horno (realizando una interpolación para obtener las temperaturas a tiempos intermedios y mayores a los experimentales; ver Apéndice D.2).

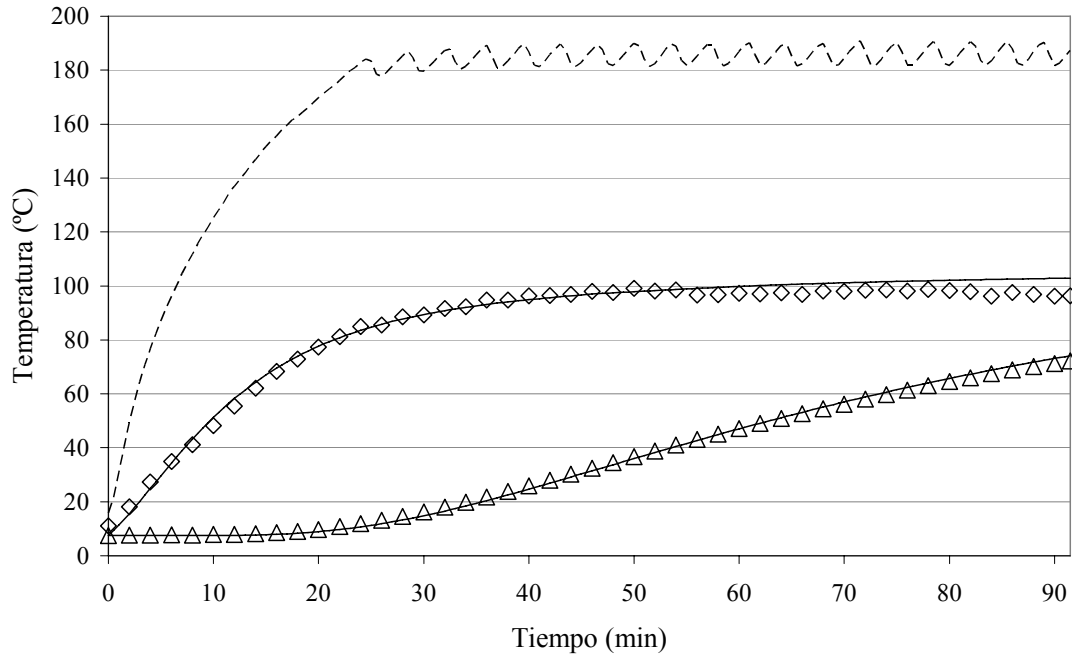
Los modelos geométricos fueron mallados utilizando tetraedros deformados con los parámetros de mallado más grueso del software; se utilizaron, en promedio, 6400 elementos finitos, lo que determina que se resuelven, en promedio, 11400 incógnitas para cada variable del modelo, a cada paso de tiempo. El software utilizado emplea un esquema de integración implícito con paso de tiempo variable, combinado con el método de Newton para resolver el sistema de ecuaciones no lineales resultante. El Apéndice B provee una breve descripción de la forma de funcionamiento del método de elementos finitos en COMSOL. El tiempo de simulación fue fijado como 10 min más que los tiempos de cocción experimentales, utilizando un paso de tiempo para almacenar la solución de 30 s. Es importante destacar que los tiempos de cocción simulados se calcularon utilizando el tiempo almacenado para el cual la temperatura sobrepasó 72°C; es decir, no se realizó una interpolación en la curva de temperatura simulada para hallar el tiempo de cocción.

El error entre los perfiles de temperatura simulados y experimentales fue determinado por medio del error relativo absoluto medio:

$$ERAM(\%) = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{T_{i,sim} - T_{i,exp}}{T_{i,exp}} \right| \quad (3.13)$$

### 3.2.2 Resultados

La Fig 3.1 muestra los perfiles de temperatura experimentales y simulados para la muestra #3. Resultados de similar precisión se obtuvieron para las otras muestras.



**Fig. 3.1.** Comparación entre temperaturas experimentales (símbolos) y simuladas (líneas continuas). ( $\diamond$ ) Superficie; ( $\triangle$ ) centro; (--) ambiente.

Las Tablas 3.1 y 3.2 muestran los resultados obtenidos para todas las muestras. El error promedio en la predicción de tiempos de cocción es de 4.44%, con todos los tiempos predichos menores a los experimentales (3.50 min en promedio, y 4.5 min como máximo). El error promedio en las pérdidas de peso por evaporación es de 28.15%, mientras que para la pérdida de peso total es 50.55% (equivalente a 0.1172 kg), dado que las pérdidas por drenado no son consideradas en el modelo.

Los resultados de Obuz *et al.* (2002) presentan un error promedio en la predicción de tiempos de cocción de 3.15%, y 20.07% en la predicción de pérdida de peso, el cual es mejor que el encontrado aquí. Esto se debe a que utilizaron un horno con velocidad de aire de 22 m/s, el cual provee coeficientes de transferencia de energía entre 70 y 78 W/(m<sup>2</sup> °C). En esas condiciones, el agua líquida en la superficie es mayormente evaporada en lugar de drenar, y el modelo da mejores predicciones; incluso

en algunas simulaciones los valores simulados de pérdida de peso fueron mayores a los experimentales.

Como puede verse, para valores bajos del coeficiente de transferencia de energía el modelo produce una marcada subestimación de la pérdida de peso total, ya que las pérdidas por drenado no son consideradas. Para que el modelo pueda predecir estas pérdidas, en el presente trabajo de Tesis se propone introducir modificaciones simples, las cuales se describen en el Modelo 2.

**Tabla 3.1.** Predicción de tiempos de cocción y diferencias entre perfiles de temperatura.

Muestra	T <sub>h</sub> media, en régimen (°C)	Peso inicial (kg)	Tiempo de cocción (min)		ERAM (%)	
			Experimental	Simulado	Centro	Superficie
#1	212.9	1.0799	87.50	83.00	2.54	2.46
#2	223.5	0.7406	75.00	71.50	3.84	1.76
#3	185.4	0.9718	91.50	88.50	3.88	3.26
#4	193.8	0.6325	74.00	69.50	2.52	2.38
#5	197.3	0.4900	63.00	61.50	2.79	4.25
#6	172.8	0.7795	78.50	74.50	1.47	0.99

**Tabla 3.2.** Predicción de pérdida de peso.

Muestra	Pérdida de peso experimental (kg)			Pérdida de peso simulada (kg)
	Total	Evaporación	Drenado	
#1	0.4068	0.2358	0.1710	0.1975
#2	0.2276	0.1154	0.1122	0.1344
#3	0.2674	0.1214	0.1460	0.1446
#4	0.1679	0.0785	0.0894	0.0737
#5	0.1135	0.0338	0.0797	0.0621
#6	0.2081	0.1042	0.1039	0.0758

### 3.3 Modelo 2

En este modelo se propone realizar una modificación empírica simple del primero, la cual consiste en expresar la concentración media de agua  $\bar{c}$  del producto como:

$$\frac{d\bar{c}}{dt} = -\frac{1}{m_{ss}} \int_{\Gamma} N(\Gamma, t) d\Gamma - R \quad (3.14)$$

donde el término  $R$  es introducido para mejorar la capacidad de predicción de pérdida de peso. El valor del término  $R$  es directamente obtenido a partir de las pruebas experimentales, dividiendo las pérdidas de peso producidas por drenado por la masa de sólido seco y el tiempo; la Tabla 3.3 muestra los valores de  $R$  obtenidos en las experiencias de cocción del Capítulo 2 (Sección 2.3). Es importante destacar que ésta es sólo una aproximación empírica, ya que no da cuenta de manera alguna de los mecanismos de transferencia interna de agua. La pérdida de peso estimada por drenado  $PP_D(t)$  para un tiempo de cocción determinado es finalmente calculada como:

$$PP_D(t) = Rm_{ss}t \quad (3.15)$$

**Tabla 3.3.** Valores experimentales de drenado, a partir del parámetro  $R$ .

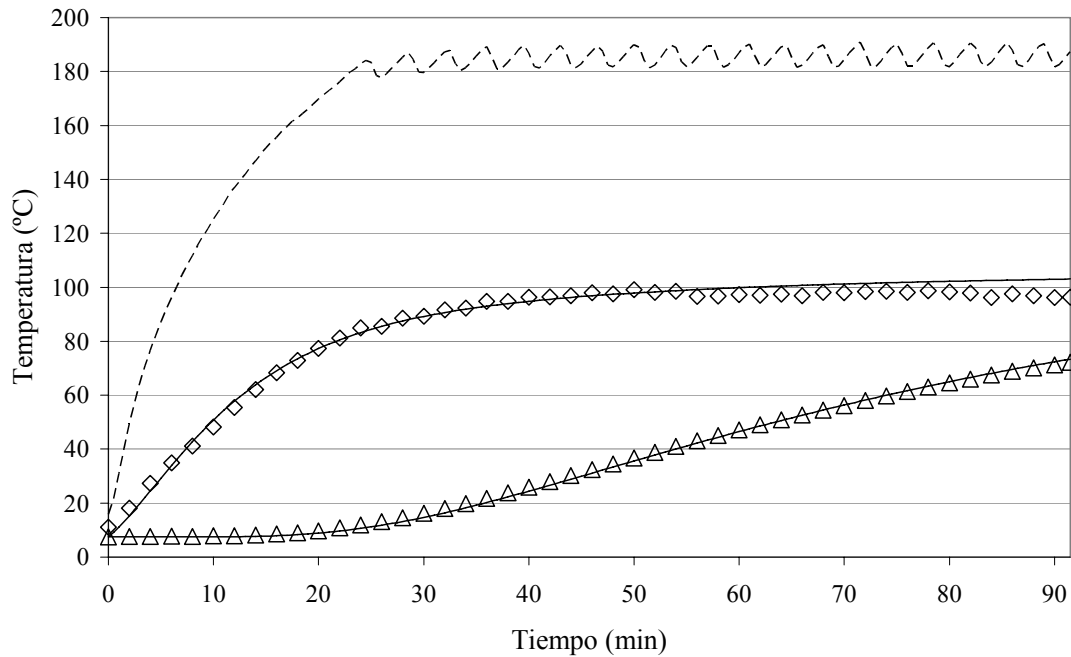
Muestra	$R \times 10^4$ (kg agua/(kg sólido seco s))
#1	1.2335
#2	1.2533
#3	0.9995
#4	1.2638
#5	1.8544
#6	1.3048

#### 3.3.1 Resultados

La Fig 3.2 muestra los perfiles de temperatura experimentales y simulados para la muestra #3, los cuales prácticamente coinciden con las temperaturas predichas por el



Modelo 1 mostrados en la Fig. 3.1. Las Tablas 3.4 y 3.5 muestran los resultados obtenidos para todas las muestras.



**Fig. 3.2.** Comparación entre temperaturas experimentales (símbolos) y simuladas (líneas continuas). (◇) Superficie; (△) centro; (--) ambiente.

El error promedio en la predicción de tiempos de cocción es de 3.49%, con todos los tiempos predichos menores a los experimentales (2.75 min en promedio, y 4 min como máximo). El error promedio en las pérdidas de peso por evaporación es de 28.27%, para las pérdidas por drenado es de 3%, y para la pérdida de peso total de 11.77% (equivalente a 0.0248 kg). Como puede verse, esta modificación simple del modelo produce una marcada mejora en la predicción de pérdida de peso total.

**Tabla 3.4.** Predicción de tiempos de cocción y diferencias entre perfiles de temperatura.

Muestra	T <sub>h</sub> media, en régimen (°C)	Peso inicial (kg)	Tiempo de cocción (min)		ERAM (%)	
			Experimental	Simulado	Centro	Superficie
#1	212.9	1.0799	87.50	84.00	2.07	2.40
#2	223.5	0.7406	75.00	72.50	3.21	1.72
#3	185.4	0.9718	91.50	89.50	4.05	3.32
#4	193.8	0.6325	74.00	70.50	1.98	2.32
#5	197.3	0.4900	63.00	62.00	2.75	4.23
#6	172.8	0.7795	78.50	74.50	1.26	0.99

**Tabla 3.5.** Predicción de pérdida de peso.

Muestra	Pérdida de peso experimental (kg)			Pérdida de peso simulada (kg)		
	Total	Evaporación	Drenado	Total	Evaporación	Drenado
#1	0.4068	0.2358	0.1710	0.3610	0.1929	0.1681
#2	0.2276	0.1154	0.1122	0.2363	0.1279	0.1085
#3	0.2674	0.1214	0.1460	0.2828	0.1400	0.1428
#4	0.1679	0.0785	0.0894	0.1533	0.0681	0.0852
#5	0.1135	0.0338	0.0797	0.1391	0.0607	0.0784
#6	0.2081	0.1042	0.1039	0.1696	0.0704	0.0993

Debe tenerse en cuenta que el valor de  $R$  fue obtenido experimentalmente, razón por la cual los errores de predicción de pérdida por drenado son bajos, y se deben al fundamentalmente al error en la predicción del tiempo de cocción, que incide directamente en la Ec. (3.15). Para muestras procesadas en condiciones diferentes se debe obtener este valor. Además, las pérdidas por drenado no se producen en todo momento, es decir, dependen de la velocidad de calentamiento; como fue planteado el modelo las pérdidas por drenado aumentan linealmente con el tiempo de cocción.

### 3.4 Modelo 3

En este modelo se incorpora un balance interno de materia simple para describir la variación local del contenido de agua; el mismo establece que la velocidad de variación del contenido local de agua es proporcional a la demanda de agua (la diferencia entre el contenido de agua y la capacidad de retención de agua,  $c_{eq}$ , función de la temperatura). Es importante destacar que el balance de materia no considera el transporte interno de agua (por difusión o convección), sólo establece que el contenido local de agua disminuye hasta llegar a un valor de equilibrio, a diferentes velocidades, dependiendo de la temperatura y el contenido de agua local. El balance usado tiene entonces la forma:

$$m_{ss} \frac{dc}{dt} = -K_w (c - c_{eq}(T)) \tag{3.16}$$

y es resuelto para cada punto espacial de la muestra. Modelos similares fueron usados satisfactoriamente para predecir la variación de contenido de agua y grasa durante la cocción por contacto de hamburguesas (Pan *et al.*, 2000; Ou and Mittal, 2006, 2007). Para usar este modelo se debe conocer la capacidad de retención de agua en función de la temperatura, y el parámetro  $K_W$  (kg sólido seco/s). Debe notarse que a diferencia de los dos modelos anteriores, donde el contenido de agua se modela en forma macroscópica, en este modelo se obtiene una distribución interna de contenido de agua.

Integrando en el dominio  $\Omega$  los perfiles de contenido de agua, se obtiene el contenido de agua promedio  $\bar{c}$  :

$$\bar{c}(t) = \frac{1}{V} \int_{\Omega} c(\Omega, t) d\Omega \quad (3.17)$$

En base a los supuestos de la Ec. (3.16), es posible estimar a partir de esta concentración media las pérdidas por drenado  $PP_D(t)$ :

$$PP_D(t) = m_{ss} (c_0 - \bar{c}(t)) \quad (3.18)$$

Las pérdidas por evaporación son calculadas como en los modelos anteriores (Ec. (3.10)).

Alternativamente puede utilizarse un enfoque diferente: obtener una concentración media *real*, incorporando las pérdidas por evaporación en la Ec. (3.17), por lo cual la Ec. (3.18) estimaría la pérdida de peso total y las pérdidas por drenado se obtendrían por diferencia con las pérdidas por evaporación.

### 3.4.1 Estimación del parámetro $K_W$

Dado que no existen valores reportados en literatura del valor de  $K_W$ , el mismo debe ser determinado a partir de pruebas experimentales; en principio puede ser considerado constante o función de las variables de estado. Para estudiar la existencia de una posible dependencia de  $K_W$  con la temperatura se analizaron los mismos resultados que permitieron determinar  $c_{eq}$  (Capítulo 2, Sección 2.7). Dado el pequeño tamaño de

las muestras, es válido suponer que las mismas alcanzan rápidamente la temperatura del baño, y por consiguiente, su temperatura se mantiene constante e igual a la temperatura del baño de calentamiento  $T_{baño}$ . En consecuencia, de acuerdo al balance de materia (Ec. (3.16)) el contenido de agua es también uniforme en toda la muestra. En tales condiciones el balance de materia puede ser integrado analíticamente (Ec. (3.19)), y a partir de dicha solución se puede estimar  $K_W$  para cada temperatura de tratamiento.

$$c(t) = c_{eq}(T_{baño}) + (c_0 - c_{eq}(T_{baño})) \exp\left(-\frac{K_W}{m_{ss}} t\right) \quad (3.19)$$

### 3.4.2 Resultados

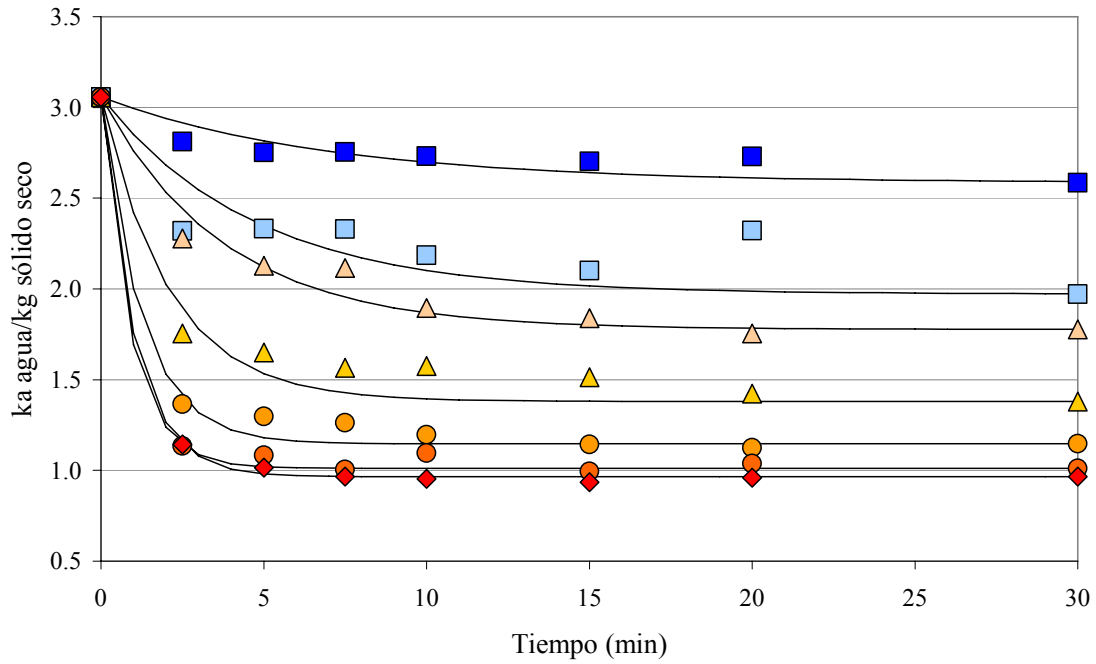
#### 3.4.2.1 Valores del parámetro $K_W$

Para cada temperatura de tratamiento se estimó el valor de  $K_W$ . La Fig. 3.3 muestra el ajuste del modelo (Eq. (3.19)) a los datos experimentales (el ajuste posee un error promedio de 3.18%), mientras que la Fig. 3.4 muestra los valores de  $K_W$  obtenidos por regresión para cada condición.

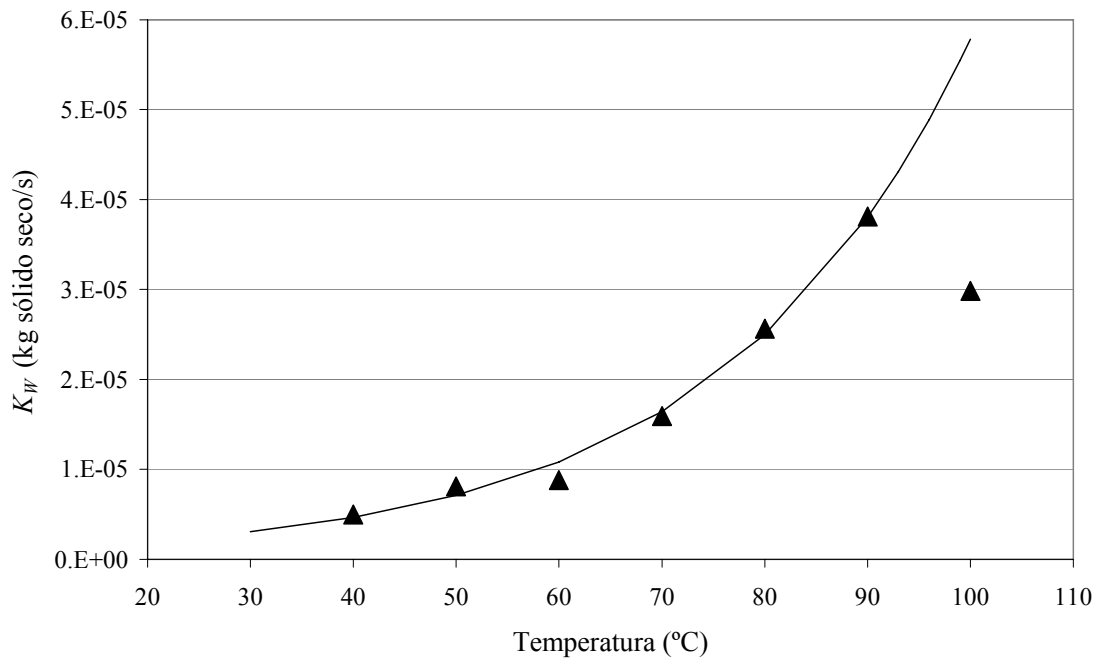
Los valores de  $K_W$  efectivamente presentaron una variación importante con la temperatura, la cual debe ser considerada en el modelo de cocción. En este sentido los datos de  $K_W$  se aproximaron con un modelo exponencial (Ec. (3.20)), con un error de 8%, cuya forma final fue:

$$K_W(T) = 4.669 \times 10^{-6} \exp\left(4.495 \times 10^{-2} \frac{1}{^\circ C} (T - 40)\right) \quad (3.20)$$

En el ajuste de esta expresión no se usó el dato correspondiente a 100°C ya que en las curvas de concentración media se observó un entrecruzamiento de las curvas correspondientes a 90 y 100°C (Fig. 3.3). Dado que  $c_{eq}$  es similar a estas temperaturas y que la dinámica es muy rápida comparada con el tiempo en que se midió experimentalmente, la precisión en la estimación del parámetro disminuye conforme aumenta la temperatura.



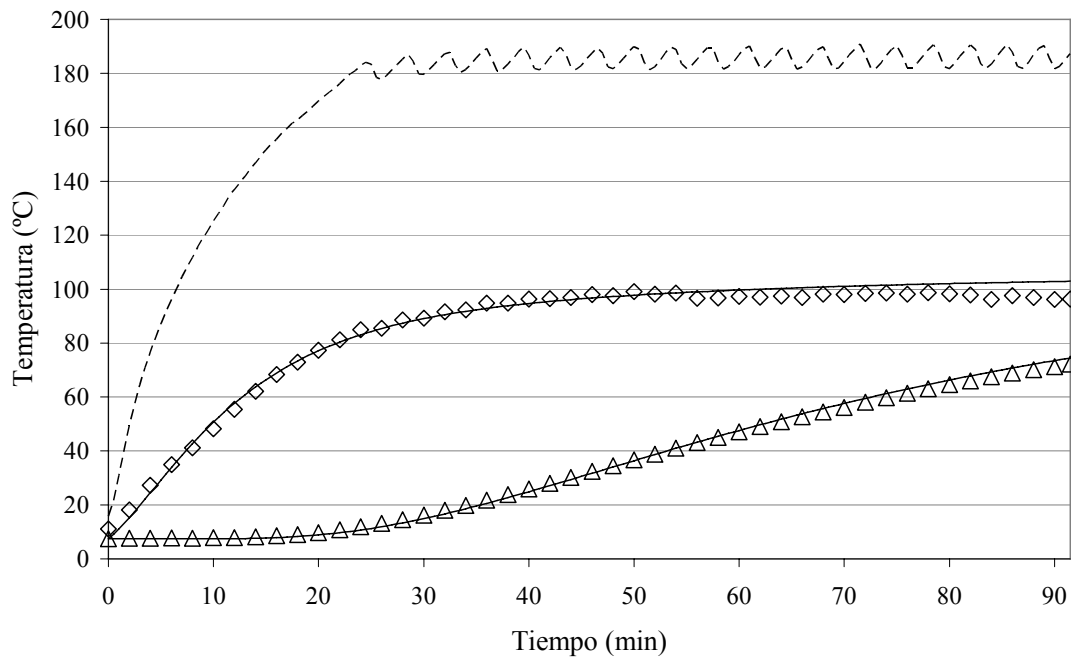
**Fig. 3.3.** Ajuste del modelo (líneas) a las series de datos de capacidad de retención de agua, para diferentes temperaturas (■) 40°C; (□) 50°C; (▲) 60°C; (▲) 70°C; (●) 80°C; (●) 90°C; (◆) 100°C.



**Fig. 3.4.** Variación del parámetro  $K_W$  (◆) con la temperatura del baño. Ajuste del modelo (línea).

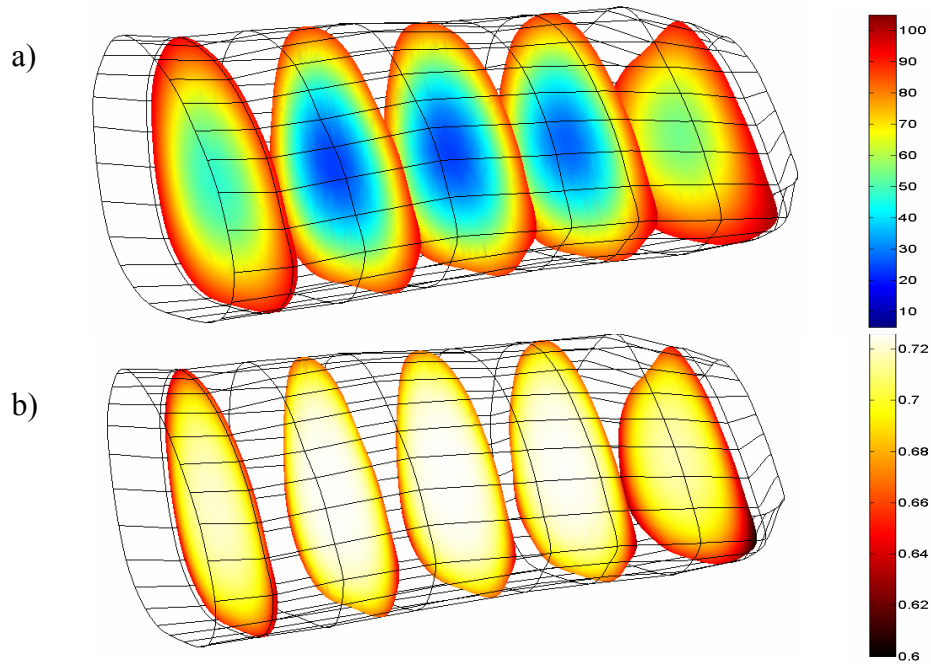
3.4.2.2 Modelo de cocción

La Fig 3.5 muestra los perfiles de temperatura experimentales y simulados para la muestra #3, que nuevamente son prácticamente coincidentes con los perfiles graficados en las Fig. 3.1 y 3.2.

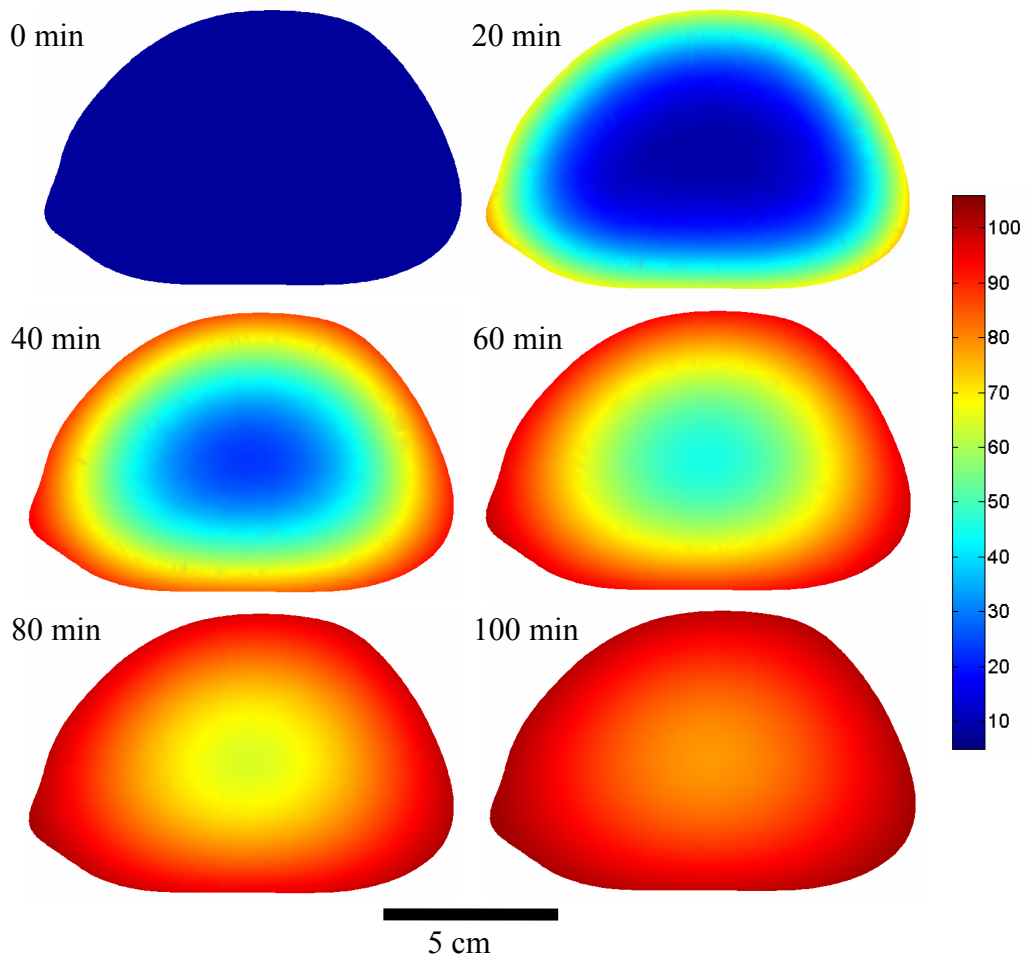


**Fig. 3.5.** Comparación entre temperaturas experimentales (símbolos) y simuladas (líneas continuas). ( $\diamond$ ) Superficie; ( $\triangle$ ) centro; (--) ambiente.

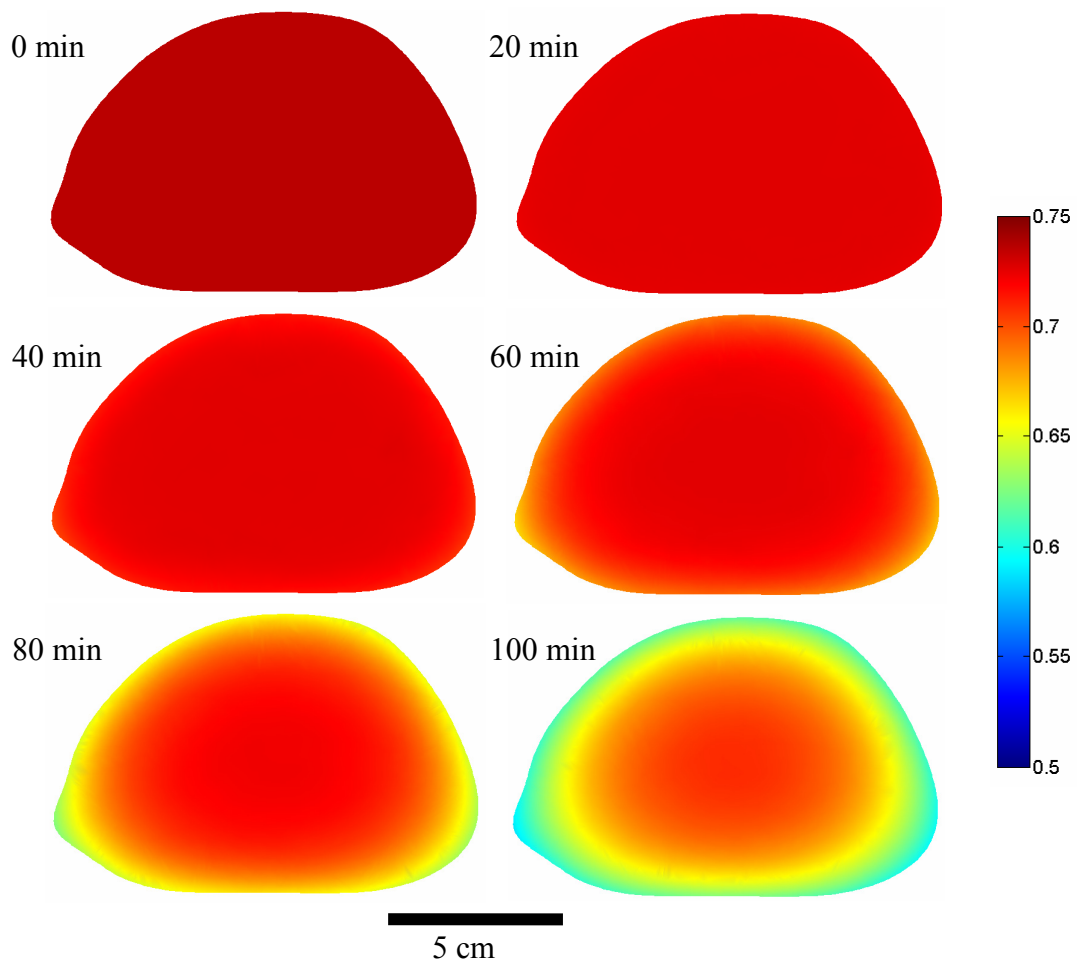
La Fig. 3.6 muestra la distribución interna de temperaturas y contenido de agua simuladas a un tiempo fijo, para la muestra #3, mientras que las Fig. 3.7 y 3.8 muestran la distribución de temperatura y contenido de agua, respectivamente, para la sección transversal media, a diferentes tiempos.



**Fig. 3.6.** Perfiles simulados de (a) temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) y (b) contenido de agua (base húmeda) a 40 min de cocción.



**Fig. 3.7.** Distribución de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) para la sección transversal media y diferentes tiempos de cocción.

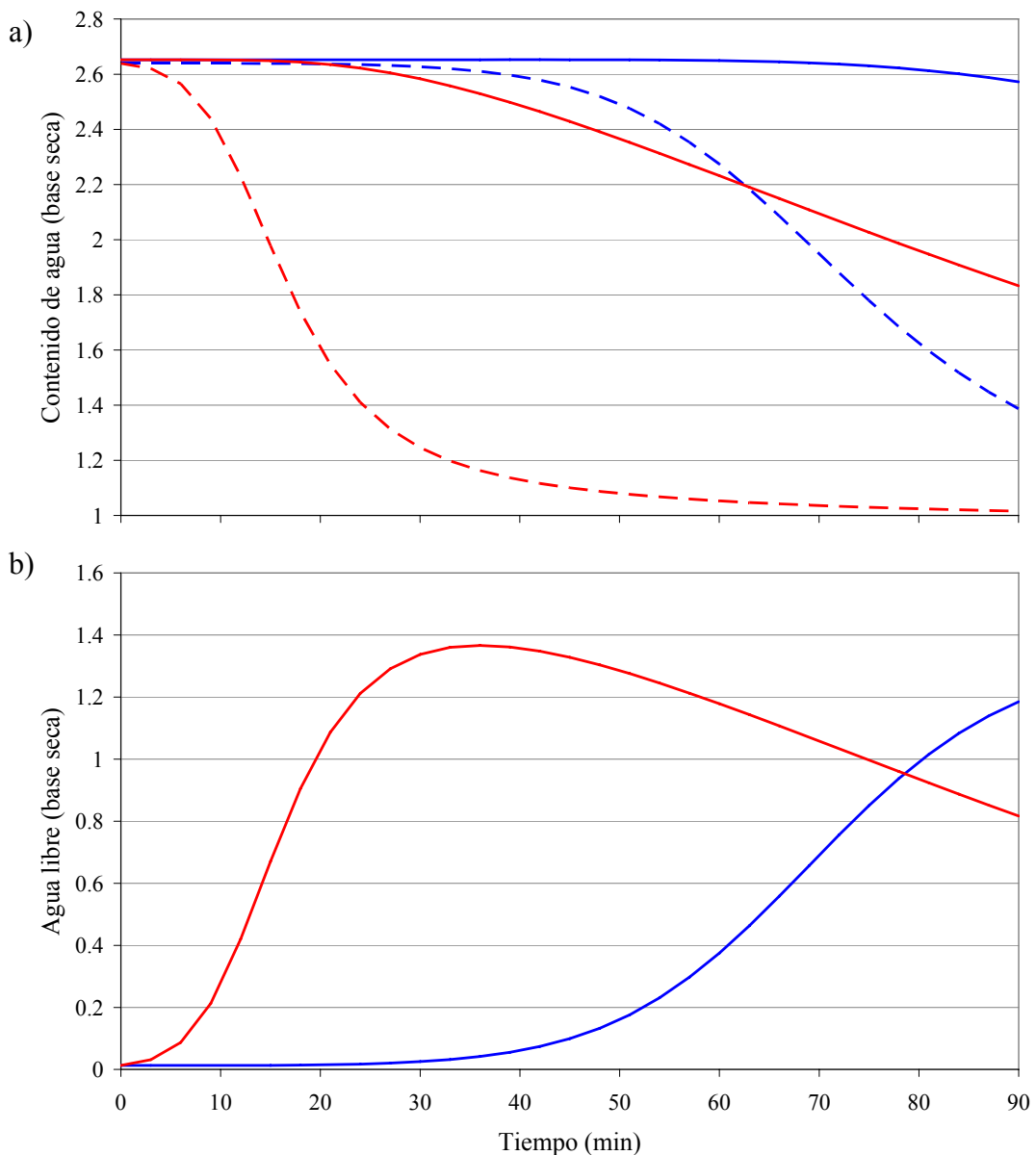


**Fig. 3.8.** Distribución de contenido de agua (base húmeda) para la sección transversal media y diferentes tiempos de cocción.

La Fig. 3.9a muestra la variación del contenido de agua y la capacidad de retención de agua para el centro de la muestra y un punto en las cercanías de la superficie (donde se midió la temperatura con termocupla); como puede verse, la variación del contenido de agua en el centro es más baja que en las cercanías de la superficie, y por otro lado, la variación de la capacidad de retención de agua es importante en ambos puntos, pero se producen en diferentes momentos. La diferencia entre el contenido de agua y la capacidad de retención de agua para dichos puntos es mostrada en la Fig. 3.9b; tal cantidad, llamada demanda de agua, establece una medida de la cantidad de agua líquida libre que puede ser perdida durante la cocción, y representa el término fuente utilizado en el balance de materia (Ec. (3.16)). Note que las zonas más cercanas a la superficie sufren un calentamiento más rápido, en consecuencia la capacidad de retención de agua desciende rápidamente y existe mayor cantidad de



agua libre; con el transcurso de la cocción, la evaporación superficial estabiliza la temperatura de la superficie en aprox. 100°C, estabilizando también la capacidad de retención de agua y produciendo un descenso del agua libre, ya que la concentración continúa disminuyendo hacia los valores de equilibrio. El mismo tipo de comportamiento se obtiene para regiones más centrales, pero con un retraso debido al calentamiento más lento. Realizando las simulaciones a tiempos mayores a los experimentales, todas las curvas de demanda de agua pasan por un máximo y retornan a cero a tiempos largos.



**Fig. 3.9.** (a) Variación del contenido de agua (líneas continuas) y la capacidad de retención de agua (líneas discontinuas) para el centro (azul) y un punto cercano a la superficie (rojo). (b) Agua libre para el centro (azul) y un punto cercano a la superficie (rojo).

Las Tablas 3.6 y 3.7 muestran los resultados obtenidos con el Modelo 3. El error promedio en la predicción de tiempos de cocción es de 4.84%, con todos los tiempos predichos menores a los experimentales (3.83 min en promedio, y 5 min como máximo). El error promedio en las pérdidas de peso por evaporación es de 28.18%, para las pérdidas por drenado es de 16.34%, y para la pérdida de peso total de 9.55% (equivalente a 0.0205 kg).

**Tabla 3.6.** Predicción de tiempos de cocción y diferencias entre perfiles de temperatura.

Muestra	T <sub>h</sub> media, en régimen (°C)	Peso inicial (kg)	Tiempo de cocción (min)		ERAM (%)	
			Experimental	Simulado	Centro	Superficie
#1	212.9	1.0799	87.50	83.00	2.49	2.39
#2	223.5	0.7406	75.00	70.00	4.51	1.71
#3	185.4	0.9718	91.50	88.00	3.97	3.27
#4	193.8	0.6325	74.00	69.50	2.61	2.33
#5	197.3	0.4900	63.00	62.00	2.58	4.21
#6	172.8	0.7795	78.50	74.00	1.48	1.02

**Tabla 3.7.** Predicción de pérdida de peso.

Muestra	Pérdida de peso experimental (kg)			Pérdida de peso simulada (kg)		
	Total	Evaporación	Drenado	Total	Evaporación	Drenado
#1	0.4068	0.2358	0.1710	0.3695	0.1918	0.1777
#2	0.2276	0.1154	0.1122	0.2489	0.1278	0.1210
#3	0.2674	0.1214	0.1460	0.2751	0.1393	0.1359
#4	0.1679	0.0785	0.0894	0.1444	0.0676	0.0768
#5	0.1135	0.0338	0.0797	0.1283	0.0603	0.0679
#6	0.2081	0.1042	0.1039	0.2265	0.0702	0.1563

Note que en el Modelo 2 se utilizó un valor  $R$  macroscópico constante para dar cuenta de la variación del contenido de agua medio; en este caso se tiene un valor distribuido (para cada posición espacial) variable de  $R$ . A partir de este tercer modelo se evaluó un valor promedio de  $R$  (Ec. (3.21)) y se lo comparó con los valores experimentales; la Tabla 3.8 muestra los resultados. Como puede verse los valores predichos son similares a los experimentales. La principal ventaja de este modelo

respecto al Modelo 2 es que puede utilizarse con diferentes velocidades de calentamiento (es decir, diferentes valores de coeficientes de transferencia de energía), sin necesidad de determinar experimentalmente el valor de  $R$ .

$$\bar{R} = \frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} \left( \int_{\Omega} \left( -\frac{K_w}{m_{ss}} (c - c_{eq}(T)) \right) d\Omega \right) dt \quad (3.21)$$

**Tabla 3.8.** Comparación de valores promedio de velocidades de drenado experimentales y predichos

Muestra	$R_{\text{exp}} \times 10^4$	$\bar{R} \times 10^4$ (Ec. (3.21))
#1	1.2335	1.3101
#2	1.2533	1.4156
#3	0.9995	0.9498
#4	1.2638	1.1361
#5	1.8544	2.4587
#6	1.3048	2.0548

Una ventaja adicional de este modelo es la facilidad con la cual se estimó el valor del parámetro  $K_w$  necesario, dado que se utilizaron las muestras de pequeño tamaño en experimentos simples, sin necesidad de resolver un problema inverso para las muestras utilizadas en las experiencias de cocción.

### 3.5 Modelo 4

Las muestras de carnes poseen un alto contenido de agua, por lo cual la difusión capilar de agua líquida es el mecanismo dominante de transferencia de agua en el interior del producto, mientras que la difusión molecular de vapor puede ser despreciada (Datta, 2007). Los modelos mecánicos de transporte pueden ser utilizados para la cocción de productos cárneos, ya sea en sus formas completas o simplificadas, con el conocimiento suficiente de todas las propiedades y coeficientes necesarios (Datta, 2007; Ni *et al.*, 1999). En este sentido, el último modelo evaluado en este trabajo implementa una versión simplificada donde se considera solamente el transporte de agua líquida, a

partir del modelo desarrollado por Van der Sman (2007a, 2007b). El mismo utiliza la teoría de Flory–Rehner para describir el transporte de agua dentro del producto, y establece que la presión de succión  $P$  (Ec. (3.22)) es proporcional a la demanda de agua (Ec. (3.23)), la cual es la diferencia entre el contenido de agua  $c$  y la capacidad de retención de agua  $c_{eq}$  en función de la temperatura.

$$P = E \times \rho_{ss} \times DA \quad (3.22)$$

$$DA = c - c_{eq}(T) \quad (3.23)$$

El gradiente de presión de succión determina el flujo de agua líquida dentro del producto, el cual es evaluado utilizando la ley de Darcy (Ec. (3.24)); este flujo de agua es entonces utilizado en la ecuación de continuidad (Ec. (3.25)) para describir la variación de contenido de agua dentro del producto; un enfoque similar fue utilizado por Watanabe *et al.* (2001) para describir la variación del contenido de agua durante la cocción de granos de arroz. Finalmente, el balance de energía (Ec. (3.26)) tiene en cuenta la transferencia de energía por conducción y además el aporte realizado por el término convectivo.

$$\rho_{ss} cu = -\frac{\kappa}{\nu} \nabla P \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial(\rho_{ss}c)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{ss}cu) = 0 \quad (3.25)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + C_{p,A} \rho_{ss} cu \nabla(T) = \nabla(k \nabla T) \quad (3.26)$$

En estas ecuaciones,  $E$  es una constante de proporcionalidad (Pa m<sup>3</sup>/kg),  $u$  es la velocidad (m/s),  $\nu$  es la viscosidad cinemática (m<sup>2</sup>/s),  $\kappa$  es la permeabilidad del medio (m<sup>2</sup>), y  $C_{p,A}$  es la capacidad calorífica del agua. En el modelo original Van der Sman (2007a, 2007b) la concentración se expresa en kg/m<sup>3</sup>, tal cantidad es expresada aquí como  $\rho_{ss}c$  (densidad de sólido seco por el contenido de agua en base seca).

Las condiciones de contorno para el sistema son que la presión es cero en la superficie, es decir, el contenido de agua es igual a la capacidad de retención de agua (Ec. (3.27)). Las pérdidas de peso por evaporación se calculan al igual que en los modelos anteriores (Ec. (3.10)); por otro lado, el flujo de agua drenada  $N_D$  (agua líquida que atraviesa la superficie) se calcula en la superficie considerando que  $P = 0$  (Ec. (3.28)), donde  $\rho_{ss}$  es la densidad de sólido seco; la pérdida de peso producida por drenado a un tiempo determinado  $PP_D(t)$  (kg) se obtiene por integración del flujo de agua drenada  $N_D$  (Ec. (3.28) en la frontera  $\Gamma$  del dominio y en el tiempo (Ec. (3.29)). La pérdida de peso total es finalmente la suma de las pérdidas de peso por evaporación y drenado (Ec. (3.30)).

$$c = c_{eq}(T_s) \quad (3.27)$$

$$N_D = -\frac{\kappa}{\nu} \nabla P \quad (3.28)$$

$$PP_D(t) = \int_0^t \left[ \int_{\Gamma} N_D(\Gamma, t) d\Gamma \right] dt \quad (3.29)$$

$$PP_T(t) = PP_D(t) + PP_E(t) \quad (3.30)$$

Los valores de los parámetros desconocidos pueden reunirse en un único coeficiente  $\gamma$  (m<sup>2</sup>/s) que debe ser determinado experimentalmente:

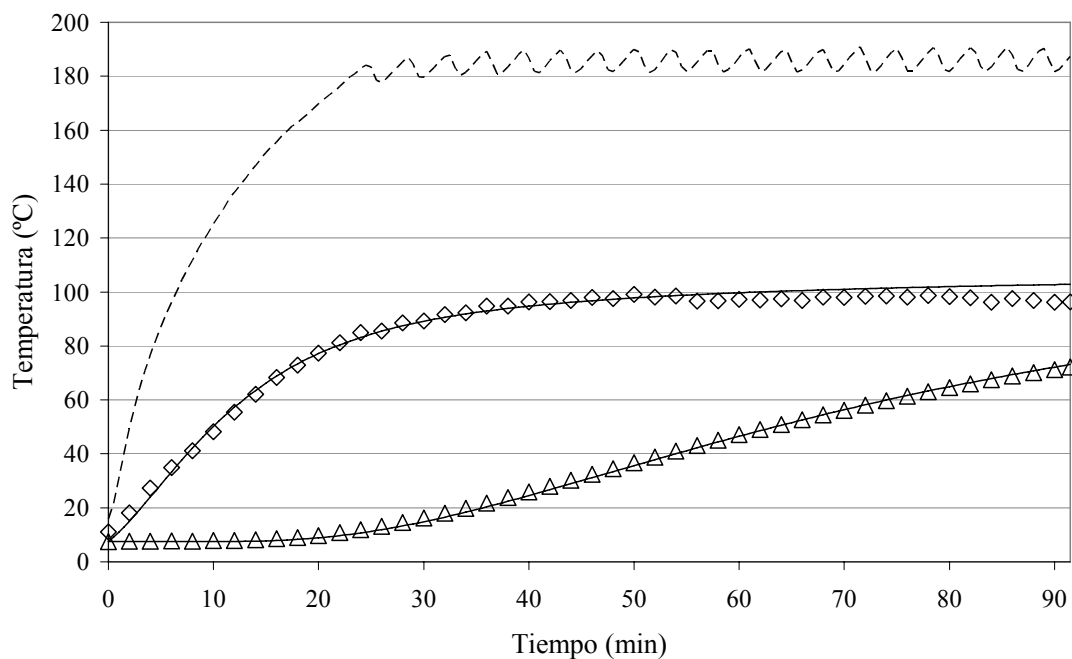
$$\gamma = \frac{E\kappa}{\nu} \quad (3.31)$$

Recientemente, Feyissa *et al.* (2009) utilizaron este modelo de cocción teniendo en cuenta el cambio de volumen de las muestras, pero no realizaron comparaciones con información experimental.

### 3.5.1 Resultados

Los resultados mostrados a continuación se obtuvieron usando un valor de  $\gamma = 2.05 \times 10^{-8}$ ; dicho parámetro puede establecerse variable en función de la temperatura y el contenido de agua, pero por simplicidad se utilizó un valor constante.

La Fig 3.10 muestra los perfiles de temperatura experimentales y simulados para la muestra #3, la cual es similar a los obtenidos con los modelos anteriores.



**Fig. 3.10.** Comparación entre temperaturas experimentales (símbolos) y simuladas (líneas continuas). ( $\diamond$ ) Superficie; ( $\triangle$ ) centro; (--) ambiente.

Las Tablas 3.9 y 3.10 muestran los resultados obtenidos con el Modelo 4. El error promedio en la predicción de tiempos de cocción es de 4.75%, con todos los tiempos predichos menores a los experimentales (3.75 min en promedio, y 7 min como máximo). El error promedio en las pérdidas de peso por evaporación es de 28%, para las pérdidas por drenado es de 18.65%, y para la pérdida de peso total de 13.52% (equivalente a 0.0257 kg).

**Tabla 3.9.** Predicción de tiempos de cocción y diferencias entre perfiles de temperatura.

Muestra	T <sub>h</sub> media, en régimen (°C)	Peso inicial (kg)	Tiempo de cocción (min)		ERAM (%)	
			Experimental	Simulado	Centro	Superficie
#1	212.9	1.0799	87.50	81.50	3.77	2.09
#2	223.5	0.7406	75.00	69.50	5.54	2.12
#3	185.4	0.9718	91.50	90.00	3.86	3.27
#4	193.8	0.6325	74.00	67.00	6.12	1.74
#5	197.3	0.4900	63.00	63.00	2.54	4.23
#6	172.8	0.7795	78.50	76.00	0.80	0.93

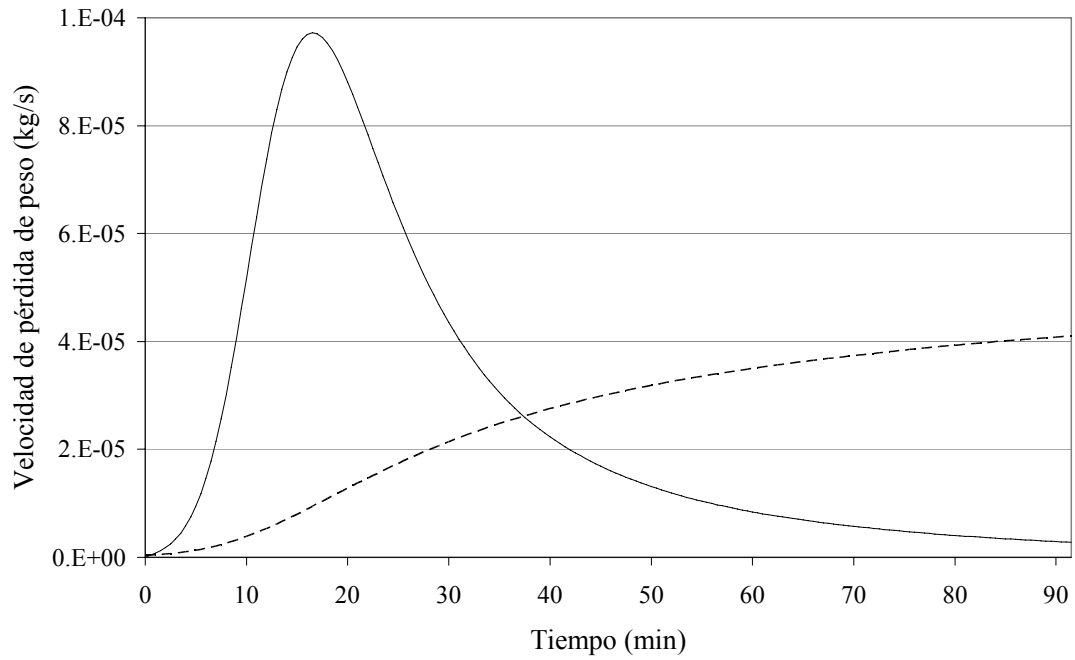
**Tabla 3.10.** Predicción de pérdida de peso.

Muestra	Pérdida de peso experimental (kg)			Pérdida de peso simulada (kg)		
	Total	Evaporación	Drenado	Total	Evaporación	Drenado
#1	0.4068	0.2358	0.1710	0.3698	0.2116	0.1582
#2	0.2276	0.1154	0.1122	0.2375	0.1426	0.0949
#3	0.2674	0.1214	0.1460	0.2855	0.1415	0.1440
#4	0.1679	0.0785	0.0894	0.1777	0.0855	0.0922
#5	0.1135	0.0338	0.0797	0.1559	0.0606	0.0953
#6	0.2081	0.1042	0.1039	0.2450	0.0736	0.1714

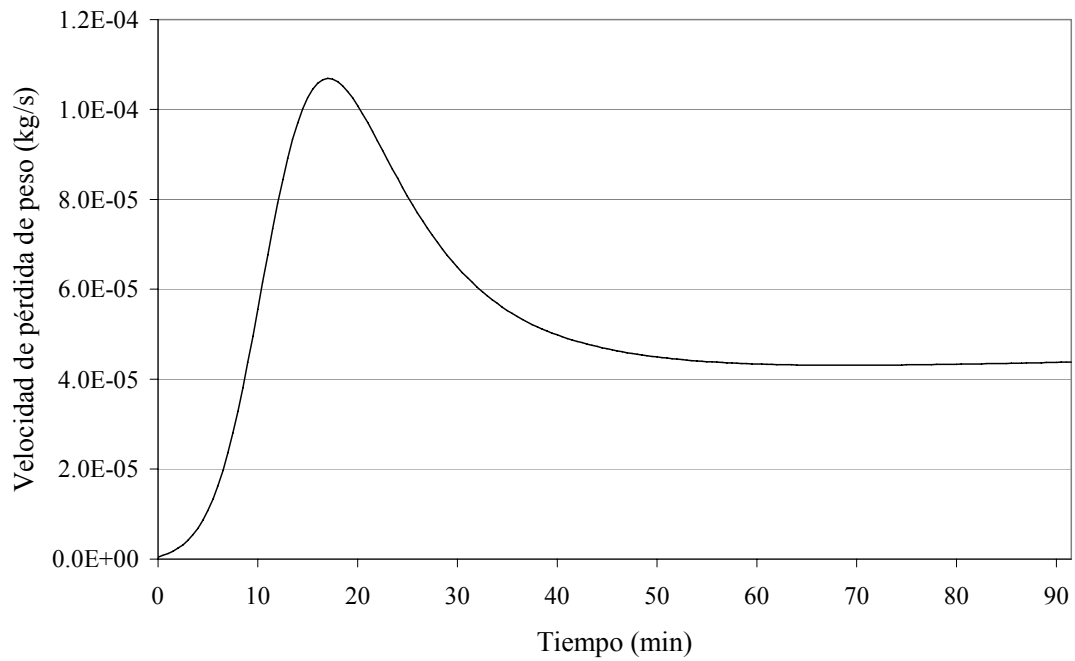
Las Fig. 3.11 y 3.12 muestran las velocidades simuladas de pérdida de peso de cada mecanismo y total, respectivamente. Como puede verse las pérdidas por drenado son predominantes en la pérdida de peso total durante la primera parte de la cocción, y posteriormente disminuyen tendiendo a cero. La Fig. 3.13 muestra la variación del contenido de agua medio con el tiempo de proceso y la Fig. 3.14 muestra la velocidad de pérdida de peso en función del contenido de agua medio. La forma de las curvas de velocidad de pérdida de peso en función del tiempo y del contenido de agua medio son similares a las curvas experimentales de pérdida de peso reportadas por Godsolve *et al.* (1977). La principal diferencia de este modelo respecto a los anteriores es que establece claramente el mecanismo de transporte interno de agua.

Es importante destacar que el valor del parámetro  $\gamma$  utilizado no se seleccionó usando un método inverso para minimizar el error de predicción sino que se asumió un

valor intermedio entre los reportados por van der Sman (2007a, 2007b); es de esperar que la precisión de este modelo mejore con valores más ajustados de dicho parámetro.

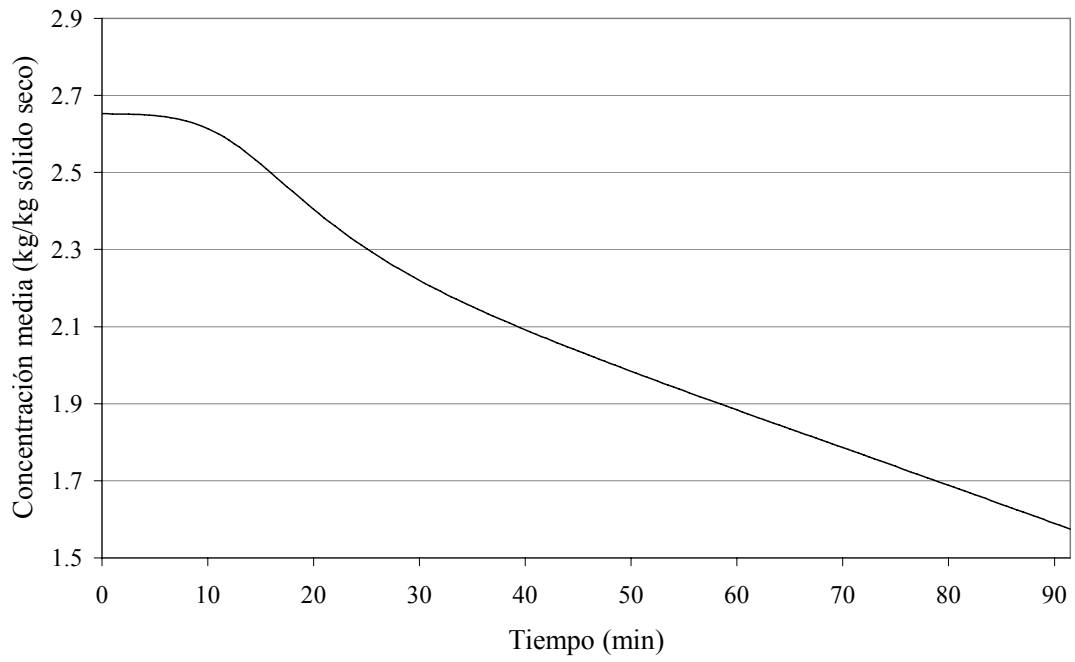


**Fig. 3.11.** Velocidades de pérdida de peso predichas por el modelo. (--) pérdidas por evaporación; (–) pérdidas por drenado.

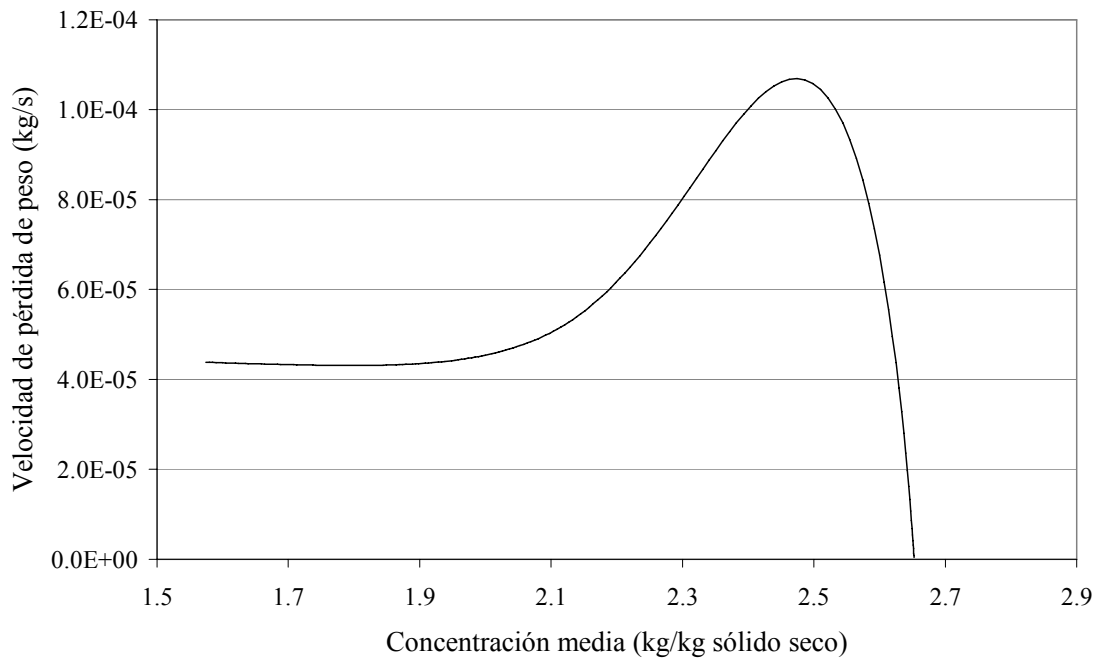


**Fig. 3.12.** Velocidad de pérdida de peso total predichas por el modelo.





**Fig. 3.13.** Variación del contenido de agua promedio con el tiempo de proceso.



**Fig. 3.14.** Variación de la velocidad de pérdida de peso en función del contenido de agua promedio.

### 3.6 Influencia de la acumulación de agua en el horno

El análisis de los modelos evaluados permite afirmar que todos poseen una capacidad de predicción de tiempos de cocción similar; en promedio, los valores predichos fueron entre 2.83 min (Modelo 1) y 3.83 min (Modelo 3) menores a los experimentales. Respecto a la pérdida de peso, el Modelo 3 presentó la mejor capacidad de predicción (9.55% de error, en promedio), con la ventaja adicional que puede adaptarse automáticamente a diferentes velocidades de calentamiento. Entonces, se eligió este modelo para evaluar el efecto de la incorporación en forma separada de los aportes energéticos debidos a la convección y la radiación, y además considerar el efecto de la acumulación de agua en el horno.

#### 3.6.1 Incorporación de la acumulación de agua en el horno

En las simulaciones realizadas hasta aquí la condición de contorno del balance de energía se expresó de acuerdo a la Ec. (3.2), usando el coeficiente de transferencia de energía efectivo. Ahora se utilizará el coeficiente de transferencia de energía convectivo y se considerará en forma separada el intercambio de energía por radiación (en este caso se expresan todas las temperaturas en K):

$$-nk\nabla T = h_c(T_s - T_h) + F\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_h^4) + \lambda N \quad (3.32)$$

Además el flujo de agua evaporada en la superficie se evalúa ahora utilizando el coeficiente de transferencia de materia obtenido a partir de la analogía calor–materia, a diferencia del valor experimental utilizado en las simulaciones previas.

El efecto de la acumulación de agua en el horno fue modelado de acuerdo a Singh *et al.* (1984), y Obuz *et al.* (2002). El horno no es hermético e intercambia gases con el ambiente exterior, por lo cual es correcto suponer que la presión del horno  $P_h$  permanece constante durante la cocción (igual a la presión atmosférica), y el número de moles totales en la fase gas del horno  $M_t$  depende de la temperatura, de acuerdo a la Ecuación de Estado de Gases Ideales (Ec. (3.33)), donde  $V_h$  es el volumen efectivo del horno y la temperatura del horno  $T_h$  se expresa en K.

$$M_t = \frac{P_h V_h}{RT_h} \quad (3.33)$$

Asumiendo mezclado perfecto en el horno, la velocidad de flujo de la corriente que sale del horno es igual a la velocidad de evaporación de agua desde la muestra de carne, ya que la presión debe permanecer constante; el balance de vapor de agua en el horno es entonces:

$$\frac{dM_w}{dt} = W(1 - y_w) \quad (3.34)$$

donde  $M_w$  es el número de moles de agua en la fase gas del horno,  $W$  es la velocidad de evaporación de agua (moles/s) de la muestra de carne (Ec. (3.35), obtenido por integración del flujo de agua evaporada  $N$  en la superficie del dominio), y  $y_w$  es la fracción molar de agua en la fase gas del horno (Ec. (3.36)).

$$W = \frac{1}{0.018} \int_{\Gamma} N(\Gamma, t) d\Gamma \quad (3.35)$$

$$y_w = \frac{M_w}{M_t} \quad (3.36)$$

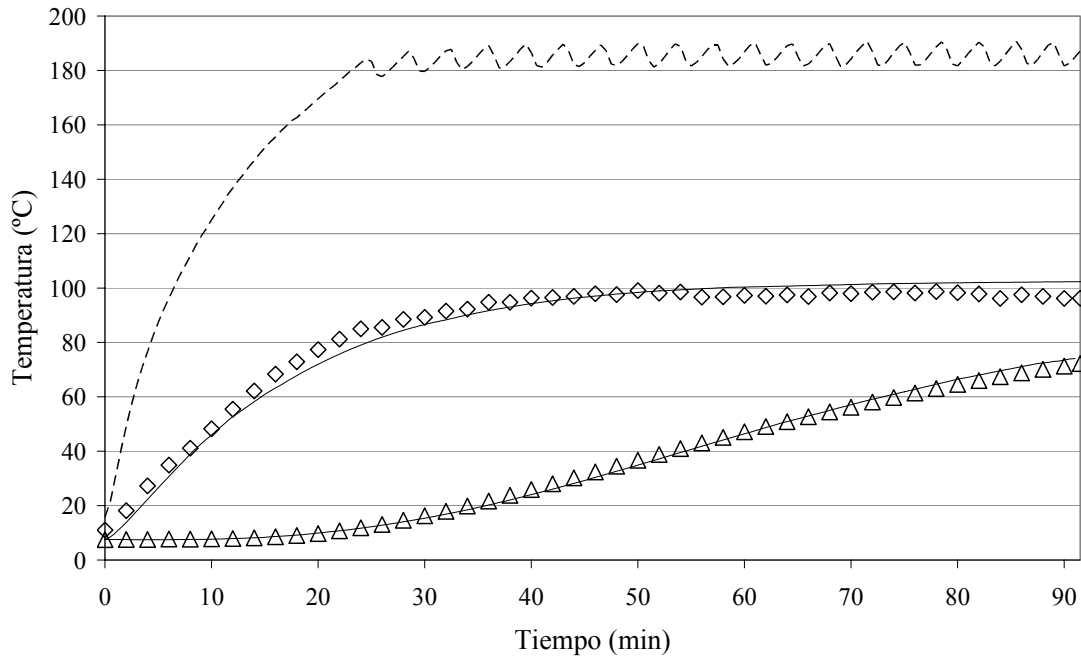
Finalmente, la humedad relativa del horno es calculada con la Ec. (3.37), la cual es utilizada para evaluar el flujo de agua evaporada en la superficie  $N$ , por medio de la condición de contorno dada por la Ec. (3.3). Alternativamente, combinando las Ec. (3.3) y (3.37) se obtiene la Ec. (3.38) para evaluar el flujo de agua evaporada en la superficie, la cual utiliza directamente la presión de vapor de agua en el horno; esta expresión se utilizó en la implementación del modelo de cocción.

$$HR = \frac{y_w P_h}{P_{sat}(T_h)} \quad (3.37)$$

$$N = k_g (a_w P_{sat}(T_s) - y_w P_h) \quad (3.38)$$

### 3.6.2 Resultados

La Fig 3.15 muestra los perfiles de temperatura experimentales y simulados para la muestra #3, la cual es muy similar a todos los modelos anteriores, excepto que inicialmente la velocidad de calentamiento de la superficie es levemente menor.

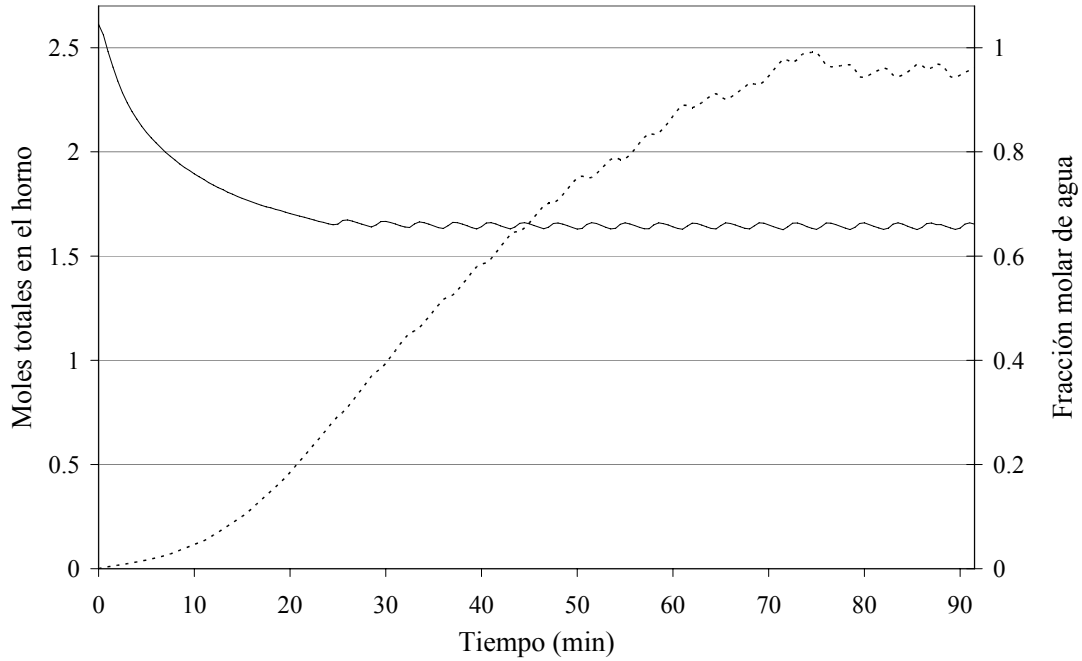


**Fig. 3.15.** Comparación entre temperaturas experimentales (símbolos) y simuladas (líneas continuas). ( $\diamond$ ) Superficie; ( $\triangle$ ) centro; (--) ambiente.

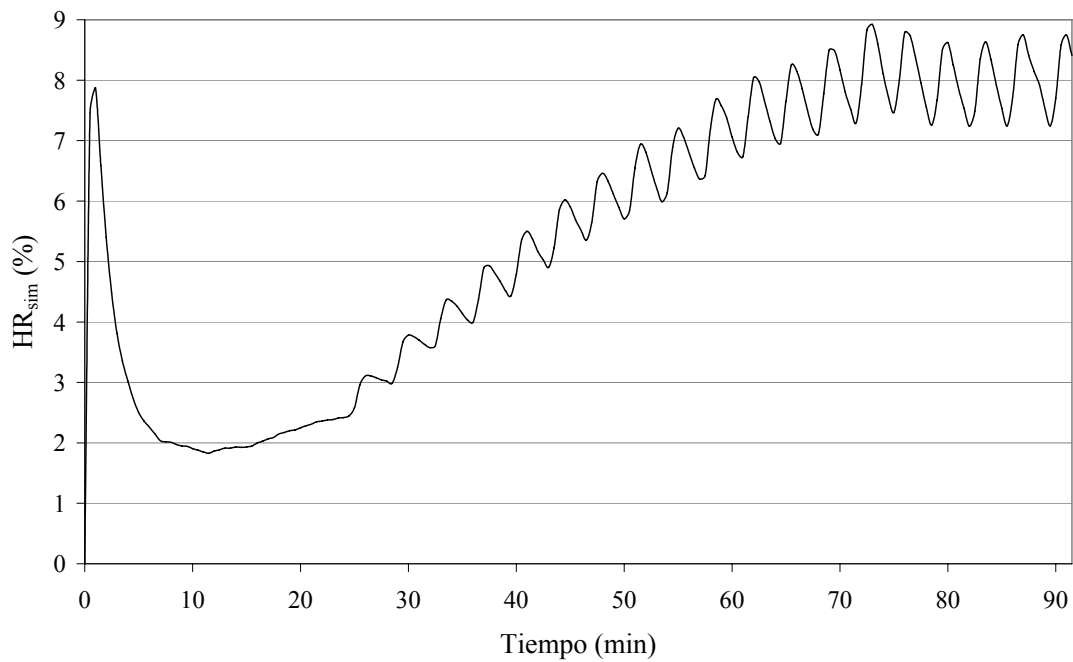
La Fig. 3.16 muestra la variación del número total de moles y la fracción molar de agua en la fase gas del horno. El número de moles totales inicialmente disminuye debido al aumento de la temperatura del horno, y una vez que se alcanza el régimen presenta una variación periódica en concordancia con la variación de la temperatura; la fracción molar de agua en el horno gradualmente aumenta hasta acercarse a 1, y luego oscila cercano a este valor, pero sin sobrepasarlo.

La Fig. 3.17 muestra la variación de la humedad relativa, la cual presenta un rápido incremento inicial debido a la disminución del número de moles totales y a que la temperatura del horno es aún baja a esos tiempos, y poco después desciende debido al incremento de la temperatura del horno; una vez que se alcanza el régimen del horno comienza a presentar un comportamiento de variación periódica, ya que tanto el número de moles totales como la temperatura del horno varían en forma periódica. En todas las

simulaciones realizadas se consideró que inicialmente el número de moles de agua (o la humedad relativa) en el horno es cero; esto también explica la forma en que el modelo predice la variación de la humedad relativa (el salto inicial), ya que fácilmente la humedad relativa inicial del aire será distinta de cero.

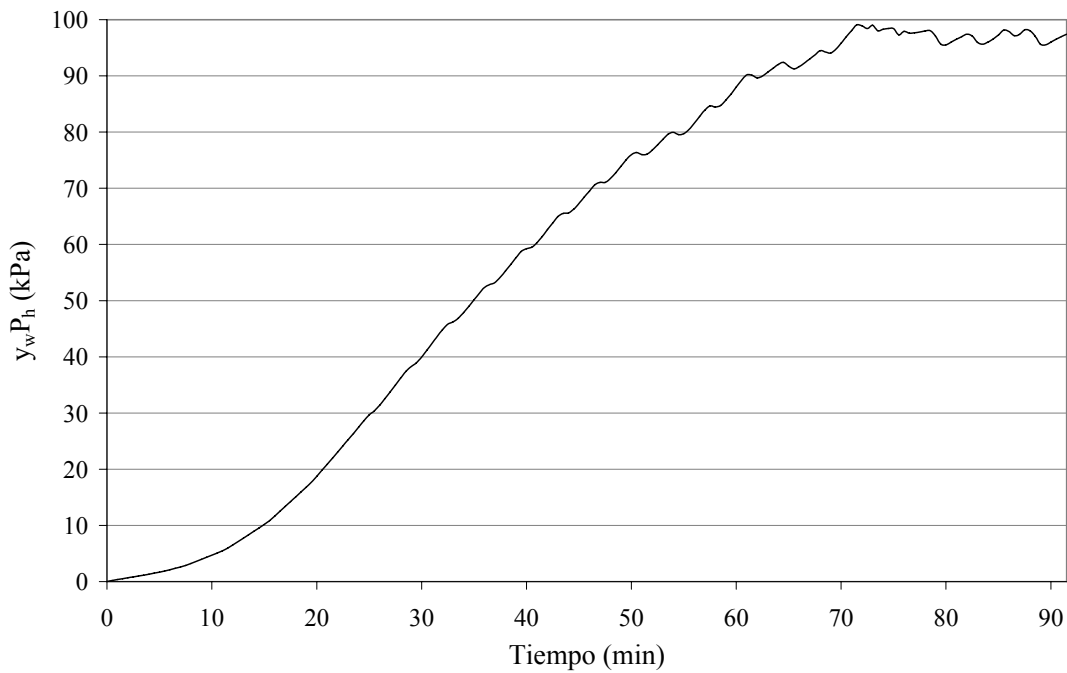


**Fig. 3.16.** Predicción de la variación del número de moles totales  $M_t$  (—) y la fracción molar de vapor de agua  $y_w$  (--) en el horno durante la cocción.



**Fig. 3.17.** Predicción de la variación de la humedad relativa en el horno durante la cocción.

La Fig. 3.18 muestra la variación de la presión de vapor de agua en el horno, la cual es utilizada en el modelo de cocción; los valores de presión de vapor de agua en el horno al final de la cocción, para las diferentes condiciones, variaron entre 83.4 y 97.4 kPa, los cuales son muy similares a los reportados por Obuz *et al.* (2002), entre 85.2 y 99.4 kPa.



**Fig. 3.18.** Predicción de la variación de la presión de vapor de agua en el horno ( $y_w P_h$ ).

Las Tablas 3.11 y 3.12 muestran los resultados obtenidos con el Modelo 3 incorporando en forma separada los dos aportes energéticos y la acumulación de agua en el horno. El error promedio en la predicción de tiempos de cocción es de 3.91%; más aún, todos los tiempos predichos fueron menores a los experimentales (3.17 min en promedio, y 5 min como máximo). El error promedio en las pérdidas de peso por evaporación es de 26.45%, para las pérdidas por drenado es de 21.71%, y para la pérdida de peso total de 7.96% (equivalente a 0.0152 kg). Como puede verse, las modificaciones realizadas permitieron mejorar tanto las predicciones de tiempos de cocción como de pérdida de peso (ver Sección 3.4.2.2).

**Tabla 3.11.** Predicción de tiempos de cocción y diferencias entre perfiles de temperatura.

Muestra	T <sub>h</sub> media, en régimen (°C)	Peso inicial (kg)	Tiempo de cocción (min)		ERAM (%)	
			Experimental	Simulado	Centro	Superficie
#1	212.9	1.0799	87.50	82.5	2.93	1.73
#2	223.5	0.7406	75.00	71.5	3.90	5.39
#3	185.4	0.9718	91.50	87.5	3.10	5.99
#4	193.8	0.6325	74.00	70.5	3.84	2.06
#5	197.3	0.4900	63.00	62.5	3.63	5.32
#6	172.8	0.7795	78.50	76.0	2.74	1.78

**Tabla 3.12.** Predicción de pérdida de peso.

Muestra	Pérdida de peso experimental (kg)			Pérdida de peso simulada (kg)		
	Total	Evaporación	Drenado	Total	Evaporación	Drenado
#1	0.4068	0.2358	0.1710	0.3963	0.1928	0.2035
#2	0.2276	0.1154	0.1122	0.2531	0.1257	0.1274
#3	0.2674	0.1214	0.1460	0.2610	0.1191	0.1419
#4	0.1679	0.0785	0.0894	0.1915	0.0783	0.1132
#5	0.1135	0.0338	0.0797	0.1270	0.0663	0.0607
#6	0.2081	0.1042	0.1039	0.2197	0.0696	0.1501

La Tabla 3.13 presenta los valores estimados de humedad relativa, de acuerdo a la temperatura del horno y de la bandeja de agua medidas experimentalmente, y usando los datos psicrométricos provistos por Bengtsson *et al.* (1976) (Capítulo 2, Sección 2.6.6), y los valores predichos por el modelo. Los valores de humedad relativa obtenidos a partir del modelo fueron, en promedio, 19% mayores a los estimados, razón por la cual los valores de presión de vapor en el horno son mayores a los que se obtienen de los diagramas psicrométricos. Estas predicciones son muy aceptables, considerando que no se dispone de información de humedad relativa obtenida con instrumentos específicos para tal fin; por otro lado, en las pruebas experimentales existe una cantidad adicional de agua evaporada de la bandeja de recolección de líquido drenado y el horno podría incorporar una cierta cantidad de aire fresco con una determinada humedad relativa, situaciones que no fueron consideradas en el modelo.

Los Apéndices C y D muestran las propiedades físicas y el modelo de cocción, respectivamente (incorporando el efecto de la acumulación de agua en el horno).

**Tabla 3.13.** Valores de HR estimados experimentalmente y predichos por el modelo.

Muestra	T <sub>h</sub> media, en régimen (°C)	T <sub>agua</sub>	HR <sub>exp</sub> (%)	HR <sub>sim</sub> (%)
#1	212.9	95.12	3.99	4.79
#2	223.5	94.87	3.10	3.82
#3	185.4	95.48	7.48	8.41
#4	193.8	93.48	5.63	6.51
#5	197.3	92.26	4.84	6.04
#6	172.8	91.49	8.36	9.81

Cuando no se considera el efecto de la acumulación de agua en el horno y se utiliza el valor de  $k_g$  obtenido por analogía, la temperatura superficial predicha por los modelos no supera los 60–65°C, dado que la evaporación superficial predicha por los modelos es lo suficientemente grande para limitar su aumento. Tal situación puede producirse en hornos que funcionen incorporando continuamente aire seco, de manera tal de eliminar el efecto de la acumulación de agua en el mismo; en estas condiciones el frente de evaporación se desplazará al interior de la muestra formando una corteza deshidratada en la superficie del producto. En este sentido, las suposiciones planteadas respecto de que existe suficiente agua en la superficie de la muestra de manera tal de mantener el frente de evaporación en ella, ya no serán cumplidas. Entonces, para las condiciones de cocción utilizadas en este trabajo, es posible utilizar en forma satisfactoria: (i) los valores de  $k_g$  experimentales, sin considerar la acumulación de agua en el horno; (ii) los valores de  $k_g$  obtenidos por analogía, considerando la acumulación de agua en el horno.



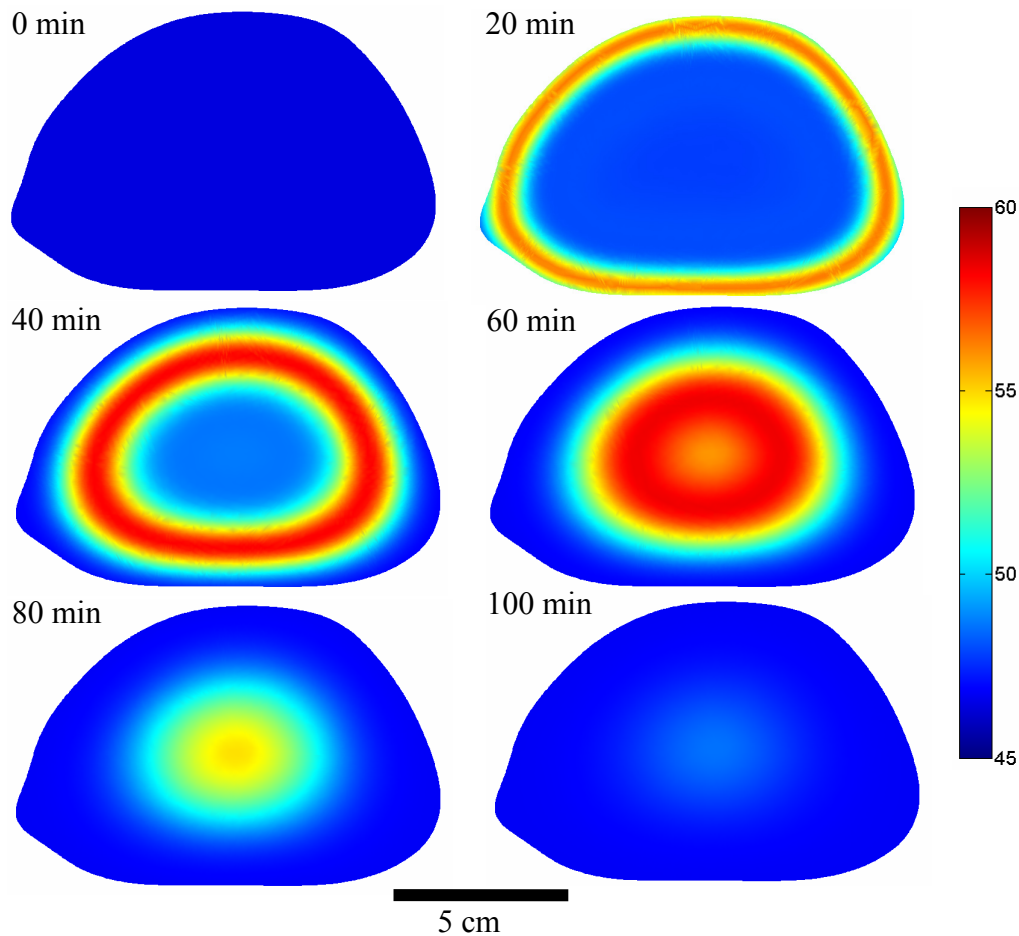
### 3.7 Variación de índices de calidad durante la cocción

Además de calcular los perfiles de temperatura y contenido de agua, los modelos desarrollados pueden utilizarse para evaluar la variación con el tiempo de procesamiento de diferentes índices de calidad. En este sentido, el objetivo de esta Sección fue acoplar expresiones cinéticas de cambio de parámetros de color y de esfuerzo de corte. Se trabajó con el Modelo 3, ya que el mismo provee las mejores predicciones de pérdida de peso.

#### 3.7.1 Parámetros de color

Para obtener la variación de parámetros de color se utilizaron las expresiones cinéticas desarrolladas en el Capítulo 2, para los cambios de  $L^*$  y  $a^*$ . Las mismas fueron acopladas al modelo de cocción y resueltas para cada posición espacial; esto permite obtener la variación de tales parámetros en todo el dominio. Otro posible enfoque, mucho menos costoso, es acoplar las cinéticas solamente al punto más frío, por ejemplo, la variación de  $a^*$  en tal punto, ya que este parámetro es responsable de la percepción *crudo-cocido*, y el centro es el punto más restrictivo en este sentido.

Las Fig. 3.19 y 3.20 muestran la variación de  $L^*$  y  $a^*$ , respectivamente, para la sección transversal media de la muestra #3 y diferentes tiempos. Como puede verse, la variación de  $L^*$  presenta el comportamiento de aumento y disminución descrito en el Capítulo 2. En las cercanías de la superficie  $L^*$  aumenta y disminuye rápidamente dado que el aumento de temperatura es más rápido en esas zonas; en la región central  $L^*$  aumenta y disminuye más lentamente, tendiendo gradualmente a los valores iniciales. Este comportamiento está en concordancia con la suposición realizada de que la variación de  $L^*$  (o  $\Delta L^*$ ) es de poca importancia a los tiempos en las cuales se producen, ya que las temperaturas alcanzadas durante la cocción y los tiempos largos de procesamiento determina que se alcancen valores de  $L^*$  finales similares a los iniciales. Por otro lado, la variación de  $a^*$  es mucho más simple, y como se mencionó es la más importante, dado que refleja el cambio de color rosado o rojo del producto crudo a un color marrón, característico del producto cocido.



**Fig. 3.19.** Variación de  $L^*$  en la sección transversal media durante la cocción de la muestra #3.

Una característica observada tanto para  $L^*$  como para  $a^*$ , es que a tiempos largos hay poca variación de los mismos en la sección transversal; esto sugiere que podría utilizarse la variación de estos índices en un solo punto, por ejemplo, el más frío, para reducir el costo computacional. A 91.5 min, el cual es el tiempo de cocción experimental, se obtiene una diferencia entre los valores en el centro y la superficie de 3.4 y 0.3, para  $L^*$  y  $a^*$ , respectivamente.

Si bien durante las pruebas de cocción no se determinó experimentalmente la distribución de parámetros de color para la sección transversal media de las muestras, se encontró que los valores de cada capa de color (RGB; Rojo–Verde–Azul) de las imágenes de las secciones transversales presentó poca variabilidad, lo que sugiere que también se obtendría poca variabilidad en  $L^*$  y  $a^*$ , aunque la transformación de la información del espacio de color RGB al espacio  $L^*a^*b^*$  es altamente no lineal (Purlis y Salvadori, 2007).

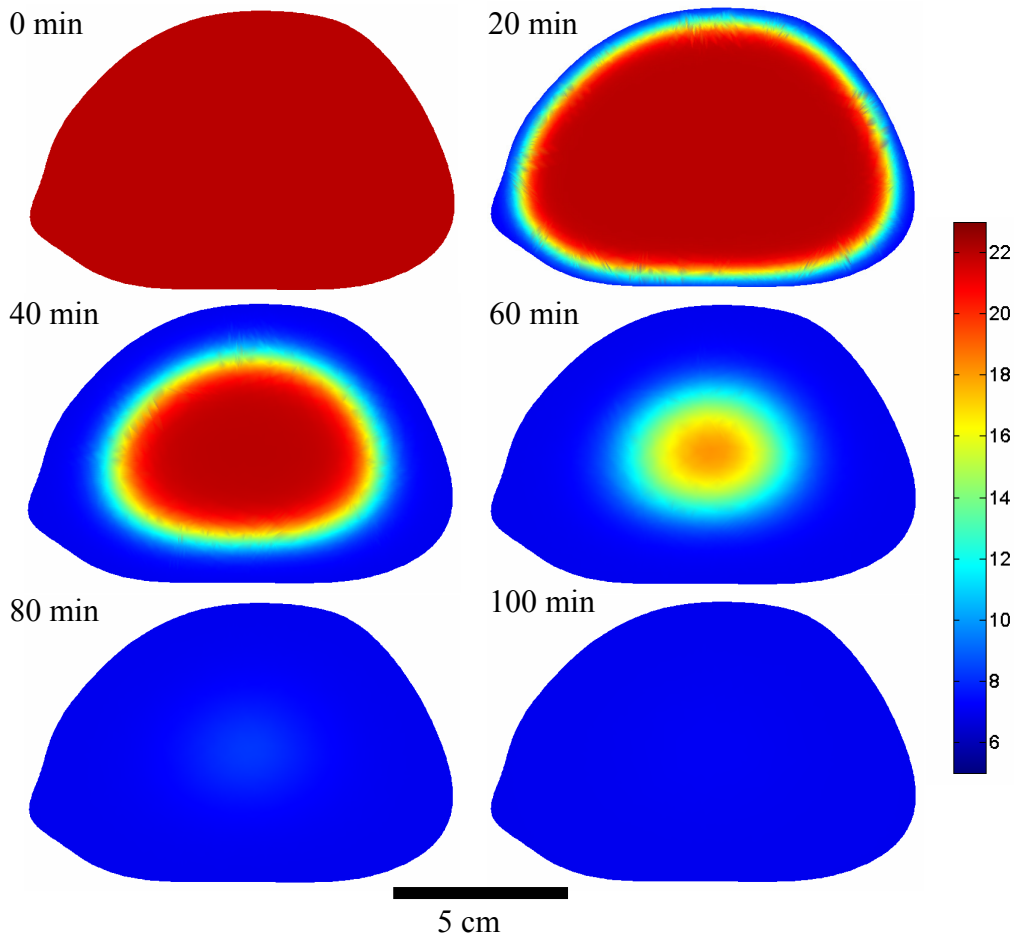


Fig. 3.20. Variación de  $a^*$  en la sección transversal media durante la cocción de la muestra #3.

### 3.7.2 Esfuerzo de corte

Para la predicción de la variación del esfuerzo de corte se utilizó el modelo cinético desarrollado por Bertola *et al.* (1994), quienes utilizaron muestras de pequeño tamaño de músculo *semitendinosus*, procesadas en baño de agua termostatzado a diferentes tiempos y temperaturas. Califano *et al.* (1997) acoplaron dicho modelo cinético a un modelo de transferencia de energía en muestras de gran tamaño procesadas por inmersión, para predecir la distribución interna de esfuerzo de corte y el efecto de diferentes variables operativas. De acuerdo a estos trabajos, entre 60 y 100°C existen simultáneamente dos fenómenos o procesos opuestos que afectan la dureza de las muestras: la desnaturalización del colágeno disminuye la dureza, mientras que la desnaturalización de actina y miosina aumenta la misma. La variación de la dureza  $D$  (newton) se expresa entonces como:

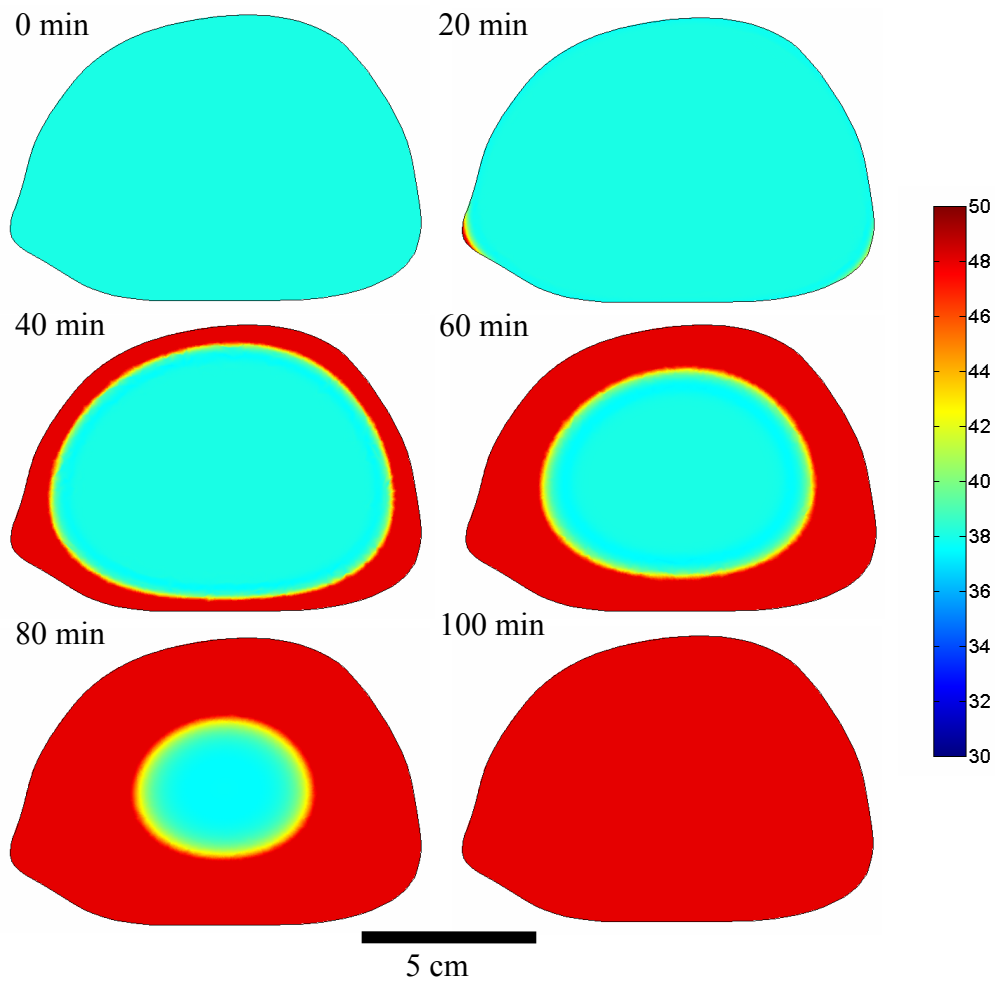
$$\frac{dD}{dt} = (-k_A + k_E)D \quad (3.39)$$

donde  $k_A$  y  $k_E$  son las constantes cinéticas del proceso de ablandamiento y endurecimiento, respectivamente. Entre 60 y 65°C los dos procesos opuestos exhiben un efecto neto de ablandamiento, con una constante cinética  $k_I = k_A - k_E$  (donde  $k_A$  es mucho más grande que  $k_E$ ). Sobre 65°C la dureza disminuye rápidamente hasta alcanzar un valor mínimo, a partir del cual la dureza aumenta hasta un valor máximo, y la Ec. (3.39) se expresa directamente como:

$$\frac{dD}{dt} = k_E D \quad (3.40)$$

Las constantes cinéticas para ambos procesos se relacionan con la temperatura de acuerdo a expresiones de Arrhenius; los valores reportados para los factores pre-exponenciales y energías de activación son:  $k_I^0 = 1.89 \times 10^{91} \text{ min}^{-1}$ ,  $E_{a,I} = 604.6 \text{ kJ/mol}$ , y  $k_E^0 = 1.41 \times 10^{53} \text{ min}^{-1}$ ,  $E_{a,E} = 362.4 \text{ kJ/mol}$ , para el proceso neto de ablandamiento y el proceso de endurecimiento, respectivamente; los valores mínimos y máximos alcanzables para el proceso neto de ablandamiento y el proceso de endurecimiento, se establecieron en 27 y 48 N, respectivamente (Califano *et al.*, 1997). Como valor inicial, se tomó el esfuerzo de corte obtenido experimentalmente de 36.73 N.

La Fig. 3.21 muestra la variación del esfuerzo de corte para la sección transversal media de la muestra #3 y diferentes tiempos. Los resultados de la simulación mostrada indican que se cumple el comportamiento de disminución y aumento de esfuerzo de corte esperado, conforme aumenta el tiempo y la temperatura, pero la disminución del mismo es muy leve. En las cercanías de la superficie disminuye levemente a tiempos cortos y luego aumenta rápidamente hasta alcanzar el valor máximo, dado que el aumento de temperatura es más rápido en esas zonas; en la región central permanece en el valor inicial hasta que se alcanza la temperatura suficiente para que disminuya el esfuerzo de corte, el cual es nuevamente muy leve, y luego aumenta rápidamente, tendiendo al valor máximo a tiempos largos. A 100 min todo el dominio se encuentra el valor máximo de esfuerzo de corte. A 91.5 min, se obtiene una diferencia de 5 N entre el centro y la superficie.



**Fig. 3.21.** Variación del esfuerzo de corte (N) en la sección transversal media durante la cocción de la muestra #3.

Note que las expresiones cinéticas utilizadas, tanto para color como para esfuerzo de corte, dependen solamente de la temperatura, por lo cual podría utilizarse cualquiera de los modelos de cocción desarrollados, ya que todos predicen los perfiles de temperatura de manera similar.

### 3.8 Conclusiones

En este Capítulo se presentaron los resultados obtenidos al evaluar numéricamente diferentes modelos de cocción, junto a las validaciones realizadas

utilizando los perfiles de temperatura, tiempos de cocción y pérdida de peso obtenidos experimentalmente.

Respecto de la transferencia de energía, para las condiciones experimentales utilizadas, donde no se observa una formación de costra apreciable, la suposición respecto de que el frente de evaporación se mantiene en la superficie resulta muy adecuada. Es importante destacar que si bien los Modelos 1, 2 y 3 resuelven el mismo balance de energía, el modo de evaluar la transferencia de materia incide en los resultados de cada uno, debido a las diferencias en la evaluación del flujo de agua evaporada en la superficie y al contenido de agua que incide en los valores de todas las propiedades físicas. El efecto del transporte de energía asociado al flujo convectivo de agua líquida utilizado en el Modelo 4 tuvo poco efecto en los perfiles de temperatura. Igualmente, todos los modelos fueron capaces de predecir satisfactoriamente los perfiles de temperatura en diferentes posiciones de las muestras, como así también los tiempos de cocción, con errores promedios menores al 5%. El Modelo 2 presentó la mejor capacidad de predicción, con un error promedio de 3.49%, mientras que el Modelo 3 presentó el error más alto, de 4.84%. La incorporación al Modelo 3 de condiciones de contorno con convección y radiación en forma separada y el efecto de la acumulación de agua en el horno disminuyó el error de predicción a un 3.91%.

Respecto de la pérdida de peso, este trabajo aporta en forma explícita y con verificación experimental diferentes opciones para estimar las contribuciones de los diferentes mecanismos de pérdida de peso (evaporación y drenado) que pueden potencialmente ser encontrados durante la cocción. Los resultados obtenidos con el Modelo 1 permiten concluir que en las condiciones experimentales establecidas, es necesario estimar las pérdidas producidas por el fenómeno de drenado en forma separada, ya que solamente predice en forma satisfactoria las pérdidas por evaporación; esto se evidencia por el error de predicción en la pérdida de peso total, que fue, en promedio, de 50%. El resto de los modelos predice notablemente mejor la pérdida de peso total. El Modelo 2 predice bien las pérdidas por drenado sin aumentar el costo computacional (respecto al Modelo 1), pero es necesario determinar la velocidad promedio de pérdida de peso por drenado  $R$  en forma experimental para cada muestra y condición operativa. En particular, el Modelo 3 provee las mejores predicciones de pérdida de peso, con un error promedio menor al 10%, y presenta un grado de dificultad bajo desde el punto de vista de implementación computacional (aunque duplica el costo computacional); además, los parámetros necesarios para el mismo pudieron ser

estimados a partir de pruebas independientes simples o *ideales*, lo que evita el uso de problemas inversos y disminuye su complejidad. Adicionalmente, la incorporación de condiciones de contorno con convección y radiación en forma separada y el efecto de la acumulación de agua en el horno produjo una mejora en el error promedio de predicción de pérdida de peso, el cual fue menor al 8%. Finalmente, el Modelo mecanístico 4 presentó un error de predicción de pérdida de peso más alto, de 13.52%; a pesar de que no es el mejor resultado, el mismo establece un mecanismo de transporte de agua líquida dentro de la muestra que es tradicionalmente aceptado. Por otro lado, si bien varios de los modelos mecanísticos reportados en literatura poseen la capacidad intrínseca de predecir las pérdidas de agua producidas por los diferentes mecanismos, no se han encontrado trabajos que reporten información al respecto, ya sea teórica o comparaciones con datos experimentales; en este sentido, aquí se presentan comparaciones explícitas con información experimental respecto de las pérdidas de peso asociadas a los diferentes mecanismos.

Por otro lado, otro aporte realizado en este trabajo es la utilización de modelos geométricos irregulares tridimensionales, el cual no ha sido reportado en otros trabajos de cocción de productos cárneos en hornos convectivos. El uso de estos modelos geométricos permite disminuir el efecto de la geometría en los resultados de los modelos y poner mayor atención en el desarrollo de los modelos matemáticos, a pesar del aumento del costo computacional.

Finalmente, las ecuaciones cinéticas de variación de diferentes índices de calidad se acoplaron exitosamente a los modelos de cocción, en forma distribuida. Para las condiciones finales de cocción de 72°C en el centro se obtuvo que la distribución de dichos índices es muy baja, y por lo tanto de poca importancia; sin embargo, por tratarse de un músculo entero, sin procesar, las condiciones de cocción podrían ser relajadas a menor temperatura final, en cuyo caso la variación y distribución de dichos índices de calidad podría ser de mayor importancia, en términos de optimización del proceso.

# Capítulo 4

## Optimización del proceso de cocción

<b>4.1</b>	<b>Introducción</b>	110
4.1.1	Optimización simple-objetivo	111
4.1.2	Optimización multi-objetivo	112
4.1.3	Método de penalización exterior	113
4.1.3.1	<i>Consideraciones sobre el método de penalización</i>	114
4.1.4	Método de solución	114
4.1.4.1	<i>Aproximación del jacobiano y el hessiano</i>	117
<b>4.2</b>	<b>Formulación de funciones objetivo para la cocción</b>	118
4.2.1	Variables de decisión	119
<b>4.3</b>	<b>Optimización con temperatura de horno constante</b>	120
4.3.1	Preliminares	120
4.3.1.1	<i>Dificultades encontradas y soluciones propuestas</i>	120
4.3.1.3	<i>Aproximación de la función objetivo</i>	121
4.3.2	Resultados	121
<b>4.4</b>	<b>Optimización con temperatura de horno variable</b>	128
4.4.1	Variación lineal de temperatura de horno	128
4.4.2	Resultados	129
<b>4.5</b>	<b>Ecuaciones de predicción de tiempos de cocción y pérdida de peso</b>	138
4.5.1	Materiales y métodos	138
4.5.1.1	<i>Obtención de un modelo geométrico patrón</i>	138
4.5.1.2	<i>Coefficientes de transferencias</i>	139
4.5.1.3	<i>Simulación del modelo de cocción</i>	140
4.5.2	Resultados	141
<b>4.6</b>	<b>Estimación del consumo energético durante la cocción</b>	144



<b>4.6.1 Consumo energético con temperatura de horno constante .....</b>	<b>145</b>
<b>4.6.2 Consumo energético con temperatura de horno variable.....</b>	<b>148</b>
<b>4.7 Conclusiones.....</b>	<b>151</b>

## 4.1 Introducción

La optimización de la cocción de productos cárneos ha sido abordada por distintos autores; a continuación se describen algunos trabajos reportados en la literatura que estudian el tema. Townsend *et al.* (1989a, 1989b) usaron un modelo de cocción para optimizar dicho proceso; el objetivo fue minimizar las desviaciones entre un perfil interno de temperaturas arbitrario, definido como óptimo, y el perfil de temperatura obtenido para diferentes procesos, usando diferentes combinaciones temperatura de horno–tiempo (variables del proceso). Mielche (1992) analizó la influencia de diferentes tratamientos térmicos en distintos índices de calidad: pérdida de peso, esfuerzo de corte, y parámetros obtenidos con paneles sensoriales. Utilizó muestras de músculo *semitendinosus* cocidas en un horno de convección natural, empleando diferentes estrategias de control de la temperatura del horno. Powell *et al.* (2000) optimizaron la cocción de músculo *semitendinosus* en un horno convectivo, enfocándose en la ternura y la desnaturalización del colágeno. Emplearon un horno convectivo, dividiendo el proceso en tres ciclos con diferentes temperaturas de operación: precalentamiento, mantenimiento y finalización.

Un intenso trabajo en el modelado, simulación y optimización del proceso de cocción por contacto de hamburguesas fue realizado por Zorrilla y Singh (2000, 2003), Zorrilla *et al.* (2000, 2003) y Erdoğdu *et al.* (2005). Zorrilla *et al.* (2000) determinaron diferentes parámetros de textura en distintas condiciones operativas de la cocción, y los correlacionaron con la temperatura media del producto y el tamaño. Zorrilla *et al.* (2003) utilizaron las correlaciones de pérdida de peso desarrolladas previamente para realizar la optimización del proceso, con restricciones de seguridad (temperatura final y letalidad en el punto más frío) y diferentes perfiles de temperaturas de placas, encontrando mejoras respecto al proceso nominal. Posteriormente, Erdoğdu *et al.* (2005) realizaron la optimización de la cocción considerando otros factores de calidad con las mismas restricciones de seguridad, utilizando temperaturas de placas constantes. Similarmente, Banga *et al.* (2001) realizaron la optimización de la pérdida de peso durante la cocción por contacto de hamburguesas, con similares restricciones de seguridad y utilizando diferentes perfiles de temperaturas de placas.

El objetivo de este Capítulo fue abordar aspectos relacionados a la optimización del proceso de cocción: planteo de funciones objetivo y métodos de solución. Para la

simulación del proceso de cocción se usará uno de los modelos ya evaluado y validado en el Capítulo 3.

#### 4.1.1 Optimización simple-objetivo

Un problema de optimización (minimización) continua simple-objetivo puede plantearse en forma genérica como (Bazaraa *et al.*, 1993):

$$\min_{\bar{x} \in X} f(\bar{x}) \quad (4.1)$$

sujeto a:

$$\bar{g}(\bar{x}) \leq 0 \quad (4.2)$$

$$\bar{h}(\bar{x}) = 0 \quad (4.3)$$

donde  $f(\bar{x}), \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  representa a la función objetivo,  $\bar{x}$  representa al conjunto de variables de decisión, es decir, las variables que deben ser encontradas de manera de optimizar el objetivo,  $\bar{x} \in X$  indica el conjunto de restricciones primarias del problema, tales como límites mínimos y máximos de las variables de decisión.  $\bar{g}(\bar{x}), \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^p$  es un conjunto de  $p$  restricciones de desigualdad, y  $\bar{h}(\bar{x}), \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^q$  es un conjunto de  $q$  restricciones de igualdad.

El conjunto de valores  $\bar{x}$ , tal que  $\bar{x} \in X$  y que verifique las restricciones de desigualdad e igualdad forman la región factible del problema de optimización, y cualquier punto en dicha región es un punto factible. Tanto  $f$ , como  $\bar{g}$  y  $\bar{h}$  pueden o no ser lineales, e incluso pueden ser ecuaciones diferenciales ordinarias y/o parciales, o integro-diferenciales (Banga *et al.*, 2003). La formulación de problemas de maximización sigue los mismos lineamientos y puede ser planteada minimizando el negativo de la función objetivo.

### 4.1.2 Optimización multi-objetivo

La optimización multi-objetivo requiere optimizar simultáneamente una función vectorial compuesta de  $k$  objetivos,  $\vec{f}(\vec{x}), \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^k$ , sujeta al mismo tipo de restricciones mostradas anteriormente. Comúnmente no existe un punto en la región factible que produzca simultáneamente un óptimo para cada uno de los objetivos, dado que la mejora de unos puede producir un deterioro en otros; en este sentido, hay que encontrar una situación de compromiso en la que los distintos objetivos sean satisfechos en un grado aceptable para quien plantea el problema. A diferencia de los problemas de optimización simple-objetivo, el concepto de óptimo se torna más relativo y el usuario deberá decidir cuál es la mejor solución (o las mejores soluciones) del problema (Sendín *et al.*, 2010). En este sentido, se requiere una definición especial de óptimo: la solución de un problema multi-objetivo está asociada con la definición de soluciones óptimas Pareto; se dice que una solución es óptima Pareto (no inferior, eficiente o no dominante) si el valor de cualquier función objetivo  $f_k(\vec{x})$  no puede ser mejorada sin deteriorar al menos una de las restantes funciones objetivo. Por otro lado, diferentes soluciones óptimas Pareto no pueden ser comparadas directamente, ya que el usuario debe establecer algún orden de preferencia, en base a su conocimiento o preferencias para el problema planteado (Sendín *et al.*, 2010).

Un enfoque que es utilizado tradicionalmente consiste en transformar el problema multi-objetivo vectorial en un problema simple-objetivo escalar, por ejemplo, usando una función objetivo ponderada  $F$  (Ec. (4.4)), la cual se obtiene sumando los distintos objetivos multiplicados por un factor de peso o escala. Estos factores de peso establecen la importancia relativa que el operador asigna a cada objetivo individual (Poulos *et al.*, 2001).

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i(\vec{x}) \quad (4.4)$$

donde  $\alpha_i$  (arbitrario) es el factor de peso de la función objetivo  $f_i$ . Un enfoque similar fue utilizado por Białobrzewski *et al.* (2009) para evaluar un índice de calidad nutricional obtenido a partir de pruebas experimentales de horneado de pechugas de

pavo, considerando el contenido de los distintos componentes con sus correspondientes factores de peso.

### 4.1.3 Método de penalización exterior

Los problemas de optimización planteados aquí se formularon en el marco de métodos de penalización, donde se utilizan funciones de penalización para transformar un problema de optimización con restricciones en un problema sin restricciones (Bazaraa *et al.*, 1993). Para esto, las restricciones son sumadas a la función objetivo de manera tal que cualquier violación de las mismas es penalizada aumentando el valor de la función objetivo. El problema original, Ec. (4.1) o (4.4), junto a las restricciones (Ec. (4.2) y (4.3)) se transforma entonces en un problema sin restricciones (Ec. (4.5)), cuya función objetivo  $z$  es una modificación de la original (Ec. (4.6)), donde  $P(\bar{x})$  realiza una penalización positiva si  $\bar{x}$  no es un punto factible, y no realiza ninguna penalización si  $\bar{x}$  es un punto factible, y  $\eta > 0$  es un parámetro de penalización.

$$\min_{\bar{x} \in \mathcal{X}^n} z(\bar{x}) \quad (4.5)$$

$$z(\bar{x}) = f(\bar{x}) + \eta P(\bar{x}) \quad (4.6)$$

La forma de las funciones de penalización utilizadas depende del tipo de restricciones que deban penalizar. Para restricciones de igualdad y desigualdad las funciones de penalización se expresan de acuerdo a Ec. (4.7) y (4.8), respectivamente, y la función de penalización  $P(\bar{x})$  se expresa de acuerdo a la Ec. (4.9).

$$\psi(\bar{x}) = \sum_{i=1}^q (h_i(\bar{x}))^2 \quad (4.7)$$

$$\phi(\bar{x}) = \sum_{j=1}^p (\max(0, g_j(\bar{x})))^2 \quad (4.8)$$

$$P(\bar{x}) = \phi(\bar{x}) + \psi(\bar{x}) \quad (4.9)$$

De esta manera, cualquier  $\bar{x}$  donde  $h_i \neq 0$ , ya sea con valores positivos o negativos, es penalizado; de la misma forma, si  $g_i > 0$  también se penaliza. Alternativamente se pueden usar parámetros de penalización  $\eta_1, \eta_2 > 0$  para las componentes de igualdad y desigualdad, respectivamente.

#### 4.1.3.1 Consideraciones sobre el método de penalización

El problema penalizado resuelve el problema original para  $\eta \rightarrow \infty$  (Bazaraa *et al.*, 1993). En la práctica se puede alcanzar una solución arbitrariamente cercana a la solución del problema original utilizando un valor de  $\eta$  suficientemente grande, esto es, la solución hallada para el problema penalizado puede no ser factible para el problema original, pero es cercana. Alternativamente, se puede resolver el problema penalizado para una secuencia incremental del parámetro de penalización; para esto se parte de un valor  $\eta_k$  y se resuelve el problema penalizado para hallar la solución  $\bar{x}_k$ ; posteriormente se incrementa el parámetro de penalización a  $\eta_{k+1}$  y se halla una nueva solución  $\bar{x}_{k+1}$  (partiendo de la solución óptima  $\bar{x}_k$  anterior). Tal enfoque es llamado minimización secuencial sin restricciones (SUMT, *Sequential Unconstrained Minimization Technique*) y provee soluciones que generalmente se acercan a la solución del problema original desde el exterior de la región factible, de donde deriva el nombre del método. Este enfoque secuencial y gradual se debe a problemas que genera el uso de un valor inicial de  $\eta$  grande: en primer lugar, se pone más énfasis en factibilidad, por lo que la optimización producirá puntos factibles rápidamente a partir de los cuales es muy difícil moverse a puntos con valores más bajos de la función objetivo; en segundo lugar, se pueden generar mal condicionamientos cuando se usan métodos de optimización que requieren la evaluación de derivadas de la función objetivo.

#### 4.1.4 Método de solución

Los problemas de optimización planteados en este trabajo (Ec. (4.5)) se resolvieron utilizando el método de Levenberg–Marquardt, el cual es un tipo de método

de Newton amortiguado (Bazaraa *et al.*, 1993). La minimización de funciones por el método de Newton se basa en utilizar una aproximación cuadrática de la misma en un punto  $\bar{x}_k$  determinado:

$$q(\bar{x}) = f(\bar{x}_k) + J(\bar{x}_k)^T (\bar{x} - \bar{x}_k) + \frac{1}{2} (\bar{x} - \bar{x}_k)^T H(\bar{x}_k) (\bar{x} - \bar{x}_k) \quad (4.10)$$

donde  $J(\bar{x}_k)$  y  $H(\bar{x}_k)$  son el jacobiano (vector de derivadas parciales primeras) y el hessiano (matriz de derivadas parciales segundas) de  $f$  en  $\bar{x}_k$ , respectivamente. Minimizar la aproximación cuadrática requiere que las derivadas parciales de  $q$  sean cero, por lo cual se obtiene la Ec. (4.11). Entonces, si  $H(\bar{x})$  tiene inversa, la fórmula iterativa del método queda determinada por la Ec. (4.12); asumiendo que existe un mínimo local  $\bar{x}_{op}$ , entonces  $J(\bar{x}_{op}) = 0$  y  $H(\bar{x}_{op})$  es definido positivo ( $f$  debe ser al menos dos veces diferenciable). Si  $H(\bar{x}_k)$  es definido positivo en el entorno de  $\bar{x}_{op}$ , entonces la sucesión de puntos generada por la fórmula iterativa converge a la solución del problema, es decir, se cumple que  $f(\bar{x}_{k+1}) < f(\bar{x}_k)$  para  $k = 1, 2, 3, \dots$

$$J(\bar{x}_k) + H(\bar{x}_k)(\bar{x} - \bar{x}_k) = 0 \quad (4.11)$$

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k - H(\bar{x}_k)^{-1} J(\bar{x}_k) \quad (4.12)$$

El método de Newton puede fallar debido a: (i)  $H$  puede ser singular o estar mal condicionado en algún punto de la sucesión; (ii) la dirección de búsqueda  $-H(\bar{x}_k)^{-1} J(\bar{x}_k)$  puede no ser descendente ( $H$  no es definido positivo), y puede converger a un máximo; (iii) la longitud del paso puede no proveer un descenso de la función. Para evitar estas posibles dificultades, el método de Levenberg–Marquardt realiza la siguiente modificación, siguiendo un esquema similar al utilizado para resolver problemas de regresión no lineal:

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k - (H(\bar{x}_k) + \lambda_k I)^{-1} J(\bar{x}_k) \quad (4.13)$$

donde  $\lambda_k \geq 0$  (escalar) y  $I$  es la matriz identidad del mismo tamaño que  $H$ . El objetivo de  $\lambda_k$  es hacer que los autovalores de  $H(\bar{x}_k) + \lambda_k I$  sean mayores que 0, entonces  $H(\bar{x}_k) + \lambda_k I$  es definida positiva e invertible, y  $-(H(\bar{x}_k) + \lambda_k I)^{-1} J(\bar{x}_k)$  es una dirección descendente (Bazaraa *et al.*, 1993). Para valores pequeños de  $\lambda_k$  la fórmula iterativa se acerca al método de Newton, mientras que para valores grandes,  $H(\bar{x}_k) + \lambda_k I$  se torna diagonal dominante y la fórmula iterativa se acerca al método de gradiente descendente; entonces, en cada iteración el valor de  $\lambda_k$  es actualizado dependiendo si se obtiene un valor  $\bar{x}_{k+1}$  tal que  $f(\bar{x}_{k+1}) < f(\bar{x}_k)$ . La actualización se basa en analizar la relación entre el decrecimiento de  $f$  y el decrecimiento predicho por la aproximación cuadrática (Ec. (4.14)); cuanto más cercano a 1 sea  $R_k$  mejor es la aproximación cuadrática, por lo cual  $\lambda_k$  puede disminuirse.

$$R_k = \frac{f(\bar{x}_k) - f(\bar{x}_{k+1})}{q(\bar{x}_k) - q(\bar{x}_{k+1})} \quad (4.14)$$

Una implementación tradicional del método utiliza la fórmula de actualización dada por la Ec. (4.15) (Bazaraa *et al.*, 1993); alternativamente pueden testearse otras implementaciones, que suelen funcionar mejor, Ec. (4.16) (Nielsen, 1999).

$$\begin{cases} \lambda_0, & \text{para } k=0 \\ \lambda_{k+1} = 4\lambda_k, & \text{sí } R_k < 0.25 \\ \lambda_{k+1} = \lambda_k / 2, & \text{sí } R_k > 0.75 \\ \lambda_{k+1} = \lambda_k, & \text{sí } 0.25 \leq R_k \leq 0.75 \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\begin{cases} \nu=2, \lambda_0, & \text{para } k=0 \\ \lambda_{k+1} = \lambda_k \text{maximo}\left(\frac{1}{3}, 1 - (2R_k - 1)^3\right), & \nu=2, \text{ sí } R_k > 0 \\ \lambda_{k+1} = \lambda_k \nu, & \nu=2\nu, \text{ sí } R_k \leq 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\text{ó} \begin{cases} \lambda_0, & \text{para } k=0 \\ \lambda_{k+1} = \lambda_k \text{maximo}\left(\frac{1}{3}, 1 - (2R_k - 1)^3\right), & \text{sí } R_k > 0 \\ \lambda_{k+1} = 2\lambda_k, & \text{sí } R_k \leq 0 \end{cases}$$



#### 4.1.4.1 Aproximación del jacobiano y el hessiano

Los modelos de cocción utilizados aquí no poseen solución analítica, por lo cual el jacobiano y el hessiano deben ser aproximados numéricamente, y el método de resolución planteado en la Ec. (4.13) se transforma en un método cuasi-Newton amortiguado:

$$(B(\bar{x}_k) + \lambda_k I)(\bar{x}_{k+1} - \bar{x}_k) = -d(\bar{x}_k) \quad (4.17)$$

donde  $B$  y  $d$  son aproximaciones del hessiano y el jacobiano, respectivamente. La aproximación del jacobiano se realizó por diferencias finitas, para alguna perturbación de las variables ( $\Delta x_i$ ):

$$J_i(\bar{x}) = \frac{\partial z(\bar{x})}{\partial x_i} \approx \frac{z(\bar{x} + \delta_{ij} \Delta x_j) - z(\bar{x})}{\Delta x_i} = d_i(\bar{x}) \quad (4.18)$$

donde  $\delta_{ij}$  es la función delta de Kronecker para la variable de decisión  $i$ . La evaluación del hessiano se realizó utilizando las fórmulas de actualización de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (Bazaraa *et al.*, 1993), de acuerdo a:

$$B_{nuevo} = B + \frac{1}{\Delta x^T y} y y^T - \frac{1}{\Delta x^T u} u u^T \quad (4.19)$$

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k; \quad y = d(x_{k+1}) - d(x_k); \quad u = B \Delta x$$

Generalmente se sugiere iniciar el método definiendo  $B$  como la matriz identidad; aquí se utilizó una inicialización aproximando  $B$  por diferencias finitas; la  $i$ -ésima columna de  $B$  es calculada de acuerdo a:

$$B(1, 2, \dots, n; i) = \frac{d(\bar{x} + \delta_{ij} \Delta x_j) - d(\bar{x})}{\Delta x_i} \quad (4.20)$$

y finalmente se forma una matriz simétrica dada por:

$$B = \frac{1}{2}(B + B^T) \quad (4.21)$$

Esta forma de aproximar el hessiano requiere un elevado número de evaluaciones de función, razón por lo cual no se utilizó en el resto de las iteraciones. En el Apéndice E.1.1 se muestra una implementación del método.

Es importante destacar que este método de optimización es de naturaleza determinística y local, es decir, generalmente converge a soluciones locales, usualmente al mínimo más cercano del punto inicial, y si se repite el procedimiento partiendo desde el mismo punto inicial se obtendrá el mismo resultado. Esto es suficiente para problemas simples unimodales (con una sola solución óptima); sin embargo, en general los problemas pueden ser multimodales, es decir, existirán varias soluciones locales y posiblemente un solo óptimo global, entonces este método puede converger a una solución local. En este sentido, el método no es de optimización global. Alternativamente, existen métodos estocásticos (como algoritmos genéticos) que tienen la capacidad de localizar vecindarios de soluciones globales en forma relativamente eficiente (en términos de evaluaciones de función), pero no pueden garantizarla dada su propia naturaleza de búsqueda aleatoria; además éstos son más simples de implementar que los métodos determinísticos, ya que no requieren la evaluación de derivadas de diferentes órdenes de la función objetivo (Banga *et al.*, 2003).

## 4.2 Formulación de funciones objetivo para la cocción

La función objetivo a ser optimizada durante el proceso de cocción se estableció en términos del tiempo de cocción  $t_c$  y la pérdida de peso total  $PP_T$ . De esta manera la función objetivo considera en forma conjunta un objetivo directamente relacionado al consumo energético (el cual depende en gran medida del tiempo de proceso) y otro relacionado con la calidad final del producto (a través de la pérdida de peso). Para esto, se utilizó una forma multi-objetivo ponderada, por medio de la Ec. (4.22), con un único factor de peso  $\alpha \in [0, 1]$ . En consecuencia, para los valores extremos de  $\alpha$  se obtiene un objetivo simple, y para valores intermedios se ponderan ambos objetivos.

$$f(\vec{x}) = \alpha t_c + (1 - \alpha) PP_T \quad (4.22)$$

La magnitud en que se mide cada variable debe ser compatibilizada de manera tal que las cantidades en que se expresan posean órdenes similares; si el tiempo se mide en segundos y la pérdida de peso en kg hay una gran diferencia entre cantidades que determina que el tiempo domine la función objetivo. En este sentido,  $t_c$  se expresó en hs y  $PP_T$  en kg.

La principal restricción del problema de optimización consistió en alcanzar una temperatura en el punto más frío del sistema ( $T_c$ ) de al menos 72°C al final de la cocción; la misma se incluyó por medio de una restricción de desigualdad:

$$g_1(\vec{x}) : 72 - T_c \leq 0 \quad (4.23)$$

Las restricciones de igualdad adicionales están formadas por el modelo matemático usado para describir la cocción (Ec. (4.24)) (es decir, los balances de materia y energía, condiciones iniciales y de contorno, etc.). Teniendo en cuenta los diferentes modelos analizados en el Capítulo 3, en este Capítulo se trabajó con el Modelo 3 para llevar adelante la simulación del sistema, ya que como se demostró el mismo permite calcular de manera aceptable ambas contribuciones a la pérdida de peso y puede adaptarse fácilmente a diferentes velocidades de calentamiento.

$$h_1(\vec{x}) : MODELO = 0 \quad (4.24)$$

#### 4.2.1 Variables de decisión

Las variables de decisión del problema están relacionadas con la temperatura del horno durante la cocción. La misma puede ser constante, entre valores mínimos y máximos arbitrarios, definidos como límites operativos, o variable. La gama de posibilidades para establecer una temperatura de horno variable es muy amplia; se pueden utilizar: (i) funciones matemáticas con parámetros desconocidos a ser ajustados durante la optimización, como perfiles exponenciales (similar a los experimentales), sinusoidales, etc.; (ii) perfiles de temperatura establecidos como la sucesión de escalones o rampas (o ambos), u otras formas arbitrarias.

Note que la función objetivo y la restricción dada por la Ec. (4.23) no dependen de manera explícita de la temperatura del horno; la misma afecta a la condición de contorno del modelo de cocción y finalmente afecta a la función objetivo y a la temperatura del centro térmico.

## 4.3 Optimización con temperatura de horno constante

### 4.3.1 Preliminares

#### 4.3.1.1 Dificultades encontradas y soluciones propuestas

El uso de temperatura de horno constante ( $T_h$ ) es el caso más simple que puede ser planteado en el problema de optimización, ya que se reduce a la búsqueda del valor de dicha temperatura y el tiempo de procesamiento necesario para alcanzar  $T_c \geq 72^\circ\text{C}$ . En este caso, se establecieron como límites operativos una temperatura de horno mínima y máxima de  $150^\circ\text{C}$  y  $230^\circ\text{C}$ , respectivamente, el cual es cercano al rango obtenido en las pruebas experimentales y son valores típicos de operación (James y James, 2004). En el caso de la variable tiempo, no se utilizó una restricción operativa, ya que tiende a bajar por la función objetivo y a aumentar si no se cumple la restricción de alcanzar  $72^\circ\text{C}$ . Como primera aproximación se seleccionó el modelo geométrico correspondiente a una de las muestras (#3) usadas en las determinaciones experimentales y se procedió a evaluar el comportamiento del método de optimización.

Esta alternativa presentó una dificultad para realizar la optimización: si bien el tiempo necesario para simular el modelo de cocción para cada conjunto de condiciones de proceso es pequeño (de unos 2–3 minutos en la PC utilizada, 1.86 GHz Intel Core<sup>2</sup>Duo 3.25 GB RAM), en el contexto del problema de optimización, con dos variables independientes, se pueden requerir varios cientos de evaluaciones de función (dependiendo del número de variables y tolerancias establecidas), por lo cual el problema requiere de muchas horas, e incluso días, para ser resuelto. Estas dificultades se deben principalmente a que las restricciones que vinculan a las variables de decisión son implícitas.

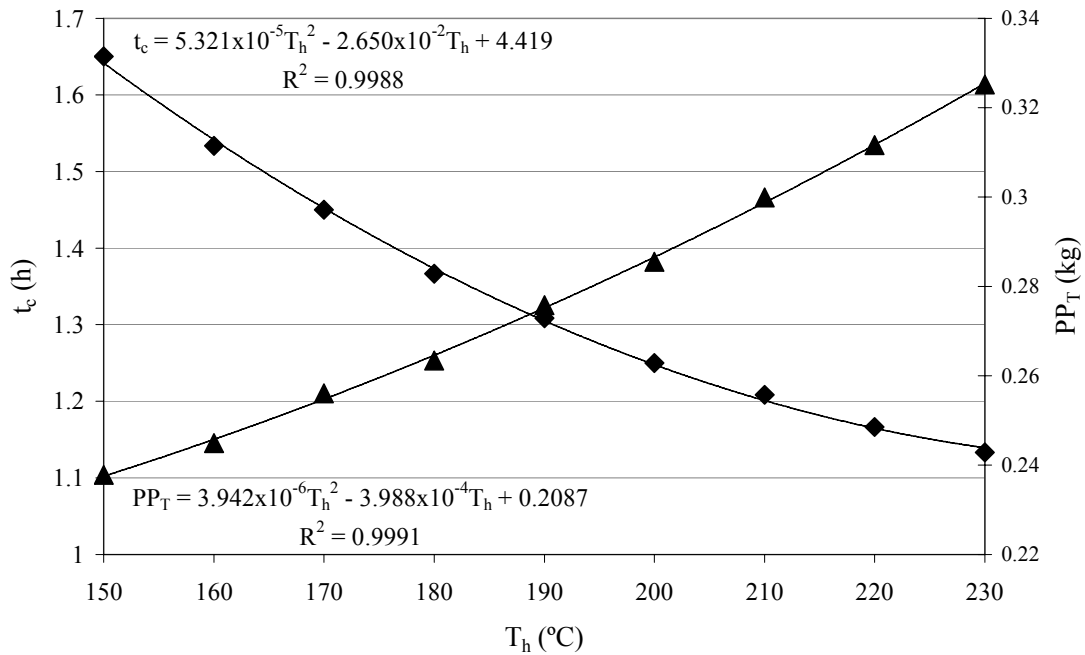
Como primera medida para tratar de disminuir esta dificultad, se decidió eliminar el tiempo del conjunto de variables de decisión, quedando solamente la temperatura del horno. Para esto, es necesario establecer un valor máximo de la variable tiempo, suficiente para que la temperatura en el punto más frío sobrepase el valor deseado; entonces, a partir del perfil de temperatura en el punto más frío se determina el tiempo de cocción. Con estas modificaciones se logró reducir el tiempo de cómputo necesario para resolver el problema, pero igualmente la escala siguió siendo de muchas horas (en las pruebas realizadas requirió como mínimo 20–22 hs).

#### 4.3.1.3 Aproximación de la función objetivo

Finalmente se decidió optar por la siguiente estrategia: (i) simular el modelo de cocción para diferentes valores arbitrarios de temperatura de horno; (ii) ajustar los valores de  $t_c$  y  $PP_T$  obtenidos a modelos simples (o interpolar la información); (iii) usar dichos modelos para formular la función objetivo y entonces realizar la optimización. De esta manera, los datos simulados son tratados como experimentales y son usados para realizar la optimización (Therdthai *et al.*, 2002). Dichas funciones simples requieren de milisegundos para ser evaluadas y se eliminan las dificultades de tiempo de cómputo.

#### 4.3.2 Resultados

Nuevamente se seleccionó el modelo geométrico correspondiente a una de las muestras (#3) usada en las determinaciones experimentales y se simuló el sistema para el rango de temperaturas de horno seleccionado. La Fig. 4.1 muestra los valores simulados de  $t_c$  y  $PP_T$  en función de la temperatura del horno, junto a dos ecuaciones cuadráticas para aproximar los datos. En todos los casos se cumple con la restricción de alcanzar al menos  $72^\circ\text{C}$  en el centro térmico de la muestra (Ec. (4.23)). Como puede observarse, una disminución del tiempo de cocción conduce a aumentos de pérdida de peso (y viceversa), por lo cual existe una competencia de objetivos. Si el objetivo se centra en el tiempo de cocción, deberían usarse temperaturas elevadas, mientras que si se centra en la pérdida de peso, deberían usarse temperaturas bajas.

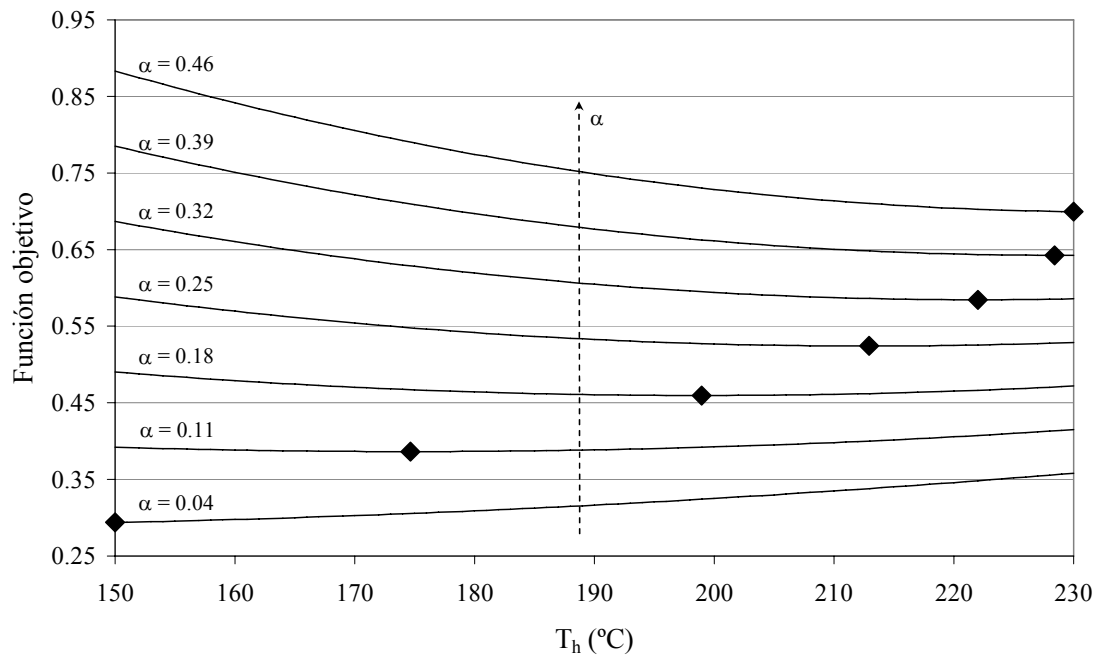


**Fig. 4.1.** Resultados simulados con  $T_h$  constante. (◆) Tiempo de cocción ( $t_c$ ) en horas; (▲) pérdida de peso ( $PP_T$ ) en kg. Las líneas continuas son las ecuaciones de ajuste simples.

Los resultados del modelo concuerdan con las sugerencias de James *et al.* (2004), quienes indicaron que son necesarias bajas temperaturas para minimizar la pérdida de peso durante la cocción de piezas grandes de cortes cárneos. Bengtsson *et al.* (1976) hallaron experimentalmente que el tiempo de cocción disminuye y la pérdida de peso aumenta conforme aumenta la temperatura del horno. Burfoot y Self (1989) indicaron que un aumento de temperatura de cocción disminuye tanto el tiempo de cocción como la pérdida de peso (pero en un equipo continuo), de manera tal que de acuerdo a sus resultados los objetivos no compiten.

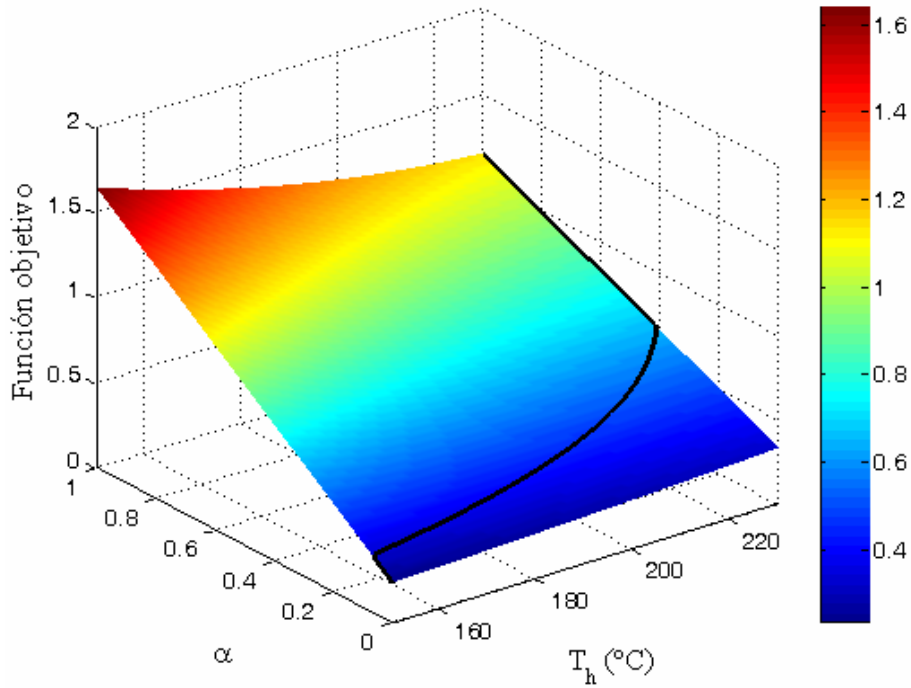
Usando los resultados mostrados en la Fig. 4.1, la función objetivo tentativa planteada anteriormente (Ec. (4.11)) puede ser evaluada para diferentes valores del factor de peso  $\alpha$ . La Fig. 4.2 muestra la función objetivo en función de la temperatura del horno para diferentes valores de  $\alpha$ , junto a los valores óptimos hallados por el método de optimización. Para valores bajos de  $\alpha$  la pérdida de peso tiene más influencia y los valores óptimos de temperatura de horno permanecen en el límite operativo inferior. Conforme aumenta  $\alpha$ , el tiempo de cocción domina a la función objetivo y los

valores óptimos de temperatura de horno se desplazan al límite operativo superior. Para valores de  $\alpha$  entre  $\sim 0.1$  y  $\sim 0.4$ , las temperaturas de operación óptimas se localizan entre los límites operativos. De lo anterior puede concluirse que realizar la optimización será productivo sólo dentro de ese intervalo de valores de  $\alpha$ , ya que fuera del mismo los valores óptimos toman los valores de los límites operativos.

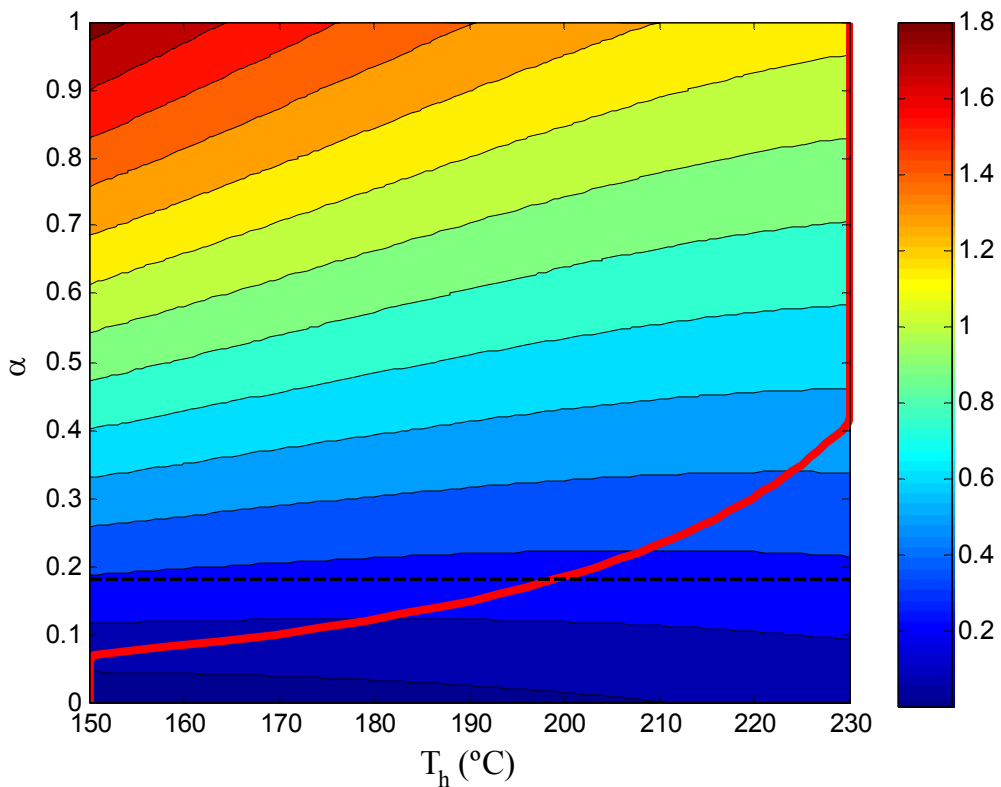


**Fig. 4.2.** Función objetivo en función de  $T_h$  para diferentes valores de  $\alpha$ . (◆) Valores óptimos para cada valor de  $\alpha$ .

La Fig. 4.3 muestra la función objetivo en función de la temperatura del horno y  $\alpha$ , junto a la curva de valores óptimos para cada valor de  $\alpha$ ; similarmente la Fig. 4.4 muestra las curvas de nivel de la función objetivo. Puede observarse claramente la observación realizada anteriormente, respecto de que existe un pequeño rango de valores de  $\alpha$  donde los valores óptimos se encuentran dentro de los límites operativos.



**Fig. 4.3.** Representación 3D de la función objetivo en función de  $T_h$  y  $\alpha$ . La línea negra une los valores óptimos para cada  $\alpha$  (variando de a 0.01 unidades).



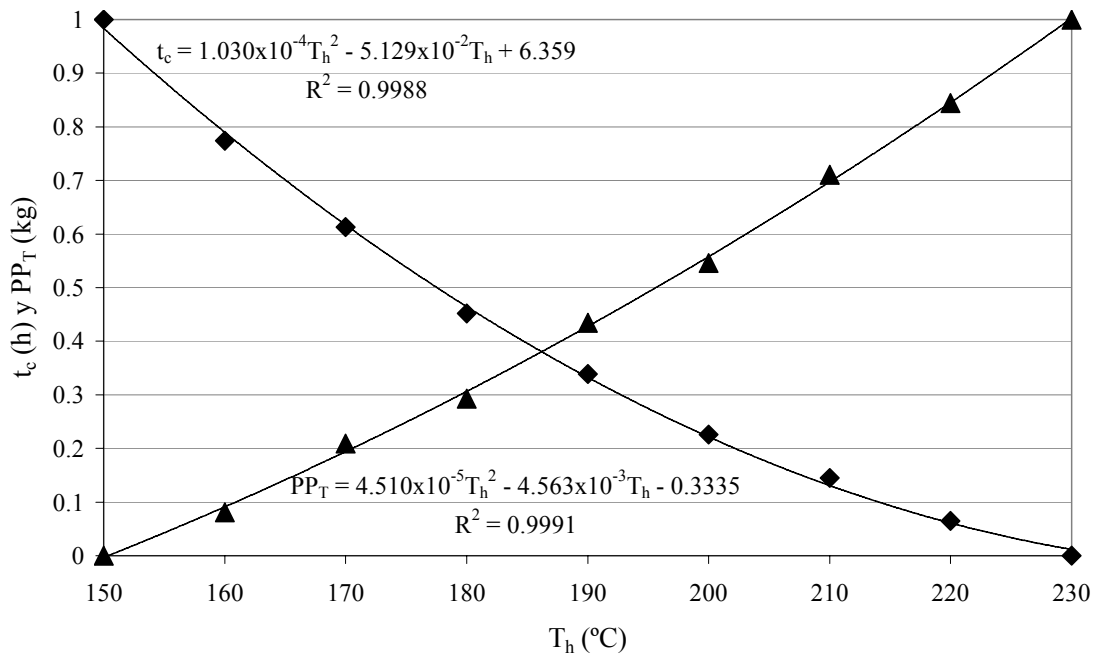
**Fig. 4.4.** Curvas de nivel de la función objetivo en función de  $T_h$  y  $\alpha$ . La línea roja une los valores óptimos para cada  $\alpha$ . La línea negra (--) corresponde a  $\alpha = 0.18$ , mostrado en la Fig. 4.2.



A pesar de que se expresaron los tiempos de cocción en horas y la pérdida de peso en kg, de manera tal de procurar ecualizar ambos objetivos, el orden de ambas funciones es diferente: el tiempo de cocción posee un orden de  $10^0$ , y la pérdida de peso posee un orden de  $10^{-1}$ . Esto determina que incluso a valores de  $\alpha$  bajos el tiempo de cocción domine la función objetivo. Para lograr que ambos objetivos sean equivalentes se procedió a normalizarlos, de acuerdo a la Ec. (4.25), donde *min* y *max* indican el valor mínimo y máximo de la variable  $v$  dentro del rango mostrado en la Fig. 4.1. Białobrzewski *et al.* (2009) utilizó un escalado similar para evaluar un índice de calidad nutricional (evaluado en función del contenido de distintos componentes) durante el horneado de pechugas de pavo.

La Fig. 4.5 muestra los valores de tiempo de cocción y pérdida de peso escalados, junto a las nuevas ecuaciones de predicción simples ajustadas.

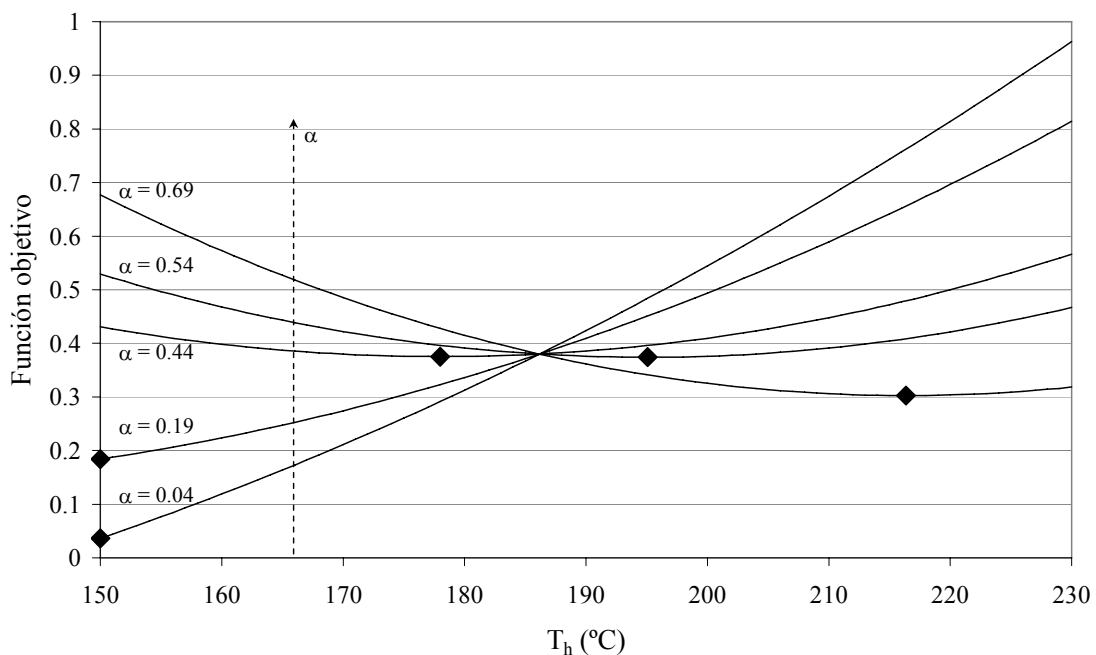
$$v = \frac{v - v_{\min}}{v_{\max} - v_{\min}} \tag{4.25}$$



**Fig. 4.5.** Resultados escalados para  $T_h$  constante. (◆) Tiempo de cocción; (▲) pérdida de peso. Las líneas continuas son las ecuaciones de ajuste simples.

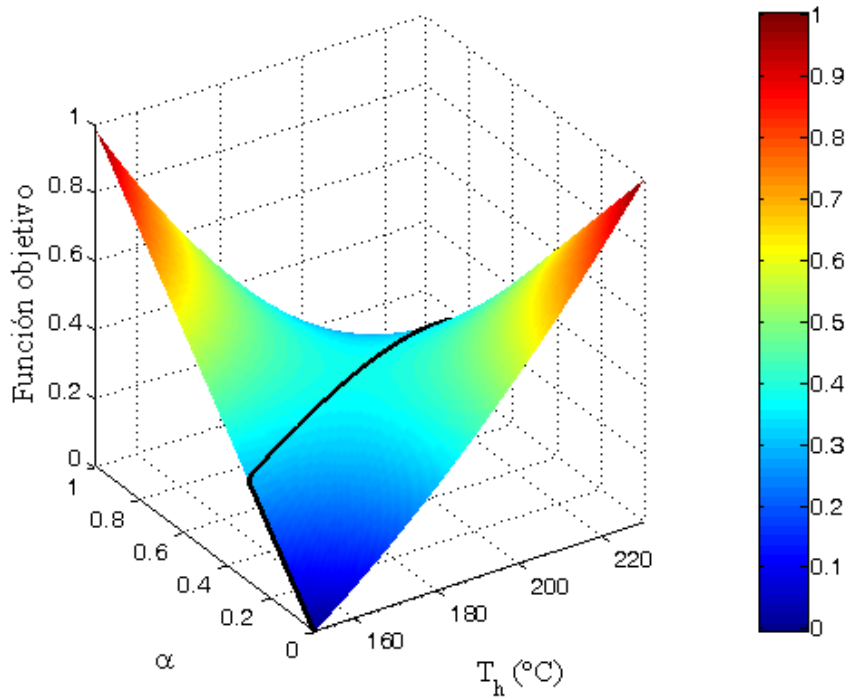
La Fig. 4.6 muestra curvas de la función objetivo con valores de  $t_c$  y  $PP_T$  escalados, en función de la temperatura del horno para diferentes valores de  $\alpha$ , junto a

los valores óptimos hallados por el método de optimización. La forma de las curvas es muy diferente a la encontrada usando las variables sin escalar. Como puede observarse, para valores bajos de  $\alpha$  la pérdida de peso tiene más influencia y los valores óptimos de temperatura de horno permanecen en el límite operativo inferior. Para valores de  $\alpha$  mayores, el tiempo de cocción domina a la función objetivo y los valores óptimos de temperatura de horno permanecen en el límite operativo superior. Para valores de  $\alpha$  intermedios, entre  $\sim 0.3$  y  $\sim 0.8$ , las temperaturas de operación óptimas se localizan entre los límites operativos.

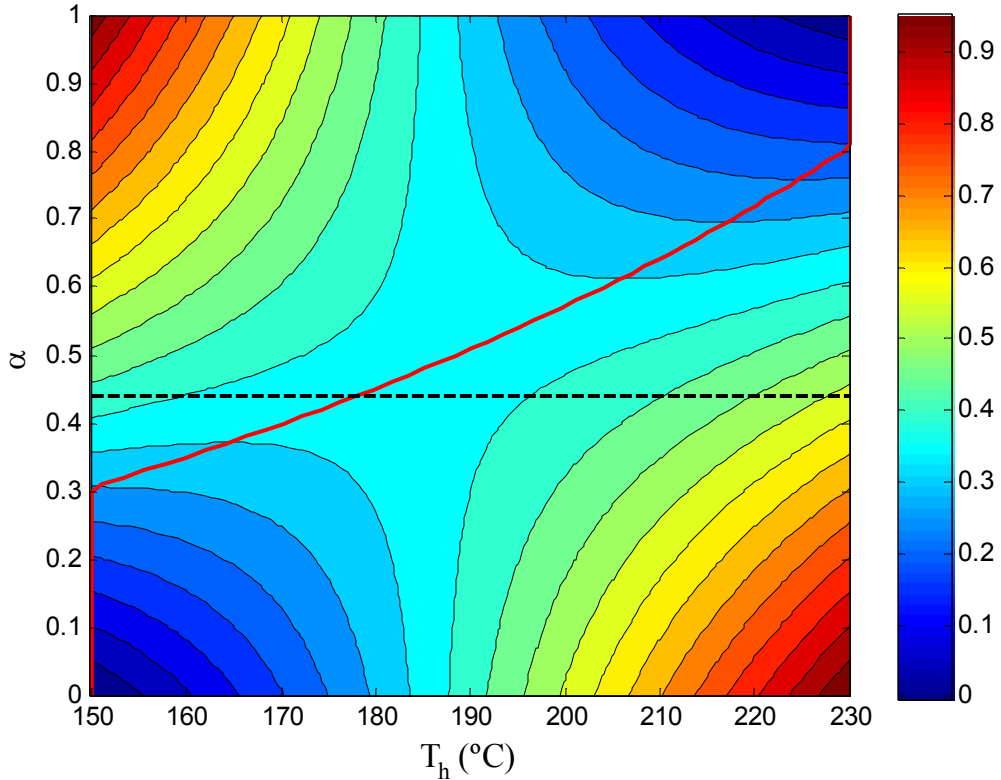


**Fig. 4.6.** Función objetivo con valores de  $t_c$  y  $PP_T$  escalados, en función de  $T_h$  para diferentes valores de  $\alpha$ . (◆) Valores óptimos para cada valor de  $\alpha$ .

Entonces, al igual que el caso anterior, puede concluirse que realizar la optimización será productivo sólo dentro de ese intervalo de valores de  $\alpha$  intermedios. La Fig. 4.7 muestra la función objetivo con valores de  $t_c$  y  $PP_T$  escalados en función de la temperatura del horno y  $\alpha$ , junto a la curva de valores óptimos para cada valor de  $\alpha$ ; similarmente la Fig. 4.8 muestra las curvas de nivel de la función objetivo. En esta última puede observarse claramente que existe un rango de valores de  $\alpha$  intermedio donde los valores óptimos se encuentran dentro de los límites operativos.



**Fig. 4.7.** Representación 3D de la función objetivo con valores de  $t_c$  y  $PP_T$  escalados, en función de la temperatura del horno y  $\alpha$ . La línea negra une los valores óptimos para cada  $\alpha$  (variando de a 0.01 unidades).



**Fig. 4.8.** Curvas de nivel de la función objetivo con valores de  $t_c$  y  $PP_T$  escalados, en función de  $T_h$  y  $\alpha$ . La línea roja une los valores óptimos para cada  $\alpha$ . La línea negra (--) corresponde a  $\alpha = 0.44$  mostrada en la Fig. 4.6.

En todos los casos mostrados se utilizó un parámetro de penalización  $\eta = 10$ , que implica que las penalizaciones de las restricciones son mucho mayores que la función objetivo. Para los casos donde los óptimos se encuentran en el límite inferior o superior de la temperatura del horno (para valores de  $\alpha$  bajos o altos, respectivamente), la violación de los límites fue del orden de  $10^{-3}$ – $10^{-4}$ °C. El Apéndice E.1.2 presenta las funciones utilizadas para este caso. Cuando los valores óptimos se encontraron dentro de los límites operativos, por tratarse de funciones cuadráticas se pudieron verificar fácilmente los resultados en forma analítica. El mismo comportamiento se encontró para el resto de las muestras, las únicas diferencias se producen en los rangos de tiempo de cocción y pérdida de peso para cada una de ellas.

Es importante destacar que todas las condiciones encontradas son óptimas (Fig. 4.4 y 4.8); en este sentido, el usuario es responsable en seleccionar finalmente una solución sobre otra (es decir,  $\alpha$ ) usando información adicional subjetiva o difícil de expresar en términos matemáticos (Sendín *et al.*, 2010).

## **4.4 Optimización con temperatura de horno variable**

Durante las pruebas de cocción realizadas se observó que la temperatura superficial se incrementa gradualmente hasta alcanzar valores cercanos a 100°C, y entonces la evaporación superficial empieza a controlar el flujo de calor hacia el interior del producto y frena el aumento de temperatura. Este comportamiento sugiere que podrían utilizarse temperaturas elevadas al inicio del proceso, para lograr que la temperatura superficial alcance rápidamente 100°C, y posteriormente disminuir la temperatura de operación, para disminuir las pérdidas de agua. En este sentido, el objetivo de esta Sección fue analizar la influencia de diferentes perfiles de temperatura de horno y su efecto en el tiempo de cocción y pérdida de peso, comparándolos con el uso de temperatura de horno constante.

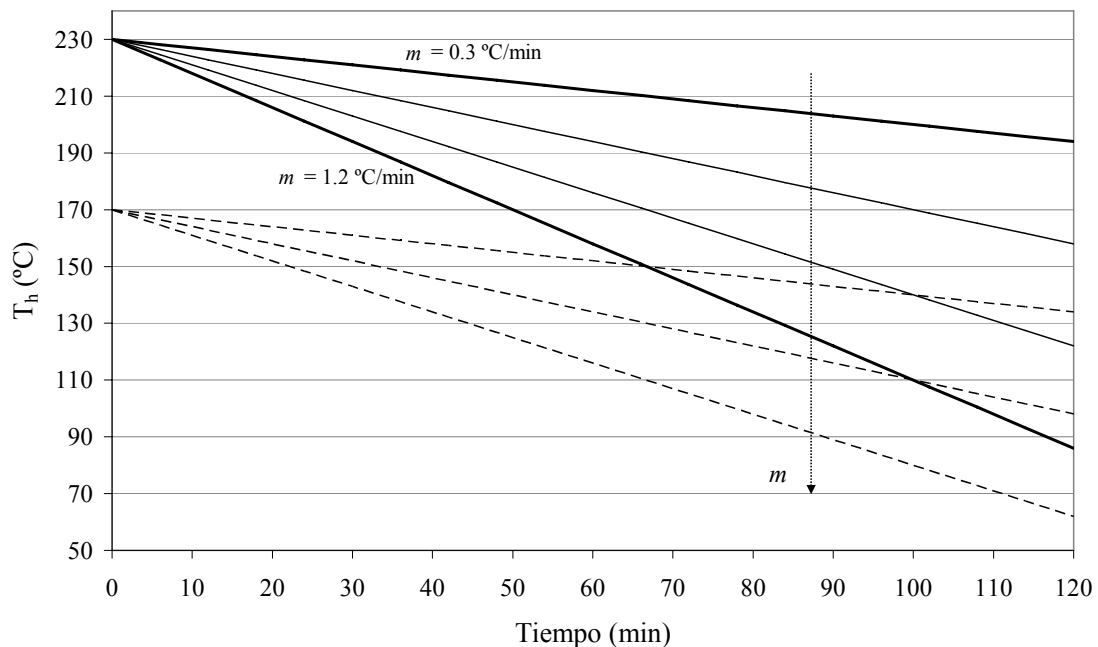
### **4.4.1 Variación lineal de temperatura de horno**

Una forma simple de variación de la temperatura del horno se obtiene estableciendo un perfil lineal decreciente con el tiempo, procurando como se mencionó

anteriormente que la temperatura superficial se acerque rápidamente a 100°C de manera de disminuir el tiempo de cocción. Este perfil queda determinado por dos variables: la temperatura inicial del horno ( $T_{h0}$ ) y la velocidad de enfriamiento ( $m$ ); entonces la temperatura del horno se expresa como:

$$T_h(t) = T_{h0} - mt \quad (4.26)$$

La Fig. 4.9 muestra los perfiles de temperatura del horno para diferentes valores de  $T_{h0}$  y  $m$ . Un aspecto a tener en cuenta es que si  $T_{h0}$  es baja y  $m$  es grande, podría suceder que la restricción de alcanzar 72°C en el punto más frío no se cumpla, por lo cual esa combinación de variables no será factible.

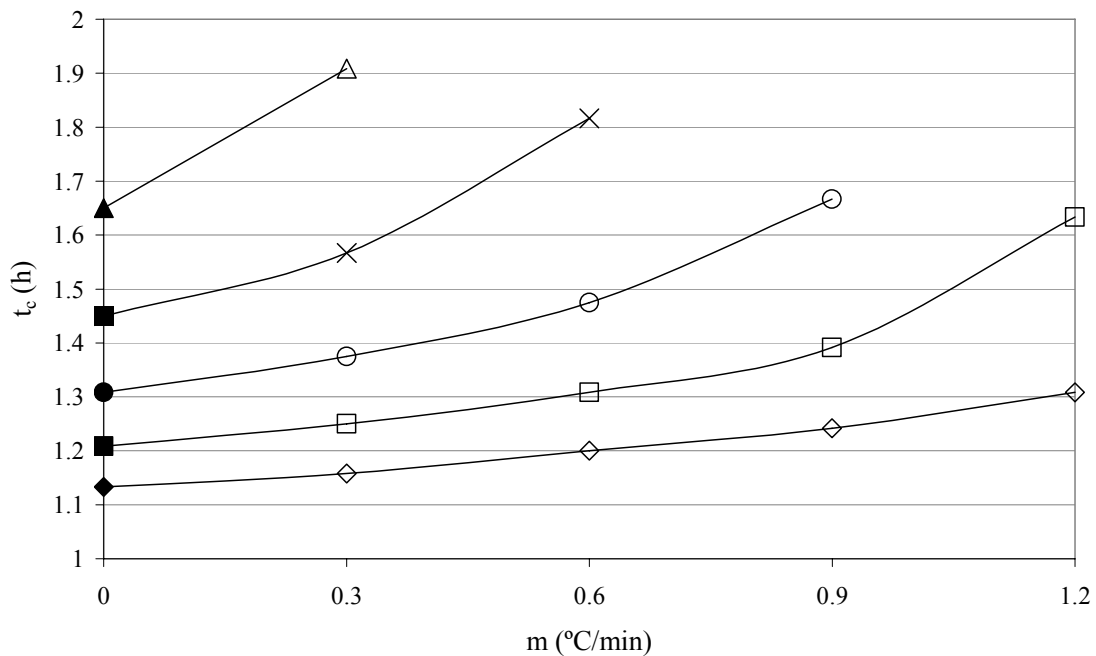


**Fig. 4.9.** Variación de la temperatura del horno con el tiempo de proceso, para diferentes temperaturas iniciales: (–) 230°C; (---) 170°C, y valores de  $m$ .

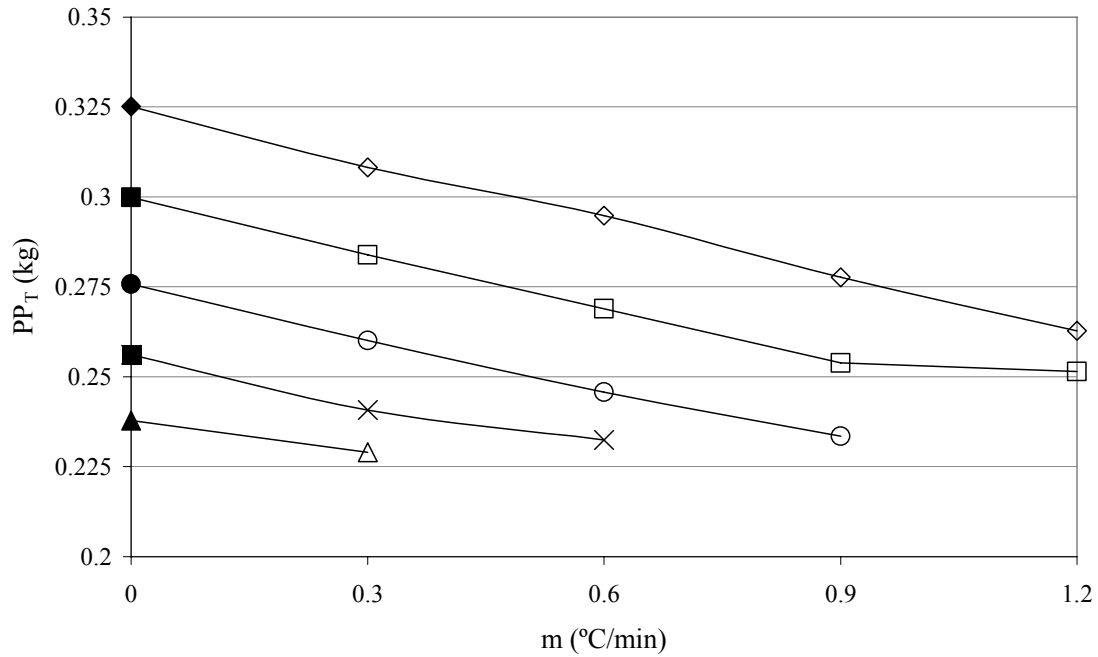
#### 4.4.2 Resultados

Las Fig. 4.10 y 4.11 muestran los valores de tiempo de cocción y pérdida de peso, respectivamente, para diferentes valores de  $T_{h0}$  (entre 150 y 230°C) y  $m$  (entre 0 y 1.2°C/min), para la muestra #3.

En primer lugar se observa que para las temperaturas iniciales más altas se cumple la restricción primaria para todos los valores de  $m$ ; por el contrario, para las temperaturas iniciales más bajas, los valores de  $m$  deben ser también bajos, de manera tal de poder alcanzar  $72^{\circ}\text{C}$  en el punto más frío. En segundo lugar, los tiempos de cocción se incrementan y las pérdidas de peso disminuyen, respecto del uso de temperatura de horno constante (para  $m = 0$  en los gráficos). Más aún, se observa que conforme la temperatura inicial del horno disminuye el tiempo de cocción se incrementa notablemente, y en consecuencia el efecto sobre la disminución de la pérdida de peso es cada vez menos relevante.



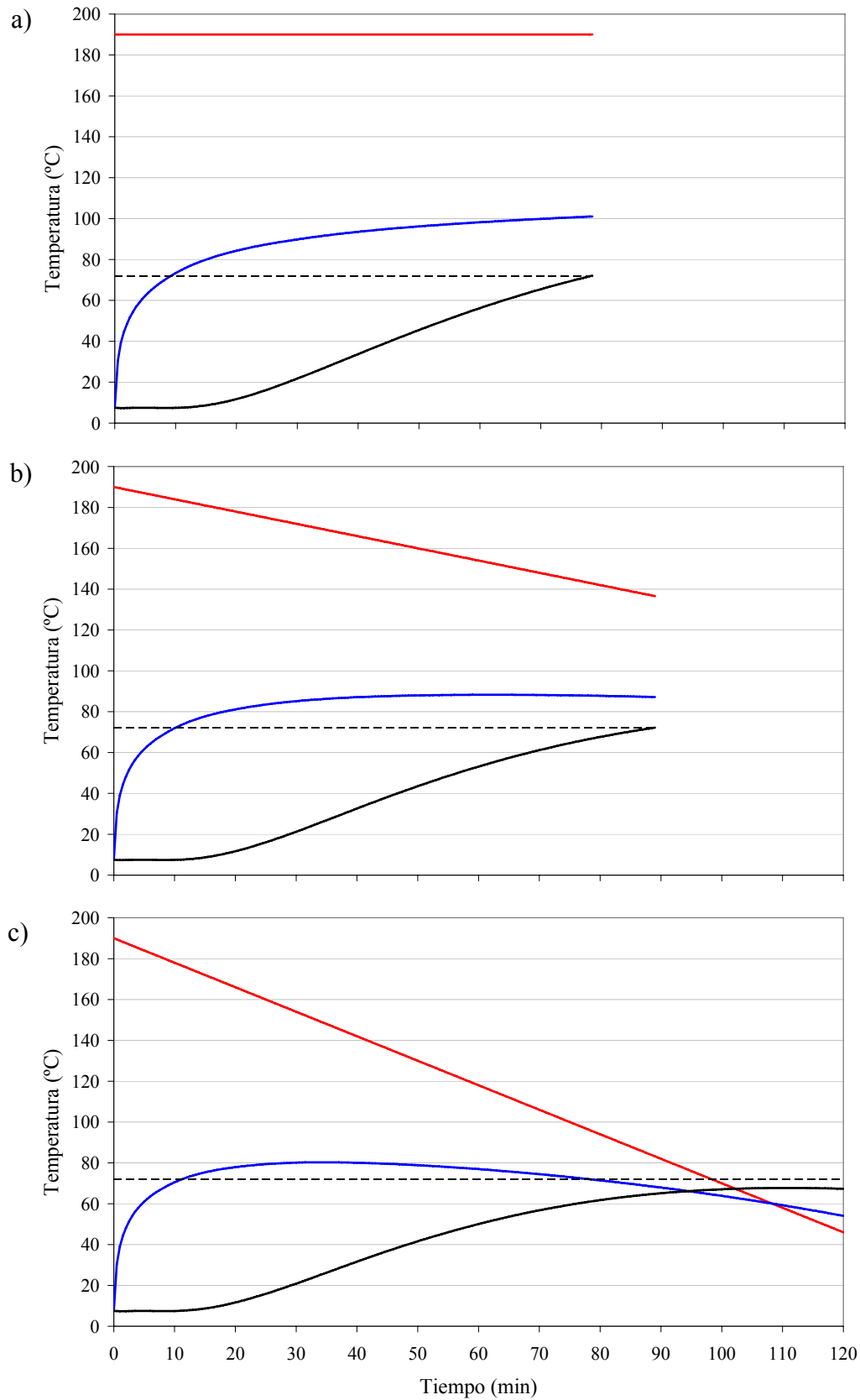
**Fig. 4.10.** Variación del tiempo de cocción en función de  $m$ , para diferentes valores de  $T_{h0}$ : (◇)  $230^{\circ}\text{C}$ ; (□)  $210^{\circ}\text{C}$ ; (○)  $190^{\circ}\text{C}$ ; (×)  $170^{\circ}\text{C}$ ; (△)  $150^{\circ}\text{C}$ . Los datos rellenos a  $m = 0$  corresponden a  $T_h$  constante (Fig. 4.1).



**Fig. 4.11.** Variación de la pérdida de peso en función de  $m$ , para diferentes valores de  $T_{h0}$ : (◇) 230°C; (□) 210°C; (○) 190°C; (×) 170°C; (△) 150°C. Los datos rellenos a  $m = 0$  corresponden a  $T_h$  constante (Fig. 4.1).

La Fig. 4.12 muestra resultados usando  $T_{h0} = 190^\circ\text{C}$ ; conforme aumenta  $m$  los tiempos de cocción aumentan, y para valores de  $m$  grandes no se alcanza a cumplir la restricción de alcanzar  $72^\circ\text{C}$  en el punto más frío.

Al igual que con el caso de temperatura de horno constante analizado anteriormente, puede seleccionarse algún valor de  $\alpha$  para obtener la función objetivo primaria (Ec. (4.22)) o escalada, y entonces buscar valores de  $T_{h0}$  y  $m$  óptimos. Para este caso se eligió realizar una interpolación entre los datos, en vez de ajustar cada serie de ellos a una ecuación simple; esto se debió a que cada serie tiene una forma diferente y el mismo tipo de modelo no puede aproximar satisfactoriamente a todas ellas, y principalmente, a que algunas series tienen pocos datos para realizar el ajuste.



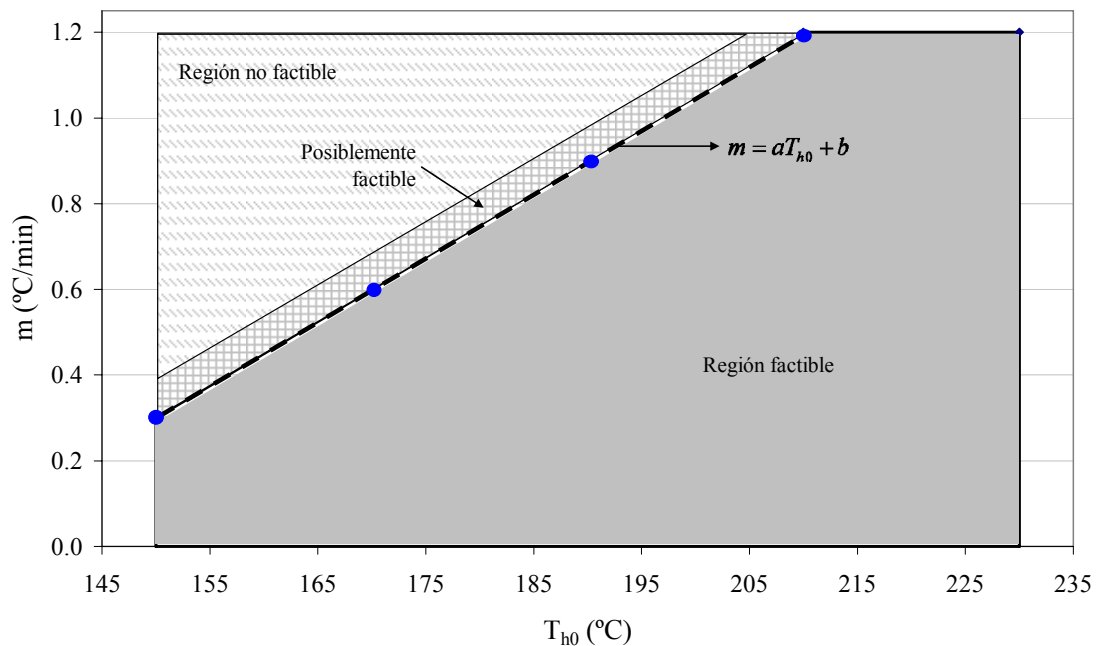
**Fig. 4.12.** Efecto de distintos valores de  $m$  para  $T_{h0}=190^\circ\text{C}$ : (a)  $m = 0^\circ\text{C}/\text{min}$ ; (b)  $m = 0.6^\circ\text{C}/\text{min}$ ; (c)  $m = 1.2^\circ\text{C}/\text{min}$ , en los perfiles de temperatura: (—) horno; (—) superficie; (—) centro.



Además de establecer las restricciones para los límites mínimos y máximos de las variables operativas, es necesario cuantificar las restricciones entre ellas, ya que como se mencionó anteriormente algunas combinaciones de  $T_{h0}$  y  $m$  no son factibles (Fig. 4.13). A partir de los valores simulados se asumió una relación lineal para tal restricción entre  $T_{h0}$  y  $m$ , la cual toma la forma:

$$g(T_{h0}, m) : -aT_{h0} + m - b \leq 0 \quad (4.27)$$

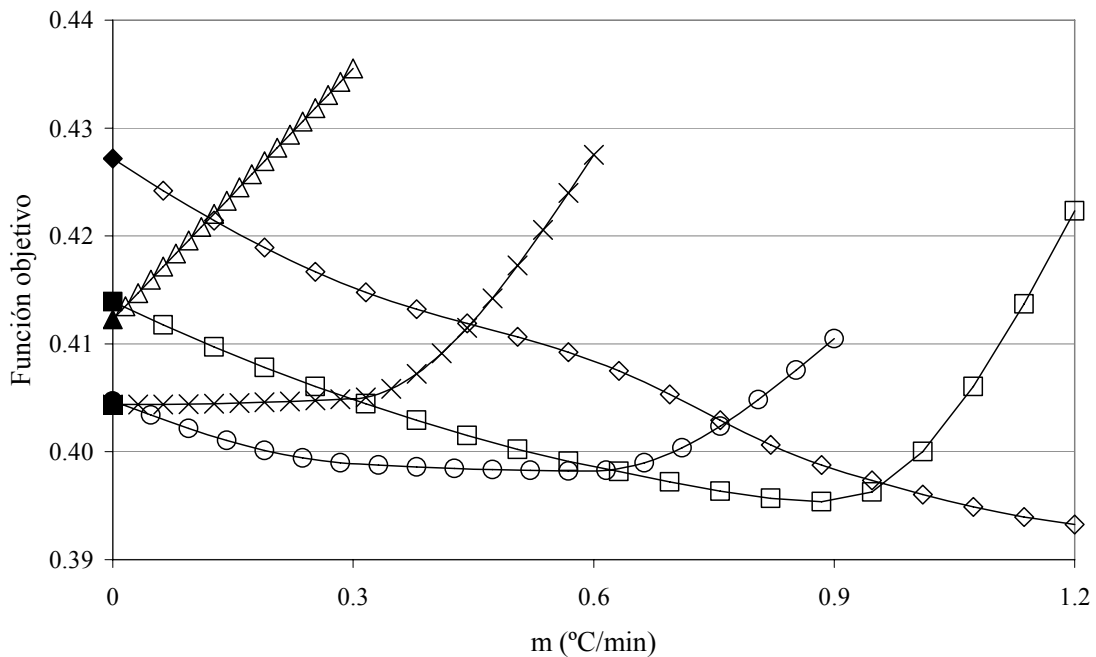
donde  $a$  y  $b$  son la pendiente y la ordenada al origen de la recta. Note que se usaron valores discretos de  $T_{h0}$  y  $m$  para generar los datos; en este sentido, si se usaran espaciados menores para las variables, sería posible que la región factible se extendiera levemente. Por ejemplo, para  $T_{h0} = 170^\circ\text{C}$ ,  $m = 0.6^\circ\text{C}/\text{min}$  fue factible pero no  $m = 0.9^\circ\text{C}/\text{min}$ ; es posible que usando valores de  $m$  levemente mayores a 0.6 se obtuvieran puntos factibles.



**Fig. 4.13.** Región factible y restricción adicional; (●) valores límites obtenidos a partir del modelo.

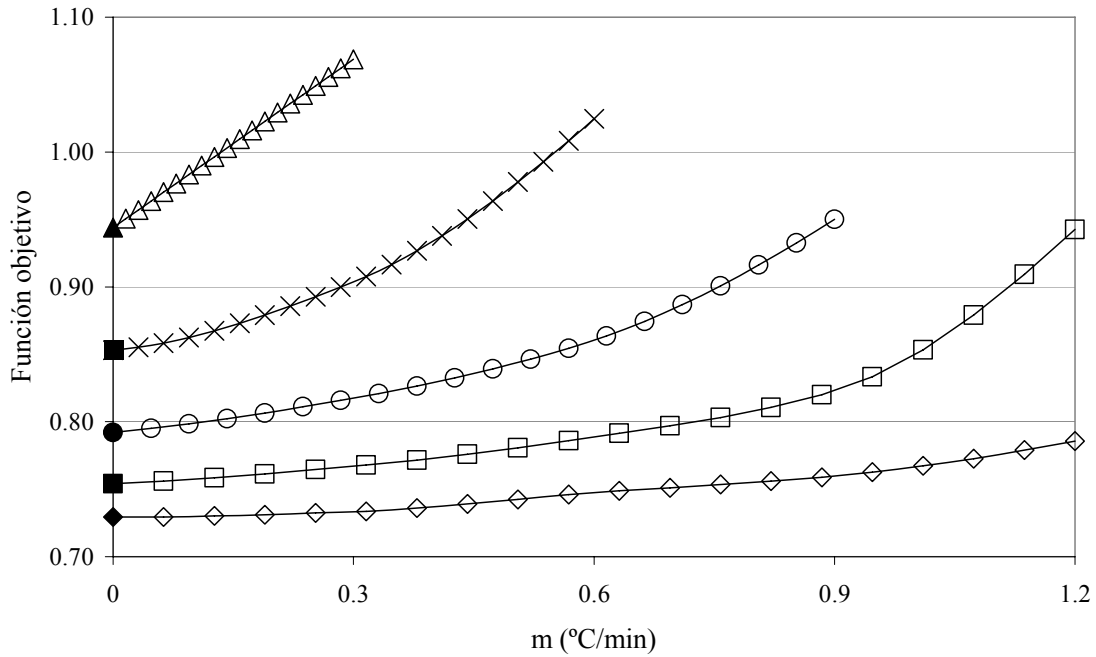
La forma de la función objetivo se torna más compleja en esta situación; por ejemplo, la Fig. 4.14 muestra la función objetivo para  $\alpha = 0.12$  y diferentes valores de

$T_{h0}$ ; el mínimo global se produce para  $T_{h0}$  máxima (230°C) y para la mayor velocidad de enfriamiento ( $m = 1.2^\circ\text{C}/\text{min}$ ). Conforme  $T_{h0}$  disminuye, los valores óptimos de  $m$  se desplazan a valores menores (cumpliendo con la restricción mencionada), y llegan a ser 0 para  $T_{h0}$  bajos, donde  $t_c$  aumenta considerablemente con  $m$ .



**Fig. 4.14.** Variación de la función objetivo en función de  $m$ , para  $\alpha = 0.12$  y diferentes valores de  $T_{h0}$ : ( $\diamond$ ) 230°C; ( $\square$ ) 210°C; ( $\circ$ ) 190°C; ( $\times$ ) 170°C; ( $\triangle$ ) 150°C. Los datos rellenos a  $m = 0$  corresponden a  $T_h$  constante (Fig. 4.1).

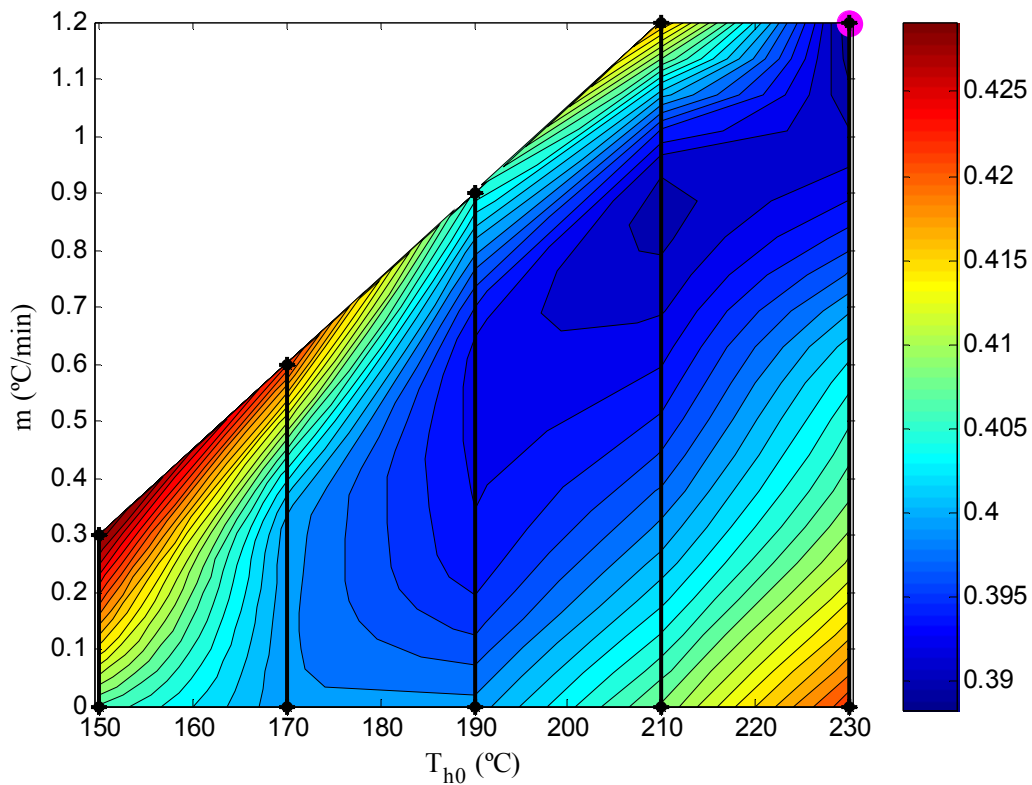
La Fig. 4.15 muestra la función objetivo para  $\alpha = 0.5$  y diferentes valores de  $T_{h0}$ ; en todos los casos los mínimos se producen para velocidades de enfriamiento nula, ya que  $t_c$  domina a la función.



**Fig. 4.15.** Variación de la función objetivo primaria en función de  $m$ , para  $\alpha = 0.5$  y diferentes valores de  $T_{h0}$ : ( $\diamond$ )  $230^{\circ}\text{C}$ ; ( $\square$ )  $210^{\circ}\text{C}$ ; ( $\circ$ )  $190^{\circ}\text{C}$ ; ( $\times$ )  $170^{\circ}\text{C}$ ; ( $\triangle$ )  $150^{\circ}\text{C}$ . Los datos rellenos a  $m = 0$  corresponden a  $T_h$  constante (Fig. 4.1).

La utilización de curvas de nivel puede ser de mayor utilidad para graficar la situación. La Fig. 4.16 muestra dichas curvas para  $\alpha = 0.12$ ; las líneas negras corresponden a los valores de  $T_{h0}$  mostradas en la Fig. 4.14; se observa un óptimo global para  $T_{h0} = 230^{\circ}\text{C}$  y  $m = 1.2^{\circ}\text{C}/\text{min}$  y un óptimo local en las cercanías de  $T_{h0} = 210^{\circ}\text{C}$  y  $m = 0.9^{\circ}\text{C}/\text{min}$ . La posibilidad de existencia de múltiples óptimos locales determina que el resultado obtenido dependerá de la inicialización de las variables; en este sentido, es necesario probar varias inicializaciones, comparar resultados y ayudarse de los gráficos para aceptar los valores finales.

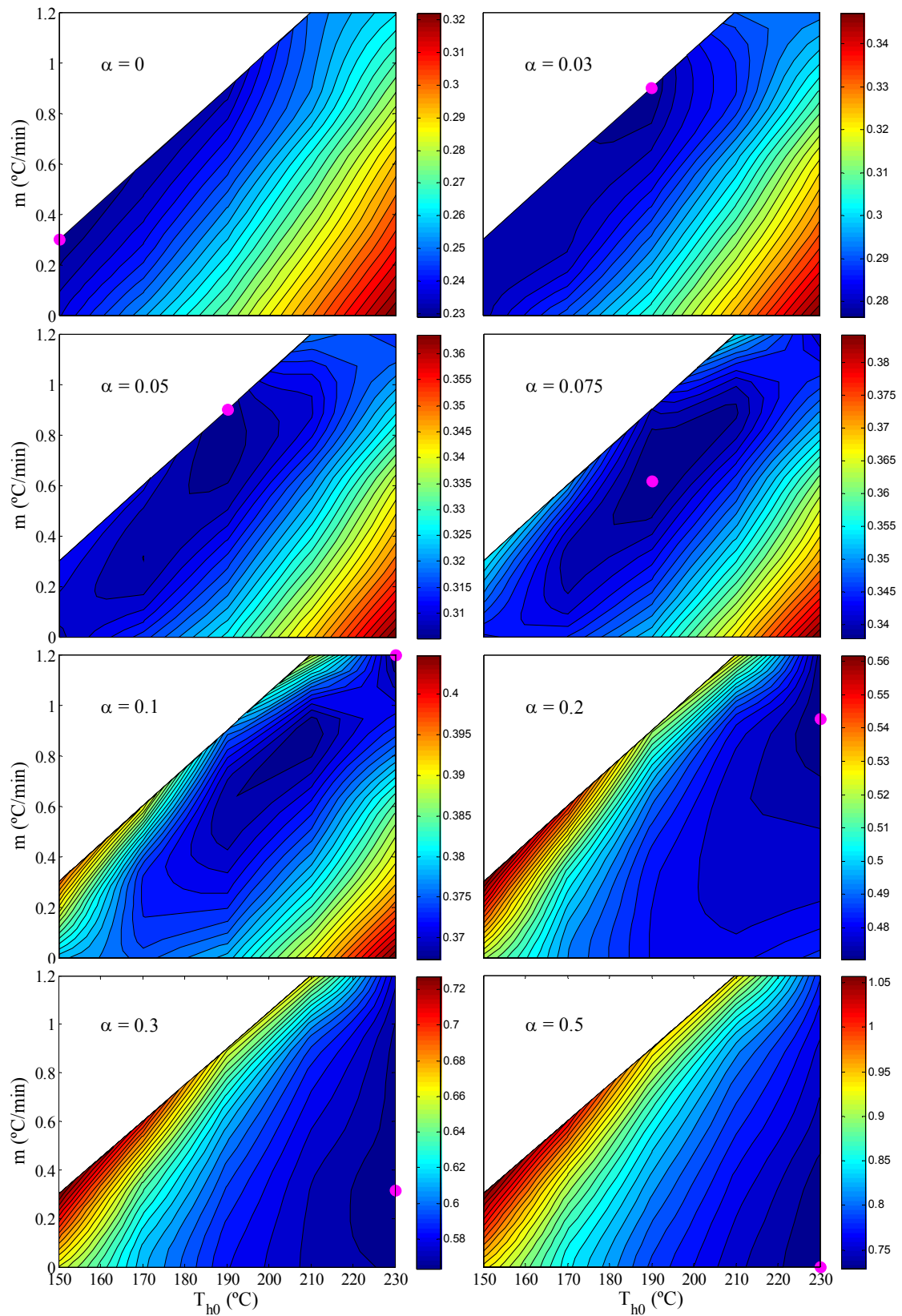
La Fig. 4.17 muestra las curvas de nivel para otros valores de  $\alpha$ , éstos gráficos pueden ser utilizados de diferente manera: (i) buscar valores de  $T_{h0}$  y  $m$  que indican óptimos globales; (ii) fijar  $T_{h0}$  y buscar valores de  $m$  óptimos; (iii) fijar  $m$  y buscar valores de  $T_{h0}$  óptimos. El Apéndice E.1.3 muestra la forma en que se realizaron las curvas de nivel y detalles de la optimización.



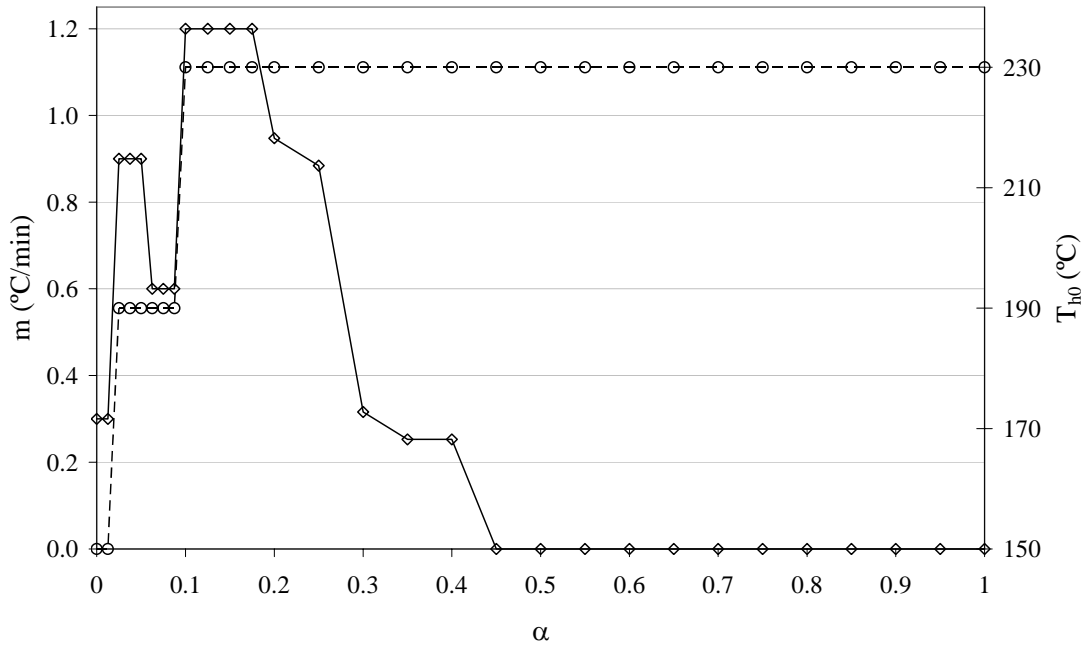
**Fig. 4.16.** Curvas de nivel de la función objetivo en función de  $T_{h0}$  y  $m$ , para  $\alpha = 0.12$ . (●) Valor óptimo obtenido por interpolación.

Finalmente la Fig. 4.18 resume los valores óptimos de  $T_{h0}$  y  $m$  en función de  $\alpha$ . Como se mencionó, la función objetivo es dominada por el tiempo de cocción incluso para valores de  $\alpha$  bajos, entonces conforme  $\alpha$  aumenta, los valores de  $T_{h0}$  óptimos se desplazan rápidamente a valores altos. Por otro lado, para valores de  $\alpha$  bajos la pérdida de peso determina que los valores óptimos de  $m$  aumenten inicialmente y luego disminuyan a cero, cuando el tiempo de cocción tiene más peso. El aumento de tiempo obtenido para  $T_{h0} = 190^\circ\text{C}$  y  $m = 0.6^\circ\text{C}/\text{min}$  determina que  $m$  disminuya abruptamente y luego se incremente nuevamente, cuando  $\alpha$  cambia entre  $\sim 0.05$  y  $\sim 0.1$ .

Los resultados mostrados hasta aquí se obtuvieron usando el modelo geométrico de una de las muestras utilizadas en las determinaciones experimentales; para otras muestras los resultados son similares, solamente se producen diferencias en los rangos de tiempo y pérdida de peso.



**Fig. 4.17.** Curvas de nivel de la función objetivo en función de  $T_{h0}$  y  $m$ , para diferentes valores de  $\alpha$ . (●) Valores óptimos obtenidos por interpolación.



**Fig. 4.18.** Valores óptimos de  $m$  ( $\diamond$ ) y  $T_{h0}$  ( $\circ$ ) en función de  $\alpha$ . Para valores de  $\alpha$  bajos se utilizaron espaciados menores dado que los valores óptimos cambian rápidamente.

## 4.5 Ecuaciones de predicción de tiempos de cocción y pérdida de peso

Una vez desarrollado, resuelto y validado un modelo matemático, éste puede ser usado para simular y obtener información del proceso de interés, de manera tal de disminuir los requerimientos de determinaciones experimentales. En este sentido, el objetivo de esta Sección fue evaluar el  $t_c$  y  $PP_T$ , con diferentes condiciones operativas y variables relacionadas a las muestras, a través de la simulación numérica del Modelo de cocción 3, que presentó las mejores predicciones de pérdida de peso para las pruebas experimentales realizadas. A partir de los resultados obtenidos, se desarrollarán ecuaciones de predicción simples, de manera de evitar resolver un modelo distribuido.

Además del objetivo de predicción, tales ecuaciones naturalmente podrían también ser usadas para realizar la optimización del proceso.

### 4.5.1 Materiales y métodos

#### 4.5.1.1 Obtención de un modelo geométrico patrón

Dado que las muestras utilizadas en las determinaciones experimentales (Capítulo 2) son aproximadamente entre  $1/2$  y  $3/4$  partes de muestras enteras, es difícil

establecer un modelo geométrico único o representativo de otras muestras, y además su forma y tamaño tienen influencia en los resultados del modelo; en este sentido, es deseable tener el modelo geométrico correspondiente a una muestra entera. Si bien se obtuvieron dos modelos geométricos de muestras crudas enteras utilizando el sistema de visión computacional descrito en el Capítulo 2, se decidió cambiar la técnica de adquisición de imágenes para eliminar dificultades de alineamiento. Entonces, se realizó la adquisición de imágenes de diferentes secciones transversales de una muestra entera de músculo *semitendinosus* utilizando un equipo de resonancia magnética nuclear (RMN). Los detalles del procedimiento y la obtención del modelo geométrico se muestran en la Parte 1 del Anexo 1.

Una vez obtenido el modelo geométrico patrón, el mismo fue escalado para obtener modelos geométricos correspondientes a muestras de diferente tamaño, es decir, diferente masa inicial. Los factores de escala utilizados fueron 0.8, 0.9, 1 (la muestra patrón) y 1.1, lo que provee modelos geométricos que corresponden a una masa inicial de 0.9, 1.29, 1.76 (la muestra patrón) y 2.35 kg, respectivamente. De esta manera se cubrió un rango de masas iniciales que puede ser hallado en el mercado.

#### 4.5.1.2 Coeficientes de transferencias

El coeficiente convectivo de transferencia de energía fue estimado a partir de correlaciones del número de Nusselt, al igual que en la Sección 2.6.2.1. Para obtener diferentes valores del coeficiente de transferencia se utilizó:

- (i) la longitud característica, asumiendo la muestra como un cilindro y promediando su ancho y altura (a partir de los modelos geométricos);
- (ii) las propiedades del aire se evaluaron a la temperatura promedio entre el aire y la superficie (asumida como 100°C);
- (iii) se utilizaron 3 velocidades de aire, 0.25, 0.55 y 0.85 m/s, ésta última fue la más alta medida en el horno utilizado para realizar las pruebas experimentales.

El coeficiente de transferencia de materia fue estimado a partir de la analogía calor–materia simplificada usada en la Sección 2.6.5.1.

4.5.1.3 Simulación del modelo de cocción

El Modelo de cocción 3, considerando el aporte energético por convección y radiación en forma separada, y la acumulación de agua en el horno, fue simulado usando varias combinaciones de variables:

- (i) variables relacionadas con la muestra cruda: masa inicial ( $M_0$ , 0.9, 1.29, 1.78 y 2.3 kg) y temperatura inicial ( $T_0$ , 5, 15 y 25°C);
- (ii) variables relacionadas con las condiciones operativas: temperatura de horno constante ( $T_h$ , 150 a 230°C, variando de a 10°C) y coeficientes de transferencia, por medio de diferentes velocidades de aire (0.25, 0.55 y 0.85 m/s);
- (iii) variables relacionadas con el estado final, es decir, para diferentes temperaturas finales en el punto más frío ( $T_c$ , 63, 68, 72 y 78°C).

La Fig. 4.19 resume las condiciones utilizadas. En total se realizaron 1296 simulaciones, obteniendo los  $t_c$  y  $PP_T$  correspondientes. En todos los casos el contenido de agua inicial de las muestras fue establecido en 0.75 kg/kg (base húmeda).

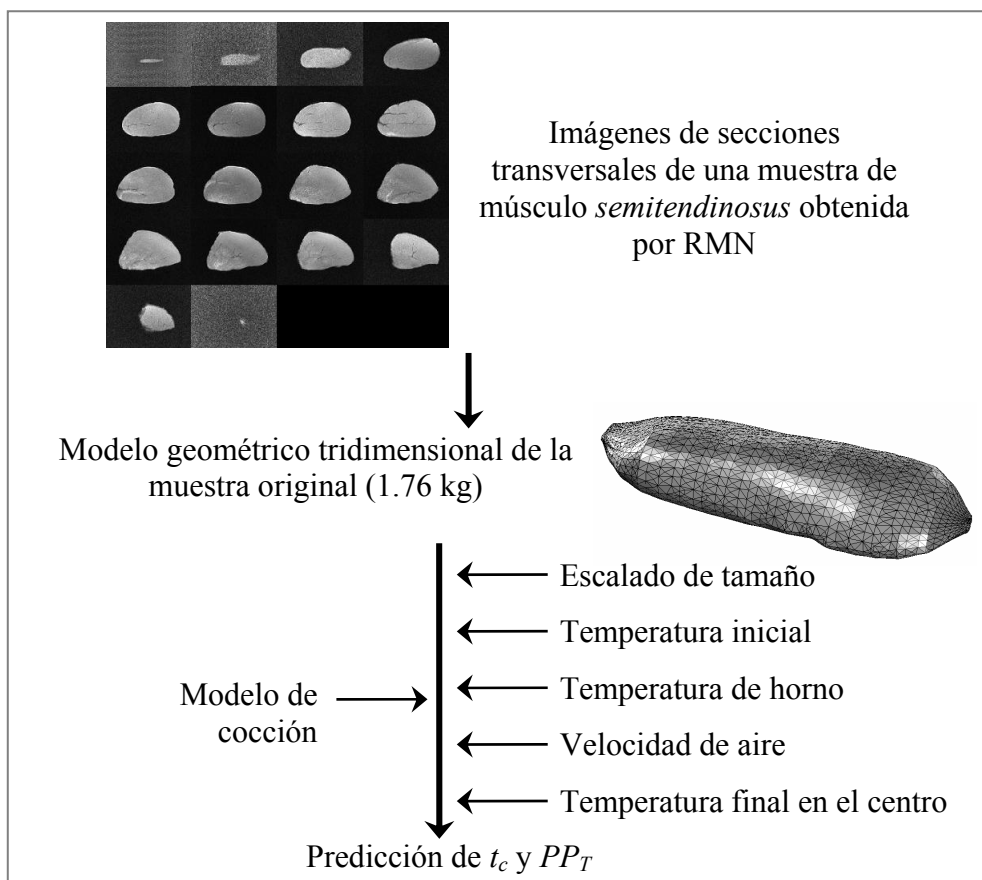
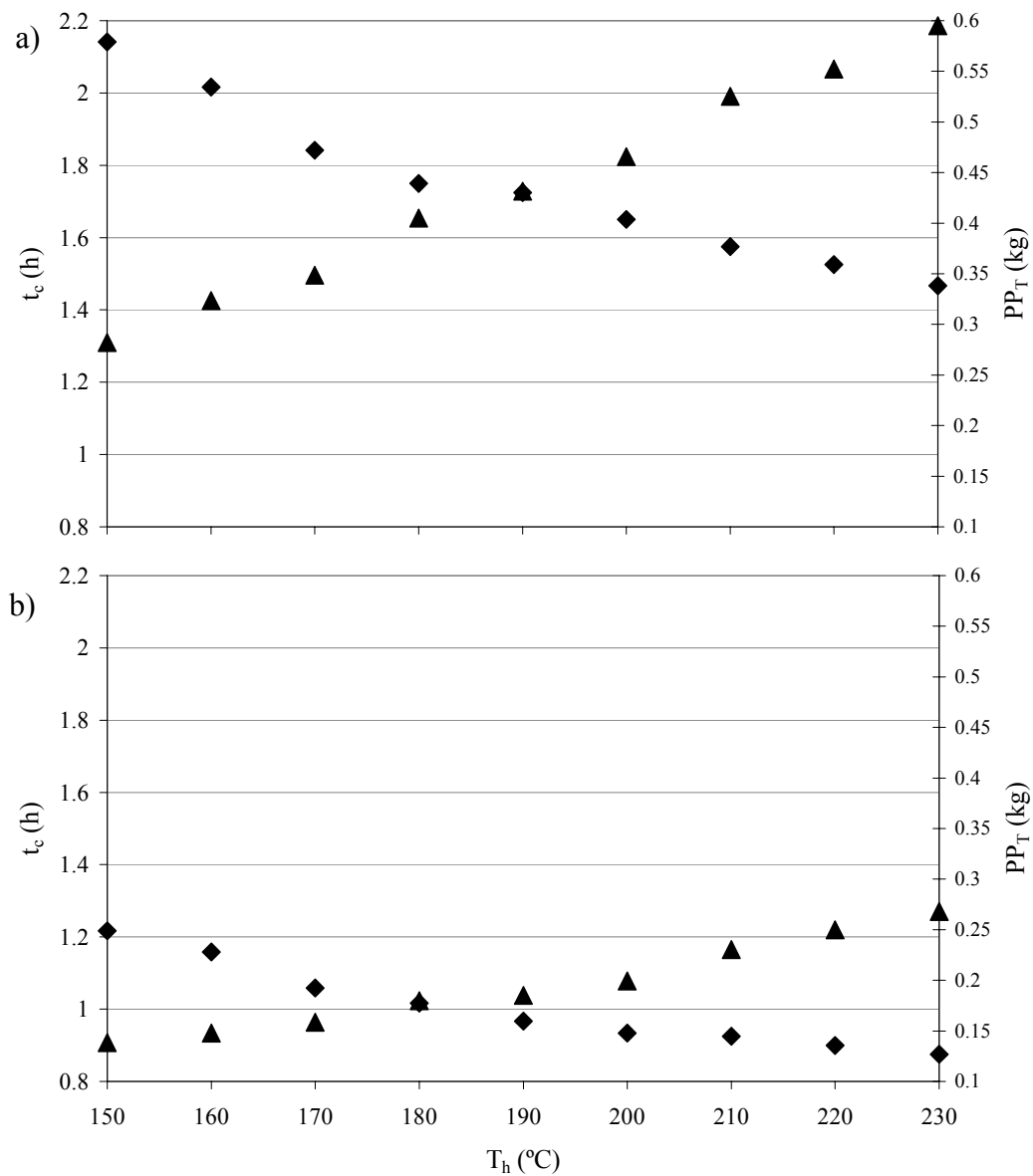


Fig. 4.19. Diseño de las simulaciones para obtener  $t_c$  y  $PP_T$ .



### 4.5.2 Resultados

Para las diferentes combinaciones de variables, el valor mínimo y máximo del coeficiente convectivo de transferencia de energía fue de 4.81 y 10.08 W/(m<sup>2</sup> °C), respectivamente. La Fig. 4.20 muestra los datos simulados para dos condiciones diferentes. La forma de las curvas es similar a la obtenida en la Fig. 4.1, usando el modelo geométrico de una muestra utilizada durante las determinaciones experimentales; en este sentido, lo actuado para ese caso es válido para cada una de estas nuevas condiciones.



**Fig. 4.20.** Datos  $t_c$  (◆) y  $PP_T$  (▲) simulados para  $T_0 = 5^\circ\text{C}$  y  $T_c = 72^\circ\text{C}$ . (a)  $M_0 = 2.3$  kg, usando velocidad 0.25 m/s; (b)  $M_0 = 0.9$  kg, usando velocidad 0.85 m/s.

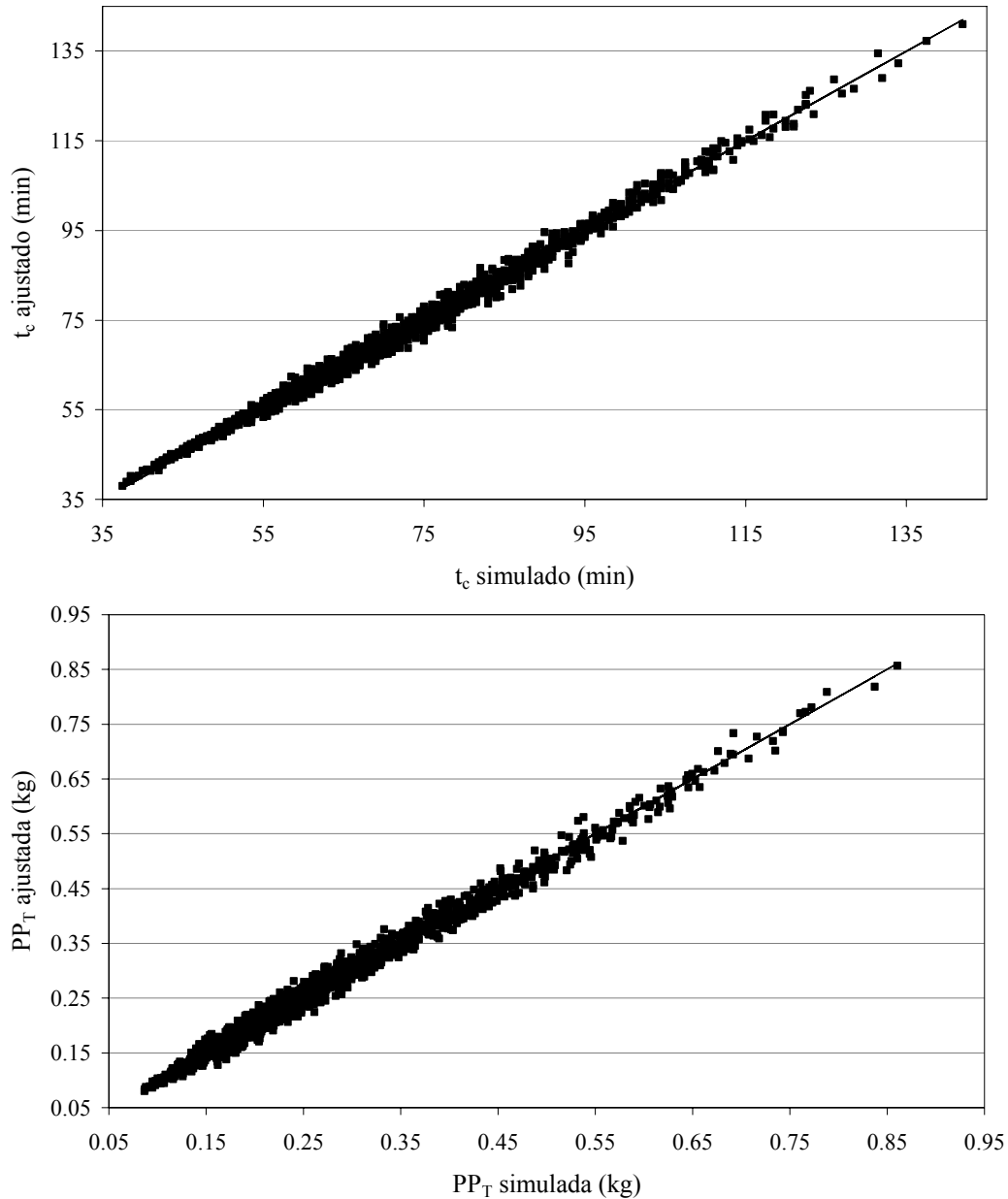
Dado que existen muchas combinaciones de variables, es conveniente obtener un modelo simple que ajuste todas las condiciones en lugar de trabajar con cada combinación de variables en forma independiente. Por lo tanto, los datos simulados de  $t_c$  (en min) y  $PP_T$  (en kg) fueron ajustados a ecuaciones de la forma:

$$t_c \text{ o } PP_T = (a_1 + b_1 M_0)^{p_1} (a_2 + b_2 h_c)^{p_2} (a_3 + b_3 T_0)^{p_3} (a_4 + b_4 T_c)^{p_4} (a_5 + b_5 T_h)^{p_5} \quad (4.28)$$

Todos los datos simulados fueron usados para realizar la estimación de parámetros, usando el método de Levenberg–Marquardt (Apéndice A). La Tabla 4.1 muestra los valores de los parámetros para cada caso y el error del ajuste, y la Fig. 4.21 la correlación entre los datos.

**Tabla 4.1.** Valores de los parámetros de la Ec. (4.28) para cada variable.

Parámetro	Variable	
	$t_c$	$PP_T$
$a_1$	3.296147	0.003078
$b_1$	7.183688	0.008479
$a_2$	5.866907	0.581088
$b_2$	-0.037467	0.292662
$a_3$	1.840901	0.132110
$b_3$	0.003667	-0.000298
$a_4$	0.596074	0.334642
$b_4$	-0.002410	0.293878
$a_5$	-3.949802	1.159088
$b_5$	0.040108	-0.002808
$p_1$	0.643552	1.276793
$p_2$	1.923232	0.357423
$p_3$	-4.578100	1.994551
$p_4$	-3.095169	2.219882
$p_5$	-0.361605	-2.000000
ERAM(%)	1.56	4.10
$r$	0.9969	0.9947



**Fig. 4.21.** Ajuste de las ecuaciones simples a los valores simulados.

Utilizando la ecuación simple de predicción de pérdida de peso para obtener el porcentaje de pérdida de peso, se obtiene un ERAM de 4.05%.

Introduciendo las ecuaciones simples para realizar la optimización, con los valores extremos de  $\alpha$  se obtienen las respuestas esperadas:

- (i) con  $\alpha = 1$ , el tiempo de cocción es mínimo para: la menor masa inicial y temperatura final, la mayor temperatura de horno, velocidad de aire (mayor  $h_c$ ) y temperatura inicial.

- (ii) con  $\alpha = 0$ , la pérdida de peso es mínima para: la menor masa inicial, temperatura final, temperatura de horno, velocidad de aire (mayor  $h_c$ ) y la mayor temperatura inicial.

Las variables para las cuales los dos objetivos compiten (es decir, cambian en sentido opuesto) son la temperatura del horno y el valor de  $h_c$ . El resto de las variables tenderán a tomar los valores extremos: temperatura inicial el valor máximo, y temperatura final y masa inicial los valores mínimos. Desde el punto de vista práctico, para realizar la optimización algunas variables permanecerán fijas ya que serán fijadas por la naturaleza de la muestra, como la masa y la temperatura inicial, y las únicas variables que podrán ser cambiadas son la temperatura de horno, velocidad de aire y temperatura final.

#### 4.6 Estimación del consumo energético durante la cocción

Otros parámetros importantes a considerar durante la cocción son el consumo energético y la eficiencia en la utilización de la energía puesta en juego. En primer lugar, se estimó el consumo energético del horno  $E_h$  usando la Ec. (4.29), donde  $P$  es la potencia utilizada; el valor de  $P$  se estableció a partir de la información provista por el fabricante, se utilizó un valor promedio de 950 W. La información provista establece que se requieren 0.95 kWh para mantener la temperatura del horno a 200°C durante una hora (no se establece en que modo de cocción, ni con o sin ventilador). Es importante destacar que el consumo energético real del horno podría variar dependiendo de la temperatura de operación.

$$E_h(t) = P(W) \times t(s) \quad (4.29)$$

La eficiencia energética del proceso fue definida como la relación entre la energía efectiva utilizada por el producto y la energía consumida por el horno ( $E_h$ ). Entonces, es necesario estimar la energía utilizada para calentar el producto. Para esto, el consumo energético del producto se estimó a partir del cambio de calor sensible,

respecto al estado inicial (Ec. (4.30)), y el calor latente necesario para la evaporación (Ec. (4.31)).

$$E_{sen}(t) = \int_{\Omega} \rho C_p (T(\Omega, t) - T_0) d\Omega \quad (4.30)$$

$$E_{lat}(t) = \int_0^t \left( \int_{\Gamma} \lambda N d\Gamma \right) dt \quad (4.31)$$

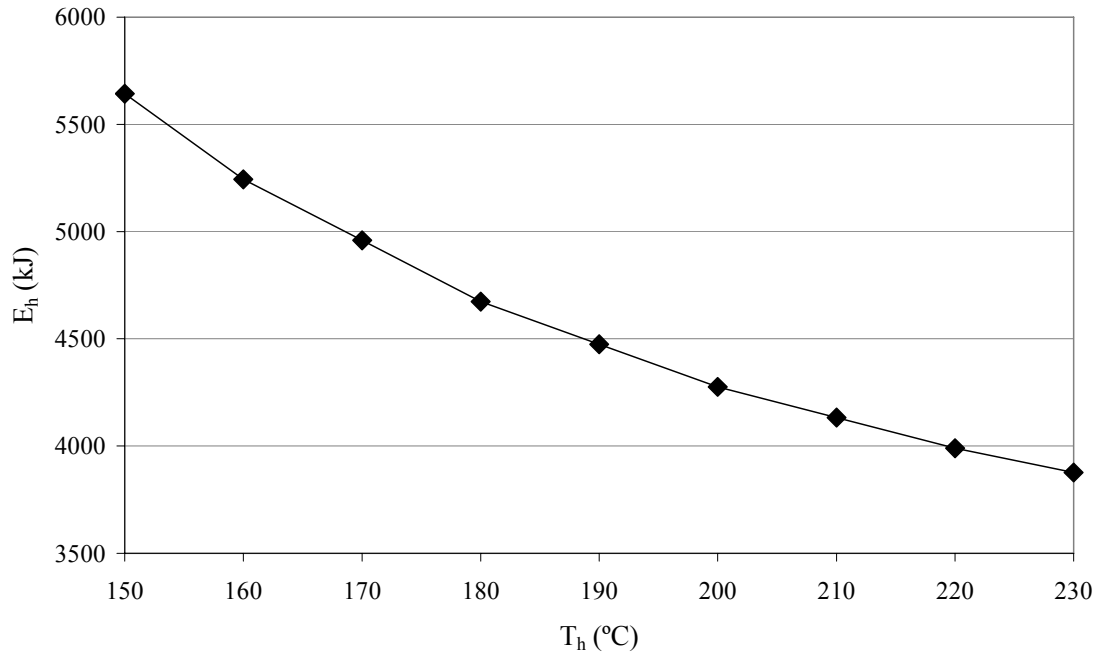
Finalmente, se estimó la eficiencia del uso de energía (Ec. (4.32)). Un enfoque similar fue utilizado por Piette *et al.* (2000) para estimar el consumo energético y la eficiencia durante el calentamiento óhmico de una emulsión cárnica; ellos determinaron experimentalmente el consumo energético del equipo de calentamiento.

$$\varepsilon(\%) = 100 \left( \frac{E_{sen} + E_{lat}}{E_h} \right) \quad (4.32)$$

#### 4.6.1 Consumo energético con temperatura de horno constante

La estimación del consumo energético fue realizada para las simulaciones con temperatura de horno constante realizadas en la Sección 4.3.

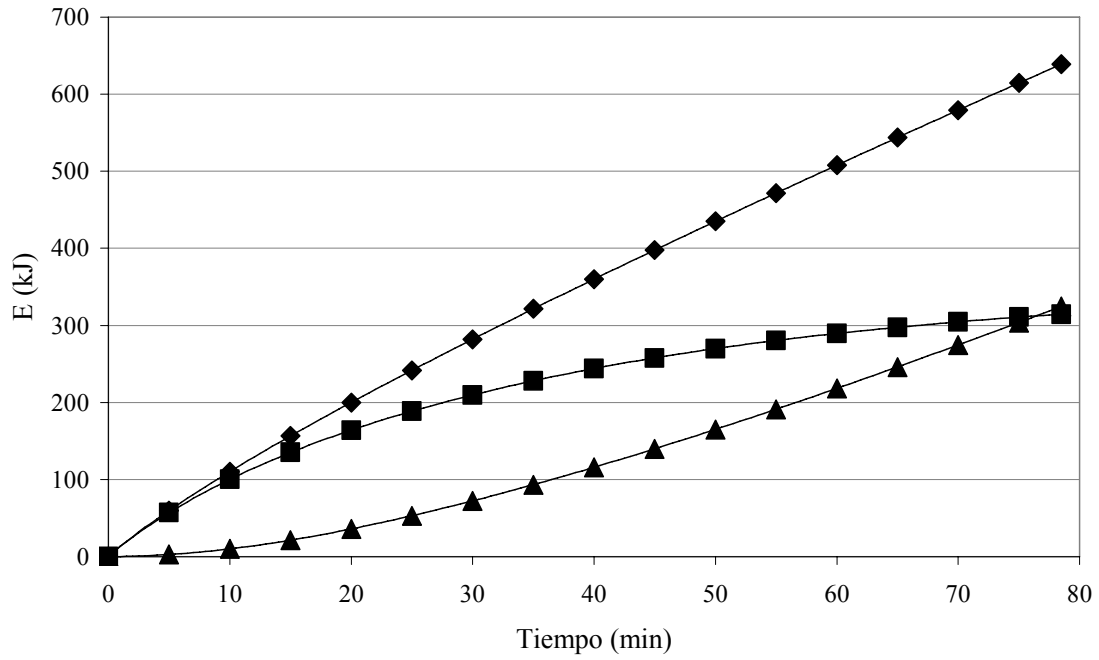
La Fig. 4.22 muestra el consumo energético del horno para diferentes temperaturas de operación; como puede verse sigue la misma variación que el tiempo de cocción (Fig. 4.1), ya que se consideró una potencia constante. Tomando como referencia el consumo energético del horno a  $T_h = 150^\circ\text{C}$ , el mismo llega a reducirse hasta 31% a  $T_h = 230^\circ\text{C}$ .



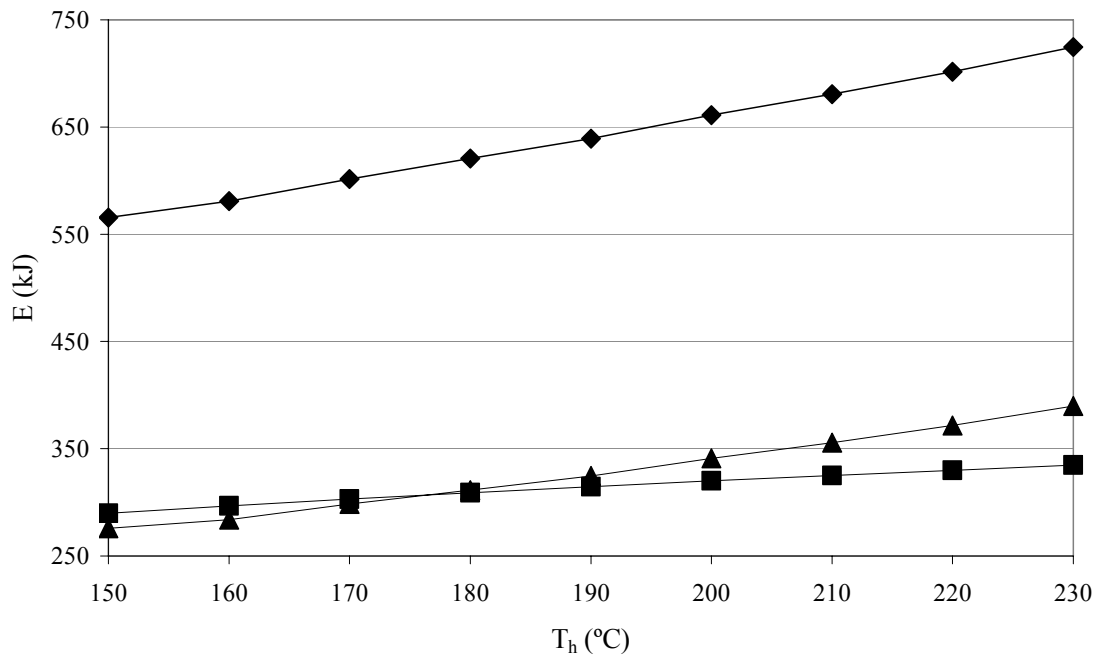
**Fig. 4.22.** Energía estimada utilizada por el horno durante la cocción.

La Fig. 4.23 muestra la variación de las diferentes energías consumidas por el producto en función del tiempo para una simulación; como puede verse el calor latente llega a ser aproximadamente el 50% de la energía total al final de la cocción. Para dicha simulación, la predicción de pérdida de peso por evaporación fue de 0.1412 kg, y el consumo de energía asociado es ~325 kJ. En condiciones similares, Singh *et al.* (1984) indicaron que la energía requerida por la evaporación de agua representa aproximadamente el 30% de la energía total requerida durante la cocción.

La Fig. 4.24 muestra la variación de la energía total consumidas por el producto en función de la temperatura del horno; el aumento del calor sensible con la temperatura del horno está asociado a un aumento de la temperatura media del producto, mientras que el aumento de calor latente está asociado a un aumento de la pérdida de peso por evaporación. Si bien el tiempo de cocción disminuye conforme aumenta la temperatura del horno, dicha disminución no es suficiente para reducir el consumo energético de la muestra. Tomando como referencia el consumo energético obtenido a la temperatura de horno mínima, el incremento de energía llega a ser de 28% para  $T_h = 230^\circ\text{C}$  (15% para el calor sensible y 40% para el calor latente). Estos resultados indican que se requieren temperaturas de operación bajas para mantener un grado de cocción más uniforme de las muestras (menor temperatura media), y disminuir las pérdidas de peso por evaporación (y el consumo energético asociado a ellas).

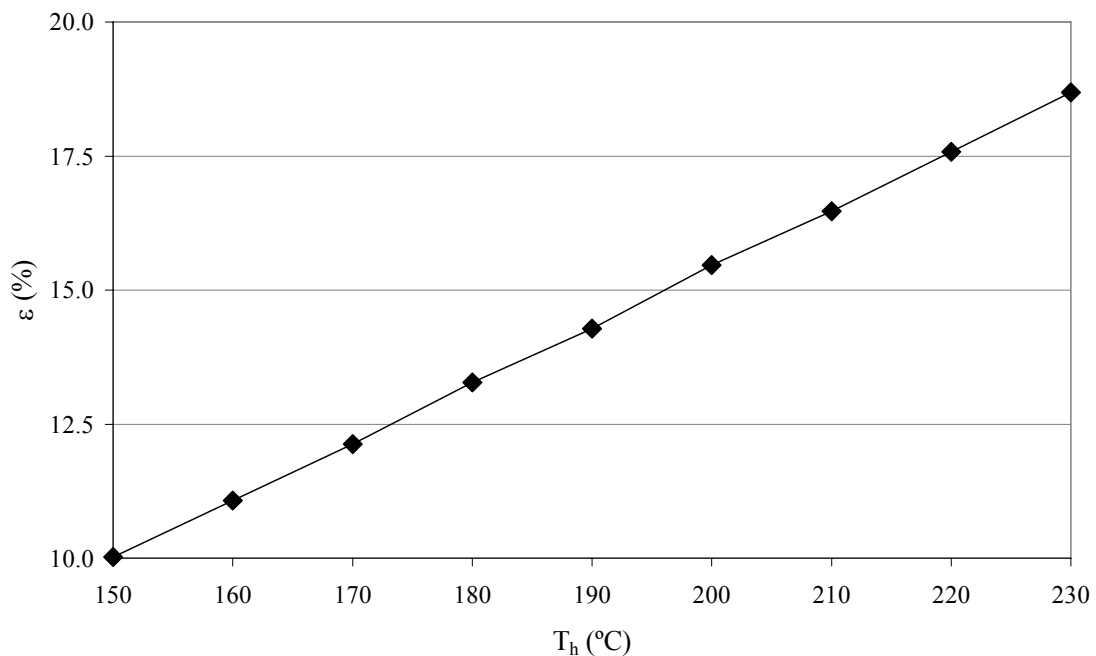


**Fig. 4.23.** Variación de la energía requerida durante la cocción con temperatura de horno constante de 190°C: (■) calor sensible; (▲) calor latente; (◆) total. Para otras muestras la variación de energía sigue una forma similar.



**Fig. 4.24.** Energía requerida al finalizar la cocción para diferentes temperatura de horno: (■) calor sensible; (▲) calor latente; (◆) total. Para otras muestras la variación de energía sigue una forma similar.

Como puede observarse el consumo de energía del horno es mucho más grande que la energía utilizada por las muestras, lo cual da cuenta de un uso poco eficiente de la misma. La Fig. 4.25 muestra la eficiencia energética para las diferentes simulaciones; en todos los casos las eficiencias son bajas y no llegan al 20%, y respecto de la mínima eficiencia a  $T_h = 150^\circ\text{C}$ , la eficiencia llega casi a duplicarse a  $T_h = 230^\circ\text{C}$  (pasa de 10.02 a 18.69%). Desde este punto de vista, se requieren temperaturas de operación altas para disminuir el consumo energético del horno y aumentar la eficiencia, aunque con un aumento de pérdida de peso. En este sentido, nuevamente existe una competencia de objetivos. Resultados similares se obtienen para el resto de las muestras.



**Fig. 4.25.** Variación de la eficiencia energética estimada durante la cocción. Para otras muestras la variación de energía sigue una forma similar.

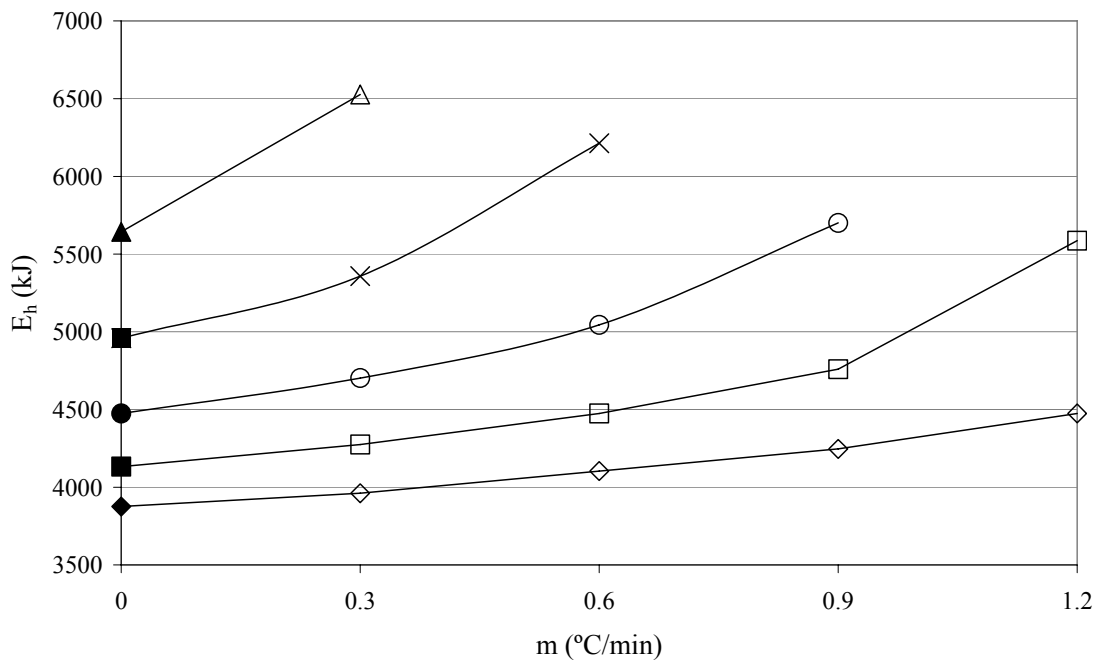
#### 4.6.2 Consumo energético con temperatura de horno variable

La estimación del consumo energético con temperatura de horno variable se realizó para las simulaciones de la Sección 4.4, es decir, con una variación lineal decreciente de la misma.

El consumo energético del horno (Fig. 4.26) sigue la misma forma que las curvas de tiempo de cocción (Fig. 4.10), y variaron entre 3800 y 6500 kJ. Nuevamente el menor consumo energético del horno corresponde a la máxima temperatura de

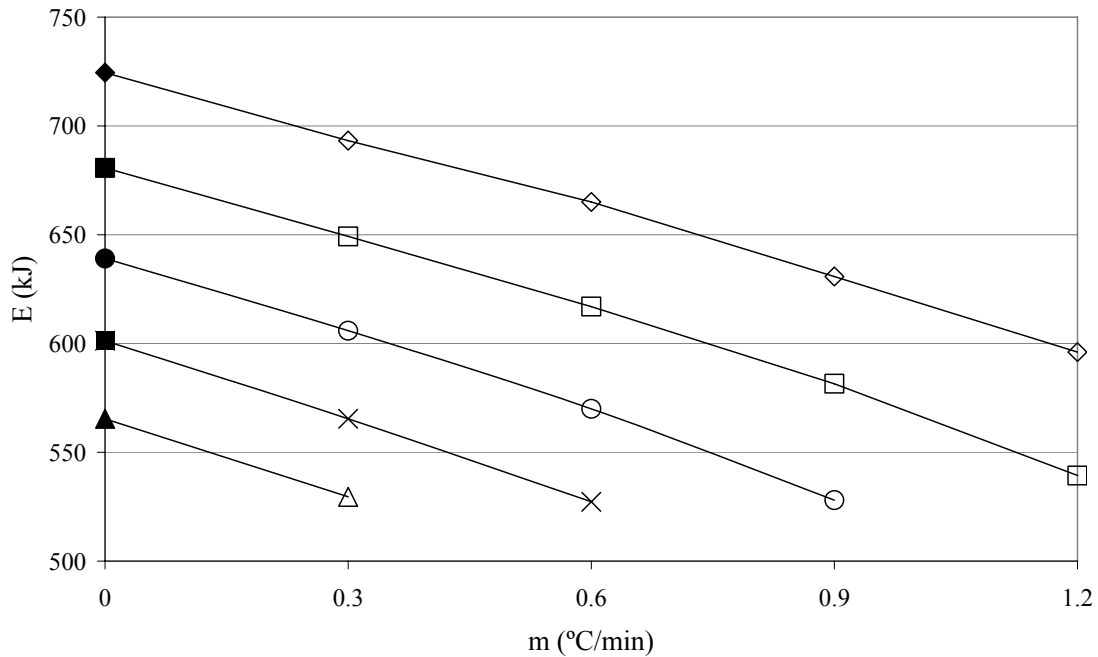


operación, sin enfriamiento ( $m = 0$ ), donde se obtiene en menor tiempo de cocción. Es importante destacar que la potencia del horno utilizada es un valor promedio a temperatura constante, considerando además que el horno se enciende y se apaga sucesivamente; en este sentido cuando se utiliza temperatura de horno variable es de esperar que el horno pase una mayor proporción del tiempo apagado (los elementos calefactores, no el ventilador), por lo cual el consumo de energía real podría ser menor al estimado (es decir, la potencia). En cualquier circunstancia, determinar el consumo de energía en forma experimental es la forma apropiada de validar las suposiciones realizadas, lo cual es parte de futuras mejoras.



**Fig. 4.26.** Variación del consumo energético del horno en función de  $m$ , para diferentes valores de  $T_{h0}$ : ( $\diamond$ )  $230^\circ\text{C}$ ; ( $\square$ )  $210^\circ\text{C}$ ; ( $\circ$ )  $190^\circ\text{C}$ ; ( $\times$ )  $170^\circ\text{C}$ ; ( $\triangle$ )  $150^\circ\text{C}$ . Los datos rellenos a  $m = 0$  corresponden a  $T_h$  constante (Fig. 4.22).

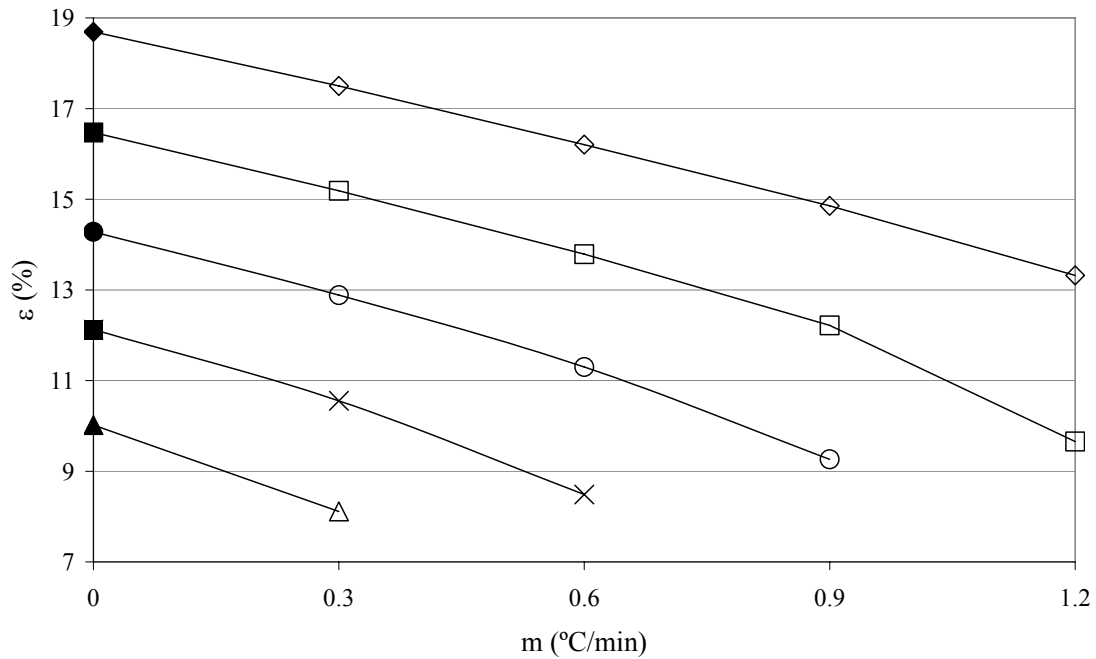
La Fig. 4.27 muestra la variación de la energía total consumida por el producto para diferentes valores de  $m$  y  $T_{h0}$ . En todos los casos el consumo energético fue menor al obtenido utilizando temperatura de horno constante; respecto de estas, el consumo energético disminuyó un 18% para  $T_{h0} = 230^\circ\text{C}$ , y 6% para  $T_{h0} = 150^\circ\text{C}$ , para los valores máximos de  $m$  admisibles. Respecto del máximo consumo energético obtenido a  $T_{h0} = 230^\circ\text{C}$  y  $m = 0^\circ\text{C}/\text{min}$ , se obtienen disminuciones de consumo energético de 27% para  $T_{h0}$  entre 150 y  $190^\circ\text{C}$  y los máximos valores de  $m$  admitidos.



**Fig. 4.27.** Variación de la energía total consumida por el producto en función de  $m$ , para diferentes valores de  $T_{h0}$ : (◇) 230°C; (□) 210°C; (○) 190°C; (×) 170°C; (△) 150°C. Los datos rellenos a  $m = 0$  corresponden a  $T_h$  constante (Fig. 4.23). Para otras muestras la variación de energía sigue una forma similar.

La Fig. 4.28 muestra la eficiencia energética de cada tratamiento; nuevamente las eficiencias son bajas y menores conforme aumentan los tiempos de cocción. Banga y Singh (1994) usaron temperatura de aire variable junto a un modelo de secado y encontraron un incremento de eficiencia energética de hasta 40% respecto al uso de temperatura constante; para los casos analizados aquí, el uso de temperaturas variables no mejoró en ningún caso la eficiencia energética. Comportamientos similares se obtienen para el resto de las muestras.

Finalmente, si bien la potencia real del horno no es conocida en forma precisa (experimental), es de esperar que el consumo energético del horno dependa principalmente del tiempo de cocción, por lo cual las funciones objetivos dependientes del tiempo de cocción dan cuenta implícitamente del consumo energético.



**Fig. 4.28.** Variación de la eficiencia energética en función de  $m$ , para diferentes valores de  $T_{h0}$ : (◇) 230°C; (□) 210°C; (○) 190°C; (×) 170°C; (△) 150°C. Los datos rellenos a  $m = 0$  corresponden a  $T_h$  constante (Fig. 4.25). Para otras muestras la tendencia sigue una forma similar.

## 4.7 Conclusiones

En este Capítulo se presentaron los resultados obtenidos respecto de la optimización del proceso de cocción, por medio de la utilización de un modelo matemático previamente validado.

En primer lugar, la optimización basada en modelos matemáticos es una herramienta muy útil para asistir en el proceso de toma de decisiones, ya que no involucra la realización de extensas pruebas experimentales que consumen recursos y tiempo. La optimización del proceso de cocción realizada en este trabajo, se planteó utilizando una función objetivo que considera en forma simultánea el tiempo de cocción y la pérdida de peso, dos parámetros de gran importancia para el proceso, con una restricción de alcanzar una temperatura de 72°C en el punto más frío. Los resultados encontrados muestran que existe una competencia entre ambos objetivos, es decir, no puede mejorarse uno sin que el otro se deteriore. En este sentido, se obtienen múltiples soluciones al problema de optimización y la decisión final de las condiciones a usar

deben ser determinadas por el usuario con información adicional no contemplada en la formulación de las funciones objetivos.

Para las condiciones del problema de optimización planteado se agregó además el cálculo de los requerimientos energéticos de la muestra y del horno, y la eficiencia energética, aspectos que pueden ser considerados en el problema de optimización. Además, como se mostró en el Capítulo 3, el modelo de cocción también permitió acoplar diferentes cinéticas de variación de índices de calidad; en este sentido, dichas expresiones pueden ser utilizadas en la formulación del problema de optimización, como objetivo o parte de él, o como restricciones. Los problemas de optimización planteados originalmente presentaron una alta demanda de tiempo para ser resueltos, dada su naturaleza distribuida y dinámica; para mejorar este aspecto los mismos fueron reformulados y relajados como problemas estáticos mucho más simples, logrando reducir notablemente la dificultad de resolución.

Finalmente, se simuló el proceso de cocción de muestras de músculo *semitendinosus* enteras, contemplado diferentes condiciones operativas y características iniciales de la muestra. A partir de los datos simulados de tiempo de cocción y pérdida de peso se desarrollaron ecuaciones de predicción algebraicas simples, de manera tal de aproximar y simplificar el uso del modelo, tanto para fines predictivos como así también para realizar la optimización.

# Capítulo 5

## Conclusiones generales

Las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de este trabajo de Tesis se enumeran a continuación:

1. En las condiciones en que se realizaron las pruebas de cocción, la temperatura superficial hacia el final del proceso se mantiene cercana a los 100°C, limitando la formación y el desarrollo de una corteza superficial deshidratada; en estas condiciones, se considera que se alcanza un periodo de velocidad de secado constante o cuasi-constante.
2. Las pérdidas de peso por drenado pudieron ser estimadas en forma experimental, siendo muy importantes en las pruebas realizadas, ya que representaron, en promedio, más del 50% de la pérdida de peso total.
3. Las técnicas de visión computacional y de modelado geométrico desarrolladas permitieron obtener modelos geométricos adecuados para realizar la simulación del proceso de cocción.
4. Las técnicas de modelado geométrico desarrolladas fueron extensivamente validadas y pueden ser utilizadas para obtener representaciones tridimensionales de muestras de diferente naturaleza y complejidad.
5. Los modelos de cocción empleados fueron capaces de predecir con un error aceptable los tiempos de cocción, y reprodujeron satisfactoriamente los perfiles de temperatura experimentales en diferentes posiciones de las muestras.
6. No todos los modelos utilizados fueron capaces de predecir en forma adecuada la pérdida de peso total y las producidas por los diferentes mecanismos. El Modelo 1 sólo considera evaporación, y es el que posee mayor error de predicción; los restantes predicen en forma satisfactoria tanto la pérdida de peso total como las

contribuciones de cada mecanismo. En particular, el Modelo 3 presentó los menores errores de predicción (menos de 8% en promedio).

7. Se encontró un importante efecto de los diferentes coeficientes de transferencia de materia y de la acumulación de vapor de agua en el horno sobre la respuesta del modelo de cocción, y se lograron mejorar las predicciones de pérdida de peso total.
8. La optimización del proceso de cocción se realizó considerando diferentes funciones objetivos y condiciones de operación, empleando uno de los modelos matemáticos previamente validados para representar el proceso.
9. Las ecuaciones cinéticas de cambio de distintos índices de calidad (color, textura) pueden ser utilizadas en combinación con modelos de cocción que describan la variación interna de temperatura dentro del producto, para ser consideradas en la formulación del problema de optimización.

# Anexo 1

## Modelado geométrico de dominios de simulación

<b>A.1 Introducción</b> .....	157
<b>A.2 Parte 1: Modelos geométricos 3D irregulares simples</b> .....	160
<b>A.2.1 Materiales y métodos</b> .....	160
<i>A.2.1.1 Modelado por secciones transversales: descripción del método</i> .....	160
<i>A.2.1.2 Muestras analizadas</i> .....	166
<i>A.2.1.3 Validación de la metodología de reconstrucción</i> .....	167
<b>A.2.2 Resultados</b> .....	168
<i>A.2.2.1 Modelado geométrico por secciones transversales: SVC</i> .....	168
<i>A.2.2.2 Validación</i> .....	176
<i>A.2.2.3 Modelado geométrico por secciones transversales: RMN</i> .....	182
<i>A.2.2.4 Casos especiales</i> .....	185
<b>A.2.3 Discusión y conclusiones</b> .....	186
<b>A.3 Parte 2: Modelos geométricos 3D irregulares complejos</b> .....	189
<b>A.3.1 Materiales y métodos</b> .....	189
<b>A.3.2 Resultados</b> .....	190
<b>A.3.3 Discusión y conclusiones</b> .....	196
<b>A.4 Parte 3: Modelos geométricos 2D por regiones</b> .....	198
<b>A.4.1 Introducción</b> .....	198
<b>A.4.2 Materiales y métodos</b> .....	198
<i>A.4.2.1. Paso 1: etiquetado o segmentación</i> .....	198
<i>A.4.2.2 Paso 2: correspondencia/coincidencia</i> .....	200
<i>A.4.2.3 Paso 3: modelado geométrico</i> .....	203
<b>A.4.3 Resultados</b> .....	203
<i>A.4.3.1. Validación de los modelos geométricos</i> .....	208

<i>A.4.3.2. Influencia del número de puntos en al mallado</i> .....	209
<b>A.4.4. Discusión y conclusiones</b> .....	211



## A.1 Introducción

El modelado y la simulación de procesos son herramientas importantes en el campo de ingeniería de alimentos. Más allá de los aspectos físicos y los principios de transporte que describen el proceso, numerosos sistemas requieren de una representación geométrica del sistema (alimento, y también equipos) para llevar adelante la simulación. Los materiales alimenticios *sólidos* o *semi-sólidos* poseen en muchas ocasiones forma irregular, por lo cual la descripción geométrica del mismo puede ser un tópico de esencial importancia, considerando la representación geométrica como parte integral del proceso de modelado. En numerosos casos el sistema bajo estudio puede ser asimilado fácilmente o aceptablemente a una forma unidimensional, bidimensional o tridimensional regular (placa plana, cilindro, esfera, paralelepípedo, etc.), por lo cual la descripción matemática del dominio de simulación puede realizarse de manera simple y el modelo del proceso de interés puede ser resuelto/simulado usando métodos numéricos y eventualmente analíticos.

Un enfoque ampliamente difundido para la obtención de tiempos de procesamiento es la utilización de factores de forma en combinación con métodos para describir el comportamiento del sistema en un dominio de referencia (generalmente una placa plana). Numerosos trabajos dan cuenta del desarrollo de métodos simples de predicción de tiempos de procesamiento para algunas geometrías y diferentes tecnologías de conservación. Algunos de los procesos estudiados han sido congelación y descongelación, refrigeración y secado, entre otros (Cleland *et al.*, 1987; Hossain *et al.*, 1992a, 1992b; Lin *et al.*, 1996a, 1996b; Sahin y Dincer, 2005). Otro enfoque que puede ser utilizado cuando se trabaja con alimentos de forma irregular, es utilizar representaciones geométricas que describan o aproximen satisfactoriamente la forma real del alimento. Si bien este enfoque resulta atractivo dado que el proceso bajo estudio sería modelado utilizando una representación geométrica real del alimento (o similar a ella), la proporción de trabajos que han utilizado dominios de simulación de forma irregular en el campo de ingeniería de alimentos es relativamente baja; esto puede deberse a la complejidad para describir satisfactoriamente la forma real del alimento, y los costos computacionales asociados a la simulación del modelo resultante por métodos numéricos. La Tabla A.1 presenta una selección de trabajos que utilizaron dominios de simulación irregulares, desde el punto de vista de su aplicación, no de la metodología

específica utilizada en la construcción de los dominios de simulación; existen muchos trabajos relacionados a la estimación de área superficial y volumen, pero no son considerados en esta revisión.

**Tabla A.1.** Trabajos que utilizan dominios irregulares.

Autores	Dominio	Aplicación
Fleming (1971)	2D por regiones	Congelación de reses de cordero y cuartos traseros bovinos
Rebellato <i>et al.</i> (1978)	2D por regiones	Congelación de reses de cordero y cuartos traseros bovinos
Arce <i>et al.</i> (1983)	2D por regiones	Refrigeración de lomos bovinos
Cleland <i>et al.</i> (1984)	2D–3D	Congelación, descongelación y refrigeración de sólidos
Gustafson <i>et al.</i> (1979)	2D por regiones	Distribución de temperaturas y tensiones en granos de maíz durante calentamiento y enfriamiento
Sastry <i>et al.</i> (1985)	3D	Destrucción térmica de agaridina en hongos enlatados
Califano y Zaritzky (1993; 1997); Califano <i>et al.</i> (1997)	2D	Transferencia de energía en cocción de piezas de carne por inmersión. Congelación y descongelación
Ngadi <i>et al.</i> (1997)	2D axisimétrico por regiones	Transferencia de masa en fritura de patas de pollo
Davey y Pham (1997; 2000)	2D	Variación de carga térmica y pérdida de peso en refrigeración de reses bovinas.
Chang <i>et al.</i> (1998)	2D	Transferencia de energía en cocción de pavos en hornos convectivos
Dewulf <i>et al.</i> (1999)	3D	Respuesta dinámicas en peras, correlaciones de textura
Neményi <i>et al.</i> (2000)	2D	Transferencia simultánea de energía y materia durante secado de maíz
Jancsók <i>et al.</i> (2001)	3D	Respuesta acústica, correlaciones de textura
Trujillo y Pham (2003)	2D	Predicción de dimensiones características en reses bovinas
Lammertyn <i>et al.</i> (2003a, 2003b)	3D, con y sin regiones	Respiración-difusión en peras, predicción de concentraciones de O <sub>2</sub> y CO <sub>2</sub> durante almacenamiento
Scheerlinck <i>et al.</i> (2004)	3D	Tratamientos térmicos para descontaminación de superficie de frutos
Purlis y Salvadori (2005a; 2005b; 2009a; 2009b)	3D	Cocción de piezas de carne en hornos convectivos. Horneado de pan en hornos convectivos.
Trujillo y Pham (2006)	3D	Transferencia de energía y materia, variación de carga térmica y pérdida de peso en refrigeración de reses bovinas
Nguyen <i>et al.</i> (2007)	2D axisimétrico con regiones; 3D	Pérdida de agua en peras en condiciones comerciales de almacenamiento
Siripon <i>et al.</i> (2007)	2D por regiones	Cocción de pollos por inmersión en agua, tiempos de cocción y puntos <i>fríos</i>
Santos <i>et al.</i> (2008)	2D axisimétrico	Cocción de morcilla negra por inmersión en agua, destrucción de <i>E. coli</i> O157:H7
Ghosh <i>et al.</i> (2008)	3D por regiones	Secado de granos de trigo individuales
Pham <i>et al.</i> (2009)	3D	Refrigeración de reses bovinas, predicción de coeficientes de transferencia
Uyar y Erdoğan (2009)	3D	Modelos geométricos de frutas y huevos; simulación de refrigeración de pera

En otras ciencias también se utilizan descripciones geométricas con diferente grado de detalle de diferentes materiales y estructuras; en particular, el campo de la

medicina (por ejemplo, Younis *et al.*, 2004; Cheung y Zhang, 2005; Sodian *et al.*, 2007) es ámbito de continuo desarrollo de técnicas de diseño asistido por computadora y de reconstrucción aplicadas a visualización y modelado geométrico (que luego se expanden a otras áreas).

Como fue expuesto, la descripción de la geometría es un paso importante cuando se modelan procesos en el campo de ingeniería de alimentos, más allá del modelo físico–matemático utilizado para describir el proceso, las propiedades del material y las condiciones operativas. Esta situación fue descrita por Davey y Pham (1997, 2000): “*la geometría compleja es uno de los factores más difíciles de superar en el modelado de refrigeración de reses bovinas*”.

En este Anexo se presentan los aspectos desarrollados para llevar adelante la reconstrucción de dominios de simulación de forma irregular, similares a la forma real del alimento, de acuerdo a los objetivos primarios del plan de Tesis. Si bien las muestras de mayor interés en este trabajo son cortes de carne, la metodología de reconstrucción fue desarrollada en términos más generales, para poder ser utilizada con muestras de diversa naturaleza y complejidad. La hipótesis general sobre la cual se desarrolló la técnica de modelado geométrico, es que puede lograrse una representación geométrica del alimento lo suficientemente precisa (en algún sentido) a partir de un número finito de imágenes de diferentes secciones transversales del mismo. La metodología y los resultados se presentan en 3 partes: en la Parte 1 se presenta el caso de modelos geométricos simples, se realiza una descripción general del método, los métodos de adquisición de imágenes empleados y su procesamiento, la construcción de los modelos geométricos, validación de la metodología y resultados. En la Parte 2 se presentan casos de modelos geométricos tridimensionales de mayor complejidad, como ampliación y extensión natural de la metodología desarrollada en la Parte 1; en este sentido sólo se hace referencia a las nuevas necesidades de procesamiento y manejo de la información. Por último, en la Parte 3 se presenta el caso de modelos geométricos bidimensionales por regiones, se realiza una descripción general del método, el procesamiento de imágenes, validación de la metodología y resultados.

## A.2 Parte 1: Modelos geométricos 3D irregulares simples

En esta sección se abordan los desarrollos realizados respecto de la construcción de modelos geométricos tridimensionales simples de forma irregular; el término simple se refiere a que se tratan de los modelos más simples abordados en este trabajo.

### A.2.1 Materiales y métodos

#### A.2.1.1 Modelado por secciones transversales: descripción del método

Dentro de las herramientas y técnicas utilizadas para modelado geométrico (y en la ingeniería inversa en general) de superficies, la técnica conocida como “lofting” o “skinning” es comúnmente aplicada para obtener un modelo geométrico a partir de información experimental de secciones transversales (bidimensionales) de un objeto. La técnica consiste en construir una superficie que interpola (o aproxima) un conjunto de curvas (o puntos) de secciones transversales del objeto de interés (Piegl, 1991; Piegl y Tiller, 1996; Woodward, 1987, 1988). Las etapas principales del problema de reconstrucción usualmente consisten de:

- Obtención de información del objeto y extracción de regiones de interés (en general sus contornos) de las imágenes de secciones transversales, y eventual compresión (eliminación de datos o filtrado). Estos aspectos son abordados con diversas técnicas, como tomografía computada, resonancia magnética nuclear, visión estereoscópica, escáneres tridimensionales, y posterior procesamiento de imágenes. La información obtenida es entonces aproximada con curvas o superficies arbitrarias. La descripción matemática de curvas y superficies de forma libre más utilizada es la representación NURBS – *Non-Uniform Rational B-Splines* – (Moustakides *et al.* 2000), la cual es una generalización de otras representaciones de curvas y superficies, como *B-Splines no-rationales* y *Bezier racional* y *no-razional* (Piegl, 1991).
- El siguiente paso consiste en decidir la forma en que se conectarán las sucesivas secciones transversales, es decir, establecer relaciones topológicas. Este problema es muy difícil de abordar cuando existen múltiples objetos en diferentes secciones transversales.

- Finalmente se construye una superficie que interpola las curvas de las diferentes secciones transversales, o aproxima a todos los puntos en forma global.

En virtud de lo expuesto anteriormente, la metodología desarrollada se divide en dos grandes etapas, según su naturaleza (La Fig. A.1 esquematiza las etapas y los pasos en cada una de ellas):

- La primera etapa, de naturaleza experimental, consta de la obtención de imágenes de diferentes secciones transversales de la muestra.
- La segunda etapa, de carácter computacional, consta del procesamiento de la información obtenida y la construcción del modelo geométrico.

La primera etapa de adquisición de imágenes fue implementada utilizando dos procedimientos experimentales diferentes:

a) El primer procedimiento de adquisición se implementó utilizando un sistema de visión computacional (SVC) desarrollado *ad-hoc*, cuyo principal componente es una cámara digital (Professional Series Network IP Camera Model 550710, Intellinet Active Networking, USA). El sistema se diseñó de manera tal que elimine o minimice: distorsiones de perspectiva (para lo cual se colocó la cámara en forma perpendicular al objeto de interés) y distorsiones de lente (para lo cual se colocó la cámara lo suficientemente alejada del objeto), lo cual evita tener que usar correcciones de perspectiva y rectificaciones. Al mismo tiempo la cámara debe estar suficientemente cerca del objeto para obtener una buena resolución. Con esta metodología, pueden distinguirse diferentes pasos en la implementación experimental, los cuales se describen a continuación:

a.1) Selección de un eje de la muestra a lo largo del cual se seccionará la misma. El eje se selecciona de manera tal de obtener regiones sin agujeros interiores (en la medida de lo posible), lo que se traduce en imágenes con un solo contorno cerrado. Además el eje elegido debe corresponder a la dirección que presenta menos irregularidad (cuando sea visualmente perceptible).

a.2) Seccionamiento de la muestra a lo largo del eje elegido, utilizando una cortadora eléctrica que permite obtener un ancho controlado de cada sección transversal. El

ancho de las mismas depende del tamaño y la variabilidad en la forma de la muestra; esto significa que cuando más irregular es la muestra, las secciones transversales deberían ser de menor espesor, para mejorar la aproximación a la forma real de la muestra. Una vez finalizado el seccionamiento, los cortes transversales son ensamblados manualmente sobre un soporte de adquisición (previamente acondicionado), procurando “armar” la muestra original; la orientación espacial original de los cortes y su alineamiento debe ser respetado, lo cual es de primordial importancia para los pasos posteriores de reconstrucción. El acondicionamiento del soporte se realiza recubriéndolo con láminas (papel o cartón) de un color adecuado para que actúen como fondo (dependiendo de cada muestra en particular, típicamente blanco o negro); la elección del color de fondo es importante para lograr una segmentación satisfactoria en pasos posteriores.

a.3) Se realiza la adquisición de imágenes, de la siguiente manera: una vez ensamblada la muestra sobre el soporte, la cámara se inmoviliza en el soporte de manera ortogonal a los cortes transversales (en el mismo sentido del eje seccionante utilizado). Luego, una lámina del mismo color de fondo utilizada para recubrir el soporte es colocada entre el primer y el segundo corte transversal, de manera tal de “aislar” (del campo visual) el primer corte transversal del resto de la muestra sin perder el correcto alineamiento de la muestra. Una vez que la imagen es adquirida, el primer corte transversal es retirado y la lámina de color de fondo se coloca entre el segundo y el tercer corte transversal. El procedimiento es repetido hasta que se adquieren imágenes de todas las secciones transversales. Junto con el primer y el último corte transversal se adquiere la imagen de un objeto patrón, el cual será utilizado como referencia de tamaño durante el procesamiento posterior. En este punto finaliza la etapa de adquisición de imágenes utilizando el SVC.

b) En el segundo procedimiento la adquisición de imágenes se realizó por resonancia magnética nuclear (RMN) en un equipo de diagnóstico médico por imágenes (SIEMENS MAGNETOM VISION Plus – 1.5T, Siemens AG, Alemania; CIMED, La Plata, Argentina). Con esta metodología, la adquisición es realizada en forma automática por el equipo, con control desde una estación de mando.

Una vez adquiridas las imágenes, finaliza la primera etapa. En la segunda etapa se realiza el procesamiento de las imágenes obtenidas y la construcción del modelo geométrico. Al igual que en la primera, diversos pasos son llevados a cabo en esta etapa; los principales son:

1. Escalado de las imágenes, para las imágenes adquiridas utilizando el SVC: dado que la cámara permanece en una posición fija, la distancia hasta los sucesivos cortes transversales se va incrementando gradualmente, por lo cual se realizó la suposición de que se producen imágenes, en forma gradual, con una menor relación píxeles/centímetro. Para corregir estos defectos de escala, la relación píxeles/centímetro de la primer imagen se tomó como referencia y el resto de las imágenes se escalaron de manera tal de cumplir con esta relación. Se supuso una relación lineal (Ec. (A.1)) entre la relación píxeles/centímetro de las imágenes con la distancia desde el primer corte transversal:

$$P_i = \left( \frac{P_f - P_1}{D} \right) d_{1 \rightarrow i} + P_1; \quad i = 2, \dots, f \quad (\text{A.1})$$

donde  $P_i$  es la relación píxeles/centímetro de la imagen  $i$ ,  $f$  se refiere a la imagen final, 1 a la imagen inicial,  $d_{1 \rightarrow i}$  a la distancia entre la imagen  $i$  y la imagen inicial (referencia) y  $D$  es la distancia entre el primer y último corte transversal. Finalmente el factor de escala  $\varepsilon$  para cada imagen (Ec. (A.2)) es calculado como (la primera imagen no se escala pues es la de referencia):

$$\varepsilon_i = \frac{P_1}{P_i}; \quad i = 2, \dots, f \quad (\text{A.2})$$

Cuando las imágenes se adquieren usando RMN el escalado no es necesario.

2. Las imágenes adquiridas utilizando el SVC se transforman de la representación RGB original (Rojo–Verde–Azul, 480×640 píxeles, *jpeg* 24 bits) a escala de grises (8

bits). De esta manera se reduce la cantidad de datos sin perder la información que se desea obtener (la forma y el borde de los objetos en las imágenes). Opcionalmente las imágenes pueden ser cortadas, cuando los objetos ocupan un pequeño área respecto del área total, eliminando así más datos innecesarios y permitiendo una mejor relación entre las áreas del objeto de interés y del fondo. Las imágenes obtenidas por RMN fueron almacenadas directamente en niveles de gris (512×512 píxeles en formato *dicom – digital imaging and communication in medicine* –, 12 bits), por lo cual la transformación de representación no es necesaria. Opcionalmente los pasos 1–2 pueden ser invertidos, para realizar el escalado utilizando imágenes en niveles de gris, las cuales poseen menor cantidad de información.

3. Las imágenes en escala de grises pueden someterse (si es necesario) a un proceso de transformación de niveles de gris, para mejorar el contraste entre los objetos de interés y el fondo de las mismas. Además pueden ser filtradas para eliminar ruido eventual. La transformación de nivel de gris y el filtro utilizado dependen fundamentalmente de la calidad original de las imágenes. La transformación de niveles de gris es aplicada sobre cada píxel individualmente, es decir, depende exclusivamente del nivel de gris del píxel y no de los niveles de gris de los píxeles vecinos (al contrario que el filtrado). Una transformación utilizada aquí fue la expansión del rango dinámico de las imágenes (la diferencia máxima entre niveles de gris de la imagen) para ocupar el máximo rango posible; esto permite que, si el rango dinámico de la imagen no es completo, los objetos con diferentes niveles de gris (como el fondo y el objeto de interés) se separen más (en términos de niveles de gris) y mejore el contraste entre ellos. Para el filtrado se utilizaron filtros en el dominio espacial, principalmente un filtro mediana de pequeño tamaño, para las imágenes adquiridas utilizando el SVC, y filtros pasa bajo en el dominio de frecuencia para las imágenes adquiridas por RMN.
4. Cada imagen es segmentada utilizando un valor umbral constante para todas las imágenes u obtenido para cada una a partir de su histograma de niveles de gris. El resultado es una imagen binaria, donde los píxeles con valor “cero” (negro) corresponden al objeto con menor nivel de gris (el cual puede ser el fondo), y los píxeles con valor “uno” (blanco) corresponden al objeto con mayor nivel de gris (el cual puede ser el objeto de interés).



5. Luego de la segmentación puede ser necesario llenar algunas imágenes; esto se debe a que algunos cortes transversales pueden contener estructuras interiores que posean niveles de gris similares a los del fondo de las imágenes, por lo cual podrían existir numerosos “agujeros” dentro de la imagen, pero el interés se centra en obtener el borde exterior del corte transversal. Además puede ser necesario realizar una selección de objetos de interés, dado que pequeñas áreas de la imagen pueden segmentarse como si pertenecieran al objeto de interés; esta selección se realiza seleccionando el objeto de mayor área en cada imagen.
6. Para cada imagen, se selecciona un subconjunto de los píxeles del borde, los cuales son interpolados con una curva *B-Spline* cerrada, que constituye una aproximación continua al borde discreto de la misma. Dada la naturaleza discreta de la información, se utilizó una proporción pequeña de los píxeles del borde de cada sección transversal, para evitar curvas que presenten una forma escalonada poco natural.
7. Finalmente, las curvas *B-Spline* que aproximan el borde de cada sección transversal son transformadas en sólidos y son ensambladas utilizando una técnica de lofting en COMSOL Multiphysics, obteniéndose un objeto sólido tridimensional cuya superficie interpola todas las curvas *B-Spline* obtenidas. La información adicional necesaria para la técnica de lofting es la distancia entre secciones transversales consecutivas (constante o variable), e información de “correspondencia”, que consiste en determinar que puntos en cada curva *B-Spline* se debe conectar con cada punto en las curvas *B-Spline* vecinas. Aquí la selección se realizó inspeccionando visualmente cada curva *B-Spline* y seleccionando un punto de conexión de referencia en cada una de ellas. Es importante destacar que el número de puntos utilizado para construir cada curva *B-Spline* debe ser el mismo para poder realizar el ensamblaje, lo cual es una restricción de la técnica de lofting utilizada (COMSOL AB). El sólido obtenido es finalmente escalado de píxeles a unidades SI utilizando la información de tamaño del objeto patrón. Finalmente, el modelo geométrico obtenido puede ser utilizado como dominio de simulación de algún proceso de interés.

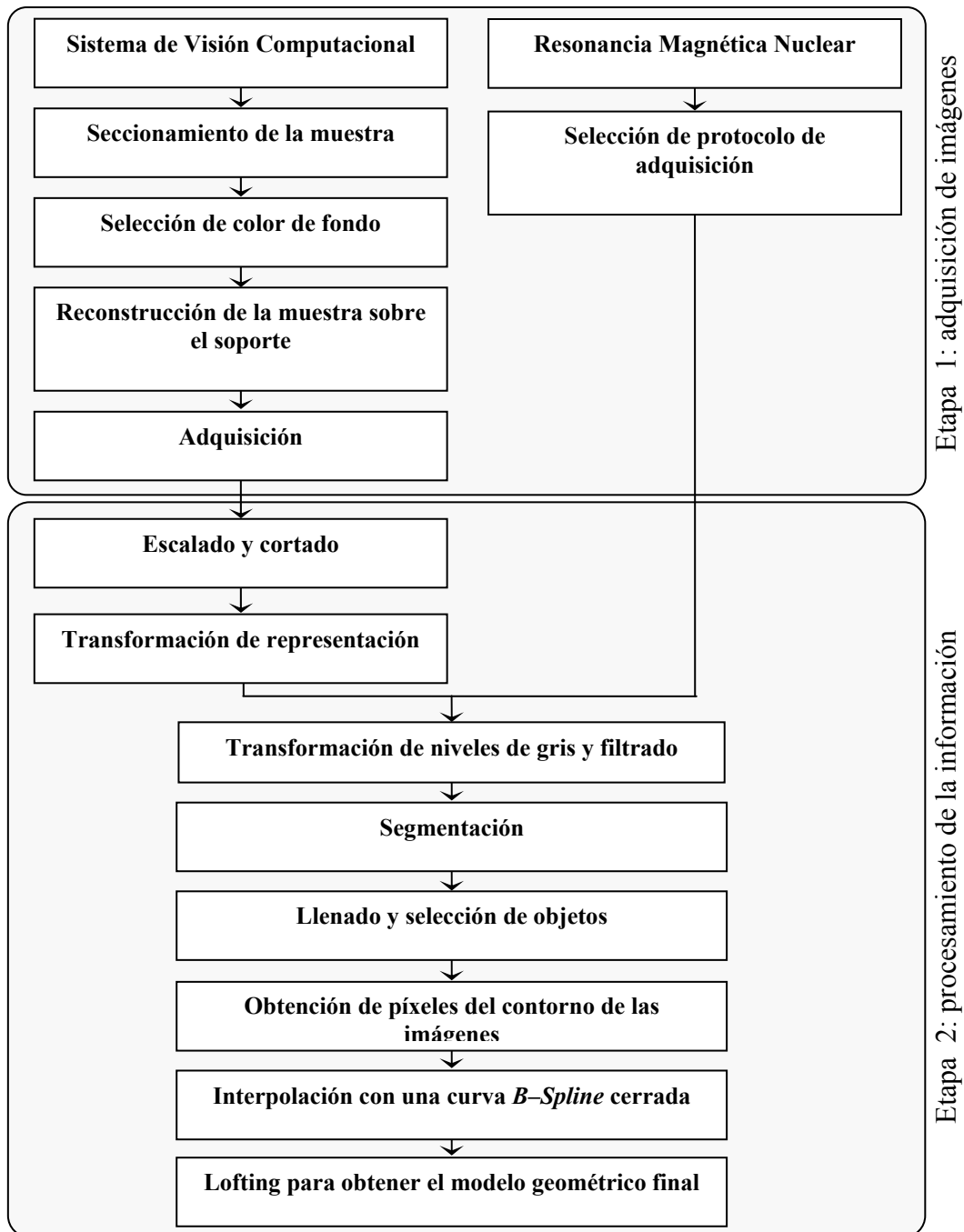


Fig. A.1. Representación esquemática simplificada del método desarrollado.

#### A.2.1.2 Muestras analizadas

Inicialmente, las muestras utilizadas para diseñar y testear la metodología de reconstrucción propuesta fueron diferentes clases de frutas y cortes de carne. Las pruebas realizadas permitieron adquirir experiencia en la disposición y manipulación del sistema experimental (color de fondo, dispositivos de corte/seccionamiento, distancia de

la cámara a las muestras y su efecto en la relación píxeles/centímetro, condiciones de iluminación, etc.), e información real para diseñar una secuencia base de procesamiento de imágenes. Una vez que se solucionaron todas las dificultades (a nivel experimental y computacional), se adquirió experiencia en el manejo integral del sistema y se desarrolló un protocolo base, se realizó un estudio sistemático utilizando 12 manzanas (6 de variedad *Red delicious* y 6 de variedad *Granny smith*), y 8 cortes crudos de músculo *semitendinosus* bovino.

### A.2.1.3 Validación de la metodología de reconstrucción

Más allá de las naturales (y subjetivas) comparaciones visuales entre las muestras analizadas y los modelos geométricos obtenidos, se comparó el volumen de las muestras con los valores derivados a partir de los modelos geométricos, con objeto de evaluar si los mismos representan satisfactoriamente a las muestras, además se obtuvo el área superficial a partir de los modelos geométricos. Esta elección se debió a que se encontraron numerosos trabajos en literatura especializada focalizados en la estimación de estas propiedades físicas de productos alimenticios.

Para estimar el volumen y el área superficial de los modelos geométricos obtenidos se desarrolló un método de aproximación basado en el método de elementos finitos. En primer lugar el modelo geométrico es mallado con elementos finitos curvados para lograr una mejor aproximación al contorno irregular (COMSOL AB). El tamaño y número de elementos de la malla depende de diferentes parámetros del algoritmo de mallado, como el tamaño máximo del elemento y la curvatura de la malla, los que influyen en el tiempo y memoria necesaria. Una vez que el modelo geométrico es mallado se establece una variable general  $u$  con valor “uno” en todos los nodos de la malla (equivalente a resolver una ecuación diferencial parcial elíptica cuya solución sea “uno”). Finalmente, el área superficial ( $S_a$ ) y el volumen ( $V_a$ ) del modelo geométrico es obtenido por integración numérica de  $u$  sobre todos los contornos ( $\Gamma_i$ ) y los dominios ( $\Omega_j$ ) de los elementos finitos, respectivamente (Ec. (A.3) y (A.4)):

$$S_a = \sum_i \int_{\Gamma_i} u \, d\Gamma_i \quad (\text{A.3})$$

$$V_a = \sum_j \int_{\Omega_j} u \, d\Omega_j \quad (\text{A.4})$$

El volumen de cada muestra utilizada para realizar la reconstrucción fue determinado experimentalmente ( $V_e$ ) utilizando el método de desplazamiento de líquido. El ajuste del método desarrollado fue evaluado utilizando el error relativo absoluto medio ( $ERAM_V$ , Ec. (A.5)), el error relativo individual ( $ER_V$ , Ec. (A.6)), y el coeficiente de correlación ( $r$ ), entre los valores de volumen. No se realizaron determinaciones experimentales de área superficial de las muestras analizadas, dada la dificultad para medir este parámetro en objetos de forma irregular.

$$ERAM_V(\%) = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left\| \frac{V_a - V_e}{V_e} \right\| \quad (\text{A.5})$$

$$ER_V(\%) = 100 \left( \frac{V_a - V_e}{V_e} \right) \quad (\text{A.6})$$

La metodología se evaluó también utilizando geometrías de forma regular (no reconstruidos a partir de imágenes) cuyos volúmenes y áreas superficiales pueden ser obtenidos fácilmente; se evaluaron formas poliédricas y elipsoides generales (incluyendo prolatos, oblatos y esferas) con diferentes dimensiones características.

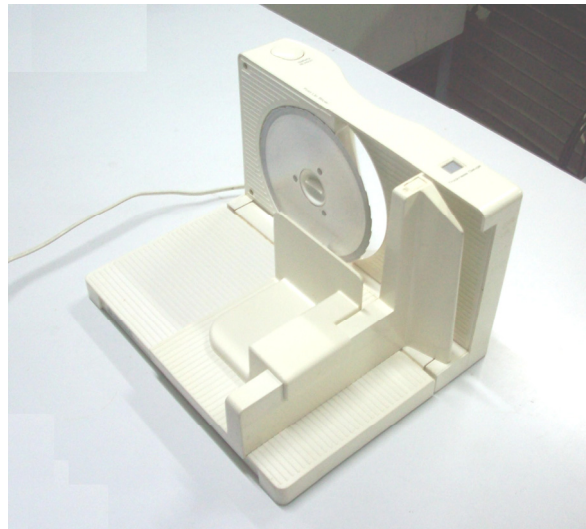
Toda la metodología desarrollada fue implementada utilizando la herramienta *Image Processing Toolbox of MATLAB*, para el procesamiento de imágenes, y COMSOL<sup>TM</sup> Multiphysics (COMSOL AB) para el modelado geométrico y el procesamiento por elementos finitos. El Apéndice F presenta los scripts de MATLAB utilizados para realizar el modelado geométrico de esta parte.

## A.2.2 Resultados

### A.2.2.1 Modelado geométrico por secciones transversales: SVC

La Fig. A.2 muestra una imagen del sistema de corte utilizado, el cual permite regular el ancho de cada sección transversal y la Fig. A.3 muestra una imagen del

sistema de visión computacional utilizado. La cámara digital está conectada a una computadora personal, desde la cual se ordena la adquisición de imágenes y almacena la información; además, de ser necesario, diversos parámetros de la cámara pueden ser controlados desde la computadora, como contraste, saturación, luz de fondo, etc. Como puede verse, la cámara esta colocada en forma paralela a la base del soporte del sistema de visión computacional, el cual es de color blanco. Para el caso mostrado, por tratarse de una muestra de músculo *semitendinosus*, no es necesario recubrir la base con una lámina de otro color para lograr buen contraste. Además puede observarse que los cortes transversales (perpendiculares a la base del sistema de visión computacional) están de forma paralela a la cámara.

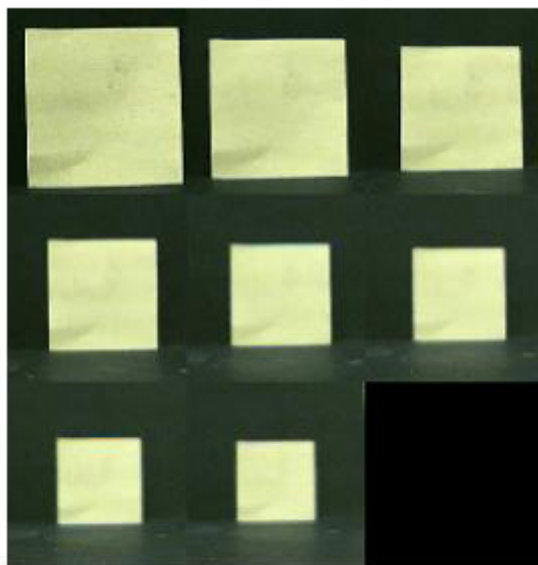


**Fig. A.2.** Dispositivo utilizado para el seccionamiento de las muestras analizadas.



**Fig. A.3.** Sistema de visión computacional utilizado para realizar la adquisición de imágenes; la muestra observada es un corte de músculo *semitendinosus* luego de la cocción (Capítulo 2).

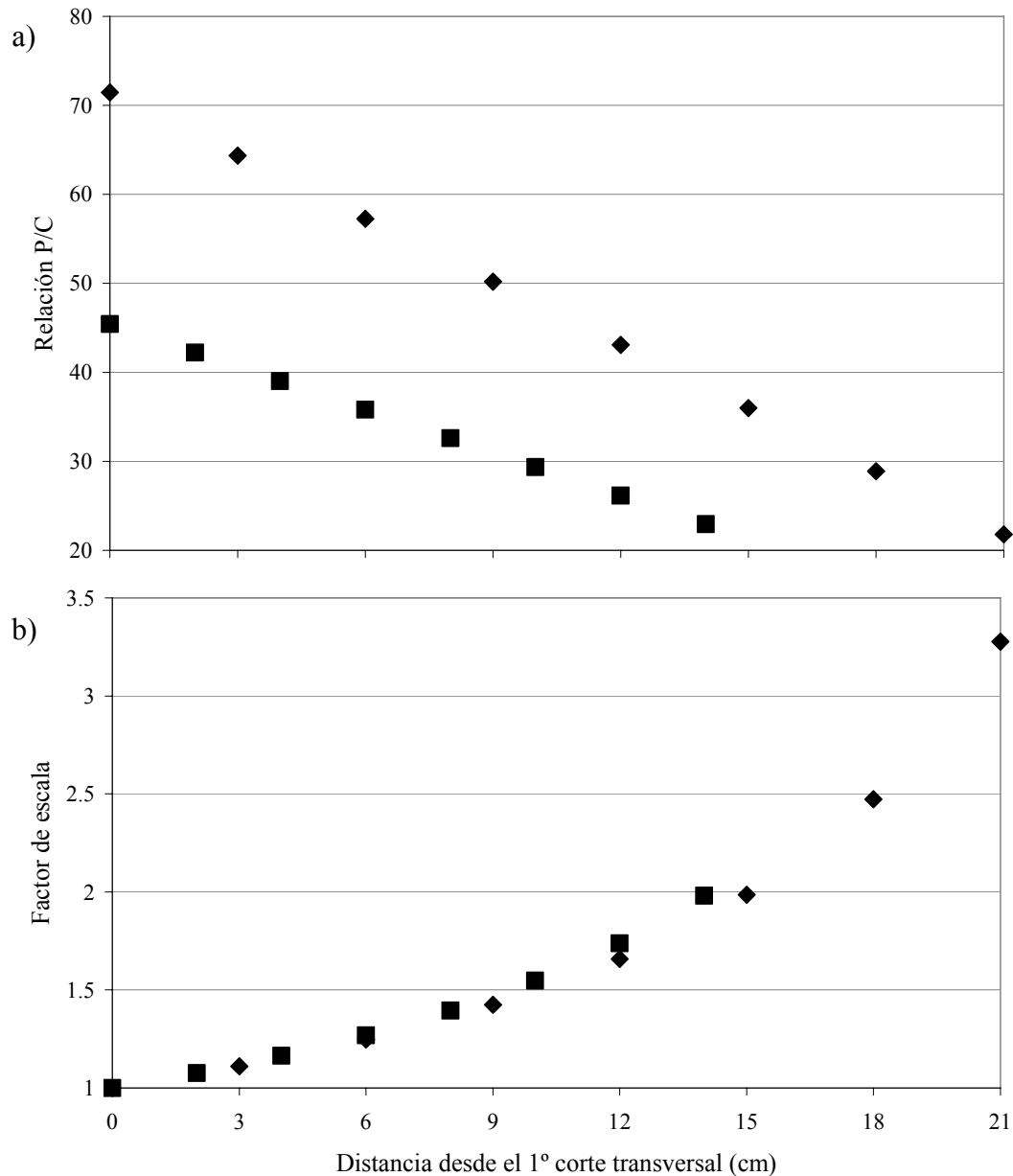
La Fig. A.4 muestra una prueba realizada con un objeto patrón para determinar la influencia de la distancia desde el primer corte transversal en la relación píxeles/centímetro (P/C); la cámara se colocó paralela a la base del soporte, y el objeto patrón se alejó gradualmente. Puede observarse en las sucesivas imágenes que el tamaño del objeto disminuye conforme aumenta la distancia desde el primer corte transversal, por lo cual la suposición de la necesidad de realización del escalado de las imágenes fue correcta.



**Fig. A.4.** Imágenes del objeto patrón a diferentes distancias desde la cámara; el orden de las imágenes es: de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo.

La Fig. A.5a muestra un gráfico de la variación de la relación P/C en función de la distancia desde el primer corte transversal, y la Fig. A.5b la variación del factor de escala, para dos pruebas diferentes. Si el escalado no fuera realizado se produciría una gran desviación en la forma de los objetos reconstruidos, respecto de la forma real del mismo.

En la Fig. A.6 se muestran los sucesivos pasos implementados durante la etapa de adquisición y el subsiguiente procesamiento de imágenes, considerando a modo de ejemplo una imagen de un corte transversal de una muestra de músculo *semitendinosus*; para otras muestras la secuencia de procesamiento básica es similar y las eventuales diferencias dependen de las características de cada muestra en particular.



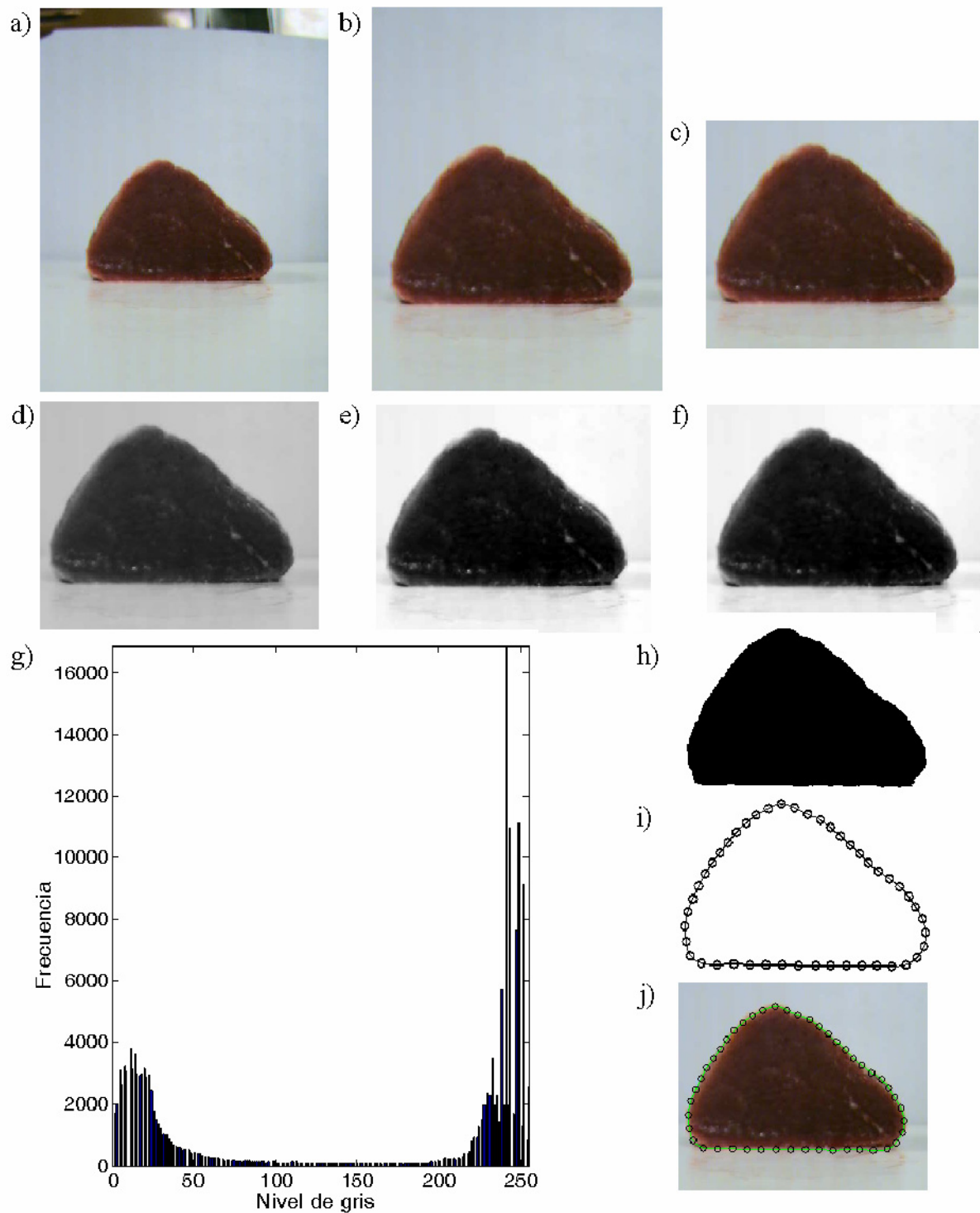
**Fig. A.5.** Variación de (a) la relación P/C y (b) el factor de escala en función de la distancia desde el primer corte transversal. (◆) Primer corte transversal a 7 cm de la cámara, distancia entre cortes: 3 cm. (■) Primer corte transversal a 12 cm de la cámara, distancia entre cortes: 2 cm; las imágenes de la Fig. A.4 corresponden a este caso.

La Fig. A.6a muestra la imagen original, donde se observan zonas no cubiertas por el fondo de color blanco utilizado (zona superior). La Fig. A.6b muestra la imagen luego del escalado (por un factor  $\sim 1.29$ , note que el área ocupada por el corte transversal es mayor que en la imagen original); luego del escalado la imagen es cortada (simétricamente) al tamaño original de  $480 \times 640$  píxeles. En este caso, se obtuvieron 12

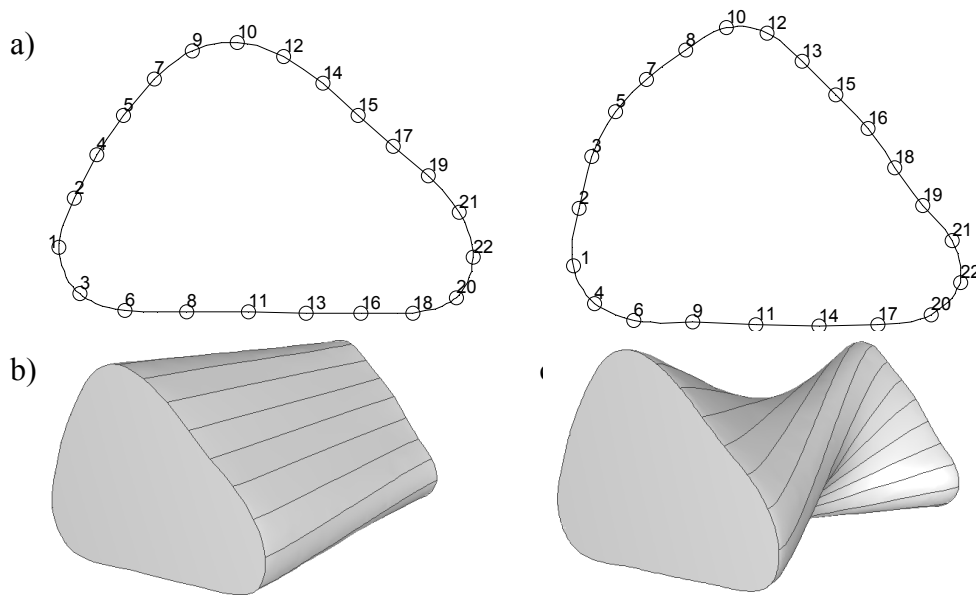
secciones transversales de la muestra. La Fig. A.6c muestra la imagen cortada, para eliminar información innecesaria, ya que es solo del fondo (la cantidad de información eliminada es la misma en todas las imágenes de la secuencia adquirida y se determina a partir de la imagen con la sección transversal de mayor tamaño). La Fig. A.6d muestra la imagen luego de ser transformada a escala de grises, y la Fig. A.6e es el resultado de la expansión de rango dinámico (ajuste de tonos de gris), donde se observa una mejora del contraste entre el fondo y el objeto de interés. La Fig. A.6f muestra la imagen luego de ser sometidas a un filtrado utilizando un filtro mediana. La Fig. A.6g muestra el histograma de niveles de gris de la imagen; el pico inferior (menores niveles de gris) corresponde al corte transversal, y el pico superior (mayores niveles de gris) al fondo de la imagen. La Fig. A.6h muestra la imagen luego de ser segmentada; como puede verse, la misma conserva satisfactoriamente la forma del corte transversal original. En el protocolo de procesamiento genérico los píxeles de los objetos de interés son siempre puestos con valor 1 (y los del fondo a 0), ya que los pasos posteriores de llenado y selección de objetos funcionan sobre píxeles con ese valor. La Fig. A.6i muestra la curva *B-Spline* cerrada que aproxima el contorno de la sección transversal; la misma se construyó utilizando una proporción baja de los píxeles del contorno de la imagen binaria. La Fig. A.6j muestra simultáneamente la curva *B-Spline* que aproxima el borde del corte transversal junto con la imagen original escalada; como puede observarse, se obtiene una buena aproximación al contorno de la imagen, incluso utilizando un número bajo de puntos en la aproximación.

Una vez obtenidas todas las curvas *B-Spline* (con el mismo número de puntos), es necesario indicar la forma en que las mismas se conectan para realizar el lofting. La Fig. A.7a muestra las curvas *B-Spline* que aproximan a dos cortes transversales de una muestra de músculo *semitendinosus*, con los puntos de control numerados; a partir de esta numeración se selecciona un punto en cada curva para que se unan entre sí (el resto se determina en forma automática). A modo de ejemplo, la Fig. A.7b muestra el resultado de aplicar la técnica de lofting utilizando una buena conexión de puntos, y la Fig. A.7c una conexión incorrecta. Como puede verse, una selección incorrecta de la forma en que se conectan las curvas afecta notablemente al modelo geométrico obtenido.



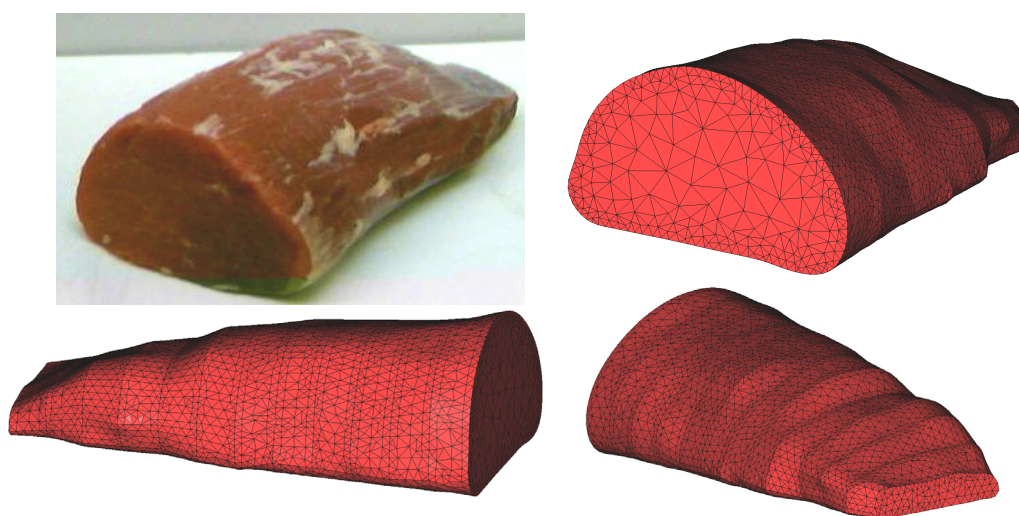


**Fig. A.6.** Pasos de la secuencia de procesamiento de imágenes: (a) imagen RGB original; (b) imagen escalada; (c) imagen cortada; (d) imagen en escala de grises; (e) ajuste de niveles de gris por expansión de rango dinámico; (f) imagen filtrada con un filtro mediana de 3×3 píxeles; (g) histograma de niveles de gris; (h) imagen segmentada; (i) curva *B-Spline* que aproxima el borde del corte transversal; (j) curva *B-Spline* junto al corte transversal de (c).

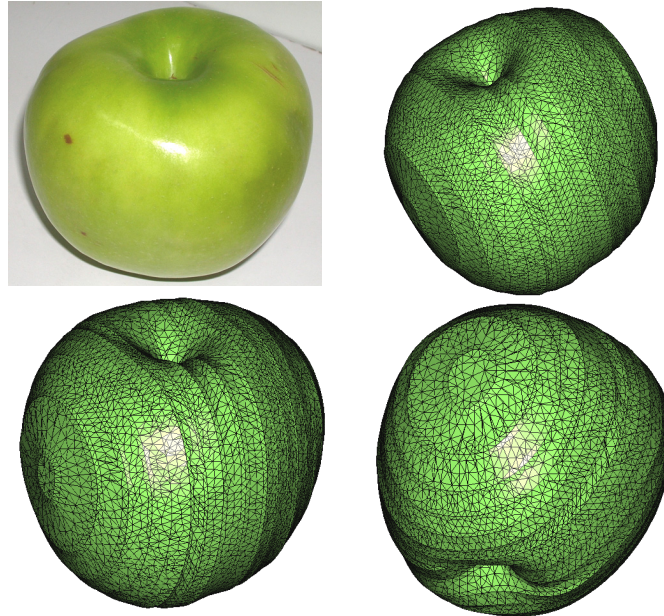


**Fig. A.7.** (a) Dos secciones transversales mostrando la numeración de los puntos de control de las curvas *B-Spline* (○). Resultado del lofting uniendo: (b) punto “1” en la 1º sección y “1” en la 2º sección; (c) punto “1” en la 1º sección y “15” en la 2º sección.

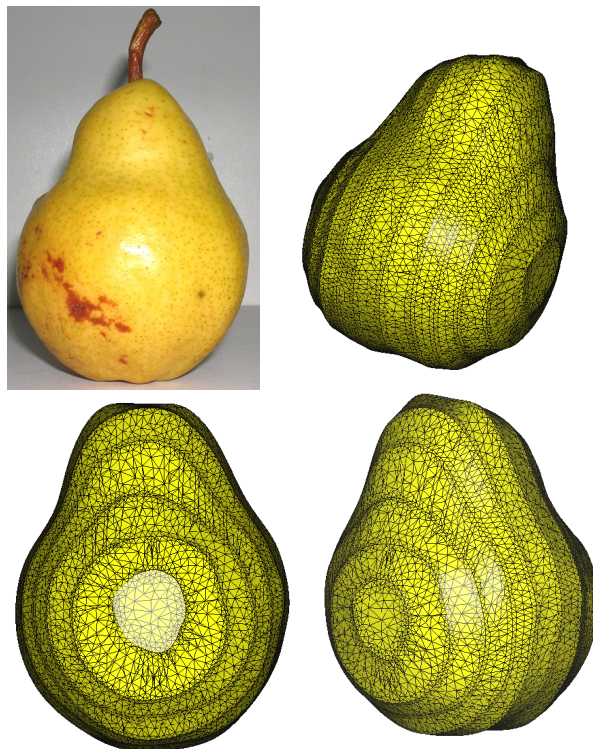
La Fig. A.8 muestra finalmente diferentes vistas del sólido tridimensional obtenido por la técnica de lofting para una muestra de músculo *semitendinosus*; las Fig. A.9 a A.11 muestran los resultados para otras muestras analizadas; en todos los casos los modelos geométricos se muestran mallados. A partir de la inspección visual de los modelos geométricos, puede concluirse que la técnica de lofting reproduce satisfactoriamente la forma de las muestras reales, con una superficie suave e irregular.



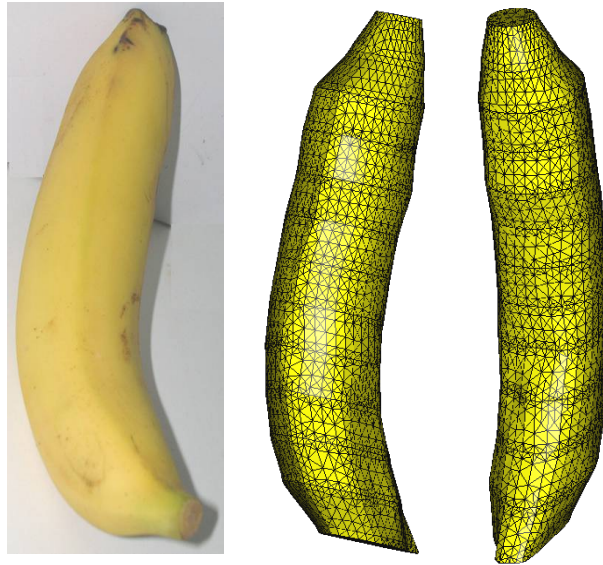
**Fig. A.8.** Fotografía de una muestra de músculo *semitendinosus* y diferentes vistas del sólido reconstruido.



**Fig. A.9.** Fotografía de una muestra de manzana (*Granny Smith*) y diferentes vistas del sólido reconstruido.



**Fig. A.10.** Fotografía de una muestra de pera y diferentes vistas del sólido reconstruido.



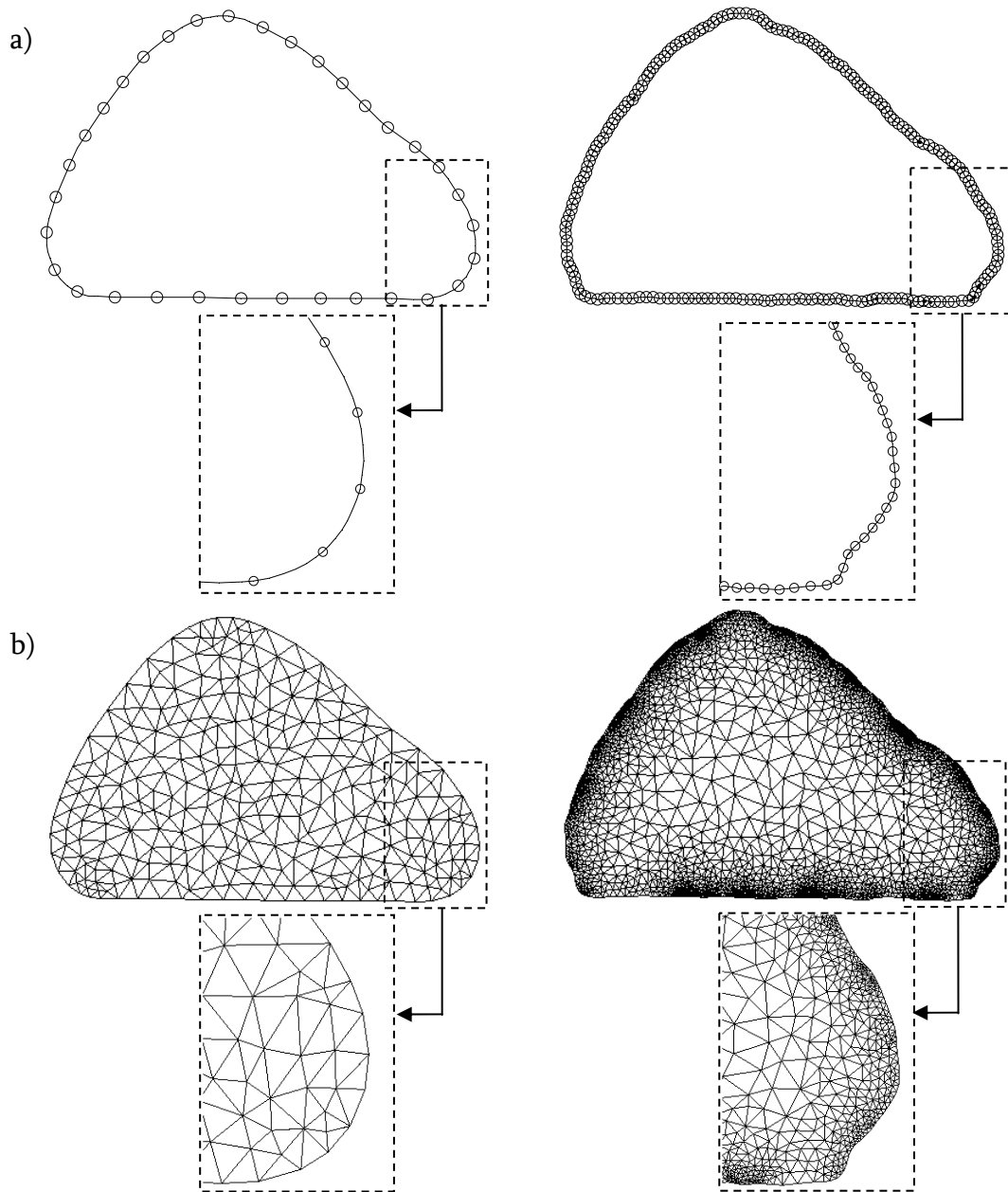
**Fig. A.11.** Fotografía de una muestra de banana y diferentes vistas del sólido reconstruido.

#### A.2.2.2 Validación

Dado que el contorno en cada sección transversal posee una gran cantidad de puntos (píxeles), un pequeño número de los mismos fue utilizado para construir cada curva *B-Spline*, de manera de obtener una representación simple, pero aún apropiada, del borde de la imagen. Este número determina el grado de aproximación al contorno irregular y por lo tanto la fidelidad del modelo geométrico construido. Sin embargo, cuando el número de puntos usado es muy grande, las curvas *B-Spline* obtenidas presentan una forma escalonada, dada la naturaleza discreta de la información y la forma en que el software procesa la información. Estas características de las curvas son trasladadas a la superficie y al sólido reconstruido, y además aumenta los requerimientos computacionales para el mallado. La Fig. A.12 muestra dos curvas *B-Spline* construidas con diferentes números de puntos; como puede verse, con pocos puntos se obtiene una aproximación más suave y el mallado es menos costoso que al utilizar un número elevado de puntos.

Otro parámetro importante es el número de secciones transversales usadas; cuando mayor es su número, pueden obtenerse mejores aproximaciones al objeto real. Sin embargo, cuando el objeto presenta una forma suave la cantidad de secciones transversales podría ser reducida, así como el costo computacional. Cuando la adquisición de imágenes se realiza utilizando el SVC, existe un espesor mínimo práctico de las secciones transversales de manera tal que la forma de las secciones no se

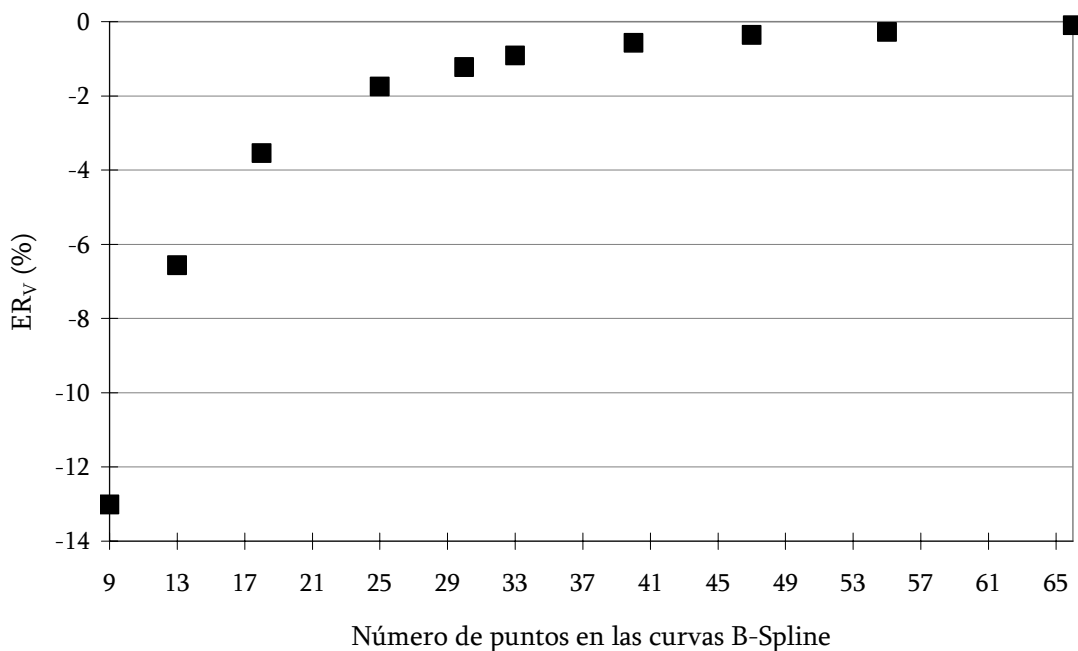
modifique. Este problema no existe cuando la adquisición se realiza utilizando RMN, además no existen problemas de alineamiento, dado que no es destructiva.



**Fig. A.12.** (a) Curvas *B-Spline* construidas con diferentes números de puntos (○) para la misma sección transversal; izquierda: 33 puntos; derecha: 200 puntos. (b) Malla de elementos finitos, con 524 y 7545 elementos triangulares, respectivamente. Se muestran regiones aumentadas para observar con más detalle las curvas y mallas.

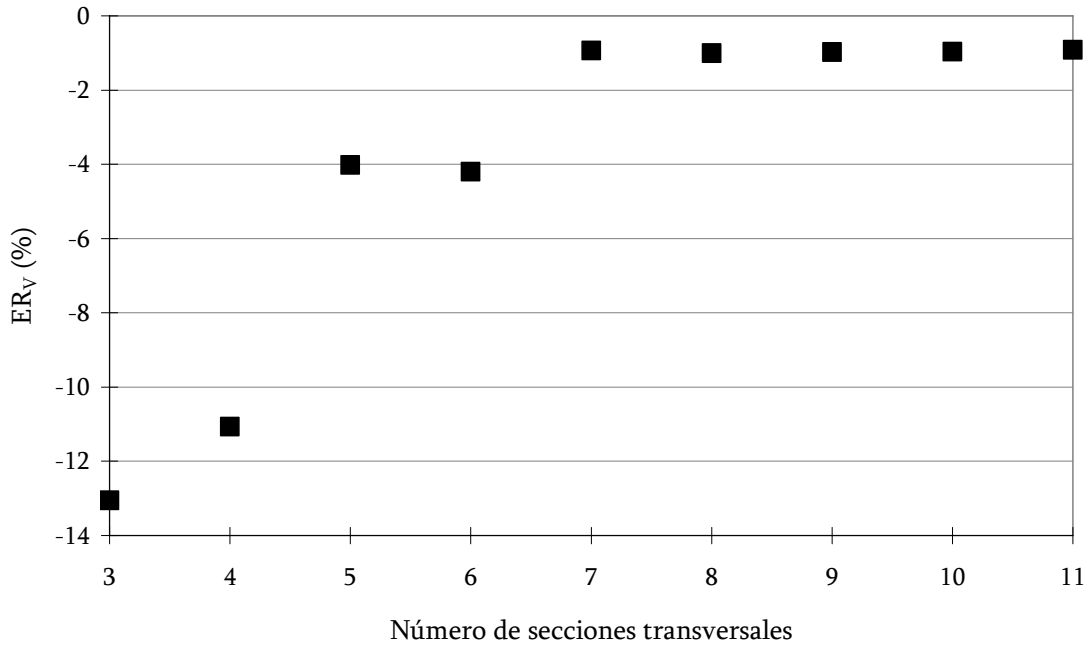
Para realizar una validación cuantitativa se utilizaron varias muestras de músculo *semitendinosus*, como se mencionó anteriormente. Para realizar la reconstrucción, debe elegirse el número de puntos para construir las curvas *B-Spline*, por lo cual se realizó un estudio preliminar de la influencia de este parámetro en el área

superficial y el volumen estimado por el MEF. En este sentido, se construyeron varios modelos geométricos a partir de todas las secciones transversales de una muestra, utilizando diferente número de puntos para construir las curvas *B-Spline*, con todas las secciones transversales obtenidas para esa muestra. Como puede verse en la Fig. A.13, el  $ER_V$  (%) tiende en forma asintótica a cero conforme aumenta en número de puntos; para 33 o más puntos el error relativo fue menor que 1% (en términos absolutos). En vista de estos resultados, se utilizaron 33 puntos en las curvas *B-Spline* para todas las muestras, ya que el error obtenido es bajo y el costo computacional aceptable.



**Fig. A.13.** Influencia del número de puntos en las curvas *B-Spline* en  $ER_V$  (%).

Utilizando la misma muestra, se analizó la influencia del número de secciones transversales en el error relativo, manteniendo 33 puntos en las curvas *B-Spline*. En este sentido, se fijaron el primer y último corte transversal en todos los modelos, y se fueron introduciendo las secciones transversales intermedias en forma aleatoria (en las posiciones y distancias correspondientes). La Fig. A.14 muestra la misma relación asintótica conforme aumenta el número de secciones transversales; cuando se usaron más de 7 secciones transversales  $ER_V$  (%) fue menor a 1%.



**Fig. A.14.** Influencia del número secciones transversales en  $ER_V$  (%).

La Tabla A.2 muestra los resultados obtenidos para todas las muestras de músculo *semitendinosus* analizadas. Al comparar el volumen de los modelos geométricos estimados por el MEF con los volúmenes experimentales se obtuvo una alta correlación. El  $ERAM_V$  (%) fue menor a 2%, y la desviación estándar del  $ER_V$  (%) fue menor a 1.6%.

Además se observó que el error relativo medio fue de  $-0.95\%$ , indicando una subestimación (en promedio) del método. Esta subestimación puede deberse a: (i) la técnica de lofting usa un número finito de secciones transversales, por lo tanto el modelo geométrico es una aproximación a la muestra real; (ii) cuando el sólido es mallado, la forma del mismo es aproximada con la forma de los elementos finitos, cuyos vértices deben estar sobre la superficie del objeto; debido a que los elementos finitos no pueden ser altamente distorsionados de manera de seguir la curvatura exacta de la superficie del sólido, una pequeña parte del mismo no queda llena con elementos finitos.

La Tabla A.3 muestra los resultados obtenidos para las muestras analizadas de las dos variedades de manzana.

**Tabla A.2.** Volúmenes experimentales, y área superficial y volúmenes estimados por el MEF a partir de los modelos geométricos reconstruidos para muestras de músculo *semitendinosus*.

Número de secciones	Espesor medio de secciones (mm)	Peso exp. (g)	Vol. exp. (cm <sup>3</sup> )	Vol. estimado (cm <sup>3</sup> )	$ER_V$ absoluto (%)	Área sup. estimada (cm <sup>2</sup> )
10	12.8	494.5	470	458.36	2.48	401.56
10	15.0	554.0	515	515.62	0.12	418.00
10	16.0	579.1	550	553.89	0.71	428.07
(*) 11	16.0	580.0	545	539.95	0.93	421.46
12	13.1	594.5	565	547.21	3.15	437.73
11	15.0	604.4	560	563.07	0.55	422.35
13	12.6	758.3	705	706.74	0.25	498.35
12	16.0	822.7	770	749.19	2.70	532.80
$ERAM_V$					1.36	
$r$					0.9954	

(\*) Muestra usada para analizar la influencia del número de secciones transversales y el número de puntos en las curvas *B-Spline* en  $ER_V$  (%).

**Tabla A.3.** Volúmenes experimentales, y área superficial y volúmenes estimados por el MEF a partir de los modelos geométricos reconstruidos.

Variedad	Número de secciones	Espesor medio de secciones (mm)	Peso exp. (g)	Vol. exp. (cm <sup>3</sup> )	Vol. estimado (cm <sup>3</sup> )	$ER_V$ absoluto (%)	Área sup. estimada (cm <sup>2</sup> )
<i>Granny smith</i>	14	5.6	227.4	295	289.37	1.91	221.29
	10	8.9	242.7	320	315.88	1.29	233.38
	11	8.2	265.2	360	347.10	3.58	248.07
	18	4.8	272.4	375	368.93	1.62	261.27
	18	4.9	280.1	380	375.38	1.22	261.91
	18	5.2	304.1	415	423.67	2.09	284.91
$ERAM_V$					1.95		
$r$					0.9917		
<i>Red Delicious</i>	13	5.6	211.5	260	249.63	3.99	200.98
	15	5.7	232.2	265	258.76	2.35	208.58
	15	5.7	235.7	275	273.92	0.39	216.43
	15	5.7	251.9	290	286.08	1.35	223.67
	15	5.9	286.5	330	334.70	1.42	243.92
	15	5.7	288.2	330	332.04	0.62	248.71
$ERAM_V$					1.69		
$r$					0.9978		



Como se mencionó, el método fue evaluado utilizando formas poliédricas y elipsoidales, cuyos volúmenes y áreas superficiales pueden ser calculados fácilmente. Para el caso de las formas poliédricas, el área superficial y el volumen estimado fueron exactos en todos los casos, dado que las superficies son planas y la malla puede ajustar perfectamente la superficie de los objetos. Para el caso de elipsoides se testearon más de 800 casos con diferentes tamaños y relaciones de semiejes (incluyendo esferas, esferoides – prolato y oblato –, y elipsoides generales). Para el caso de elipsoides generales se utilizó el método de Kumar y Mathew (2003) para estimar el área superficial. El *ERAM* (%) para volumen fue menor a  $2 \times 10^{-3}$  %, y para área superficial menor a  $6 \times 10^{-4}$  %; el error relativo promedio (sin valores absolutos) mostró valores negativos iguales a  $-ERAM$ , tanto para volumen como para área superficial, confirmando una subestimación sistemática del método. Esta subestimación era esperada, ya que es una característica inherente del método. En los casos mostrados se utilizó una malla de elevada densidad, e incluso así sigue existiendo, aunque ínfima, una pequeña desviación de los valores analíticos. Esto demuestra que para las muestras reconstruidas, la influencia del mallado es despreciable frente a la influencia del número finito de secciones transversales.

En virtud del buen desempeño del método para estimar el volumen de las muestras reconstruidas y las geometrías regulares, y el área superficial de las geometrías regulares, se propone que el método puede aproximar el área superficial de los objetos reconstruidos con un error aceptable. Para generalizar los resultados obtenidos, los valores estimados de área superficial ( $S$ ,  $\text{cm}^2$ ) para las muestras mostradas en las Tablas A.2 y A.3 fueron correlacionados con el peso ( $P$ , g) y el volumen ( $V$ ,  $\text{cm}^3$ ) de las muestras. Las Ec. (A.7) y Ec. (A.8), basadas en análisis dimensional, son propuestas:

$$S = \alpha_0 P^{2/3} \quad (\text{A.7})$$

$$S = \beta_0 V^{2/3} \quad (\text{A.8})$$

La Tabla A.4 presenta los parámetros para las ecuaciones e indicadores de bondad de ajuste; para el cálculo del error relativo absoluto medio (*ERAM*) para el área superficial, se tomo como valor real el volumen estimado por el método de elementos finitos.

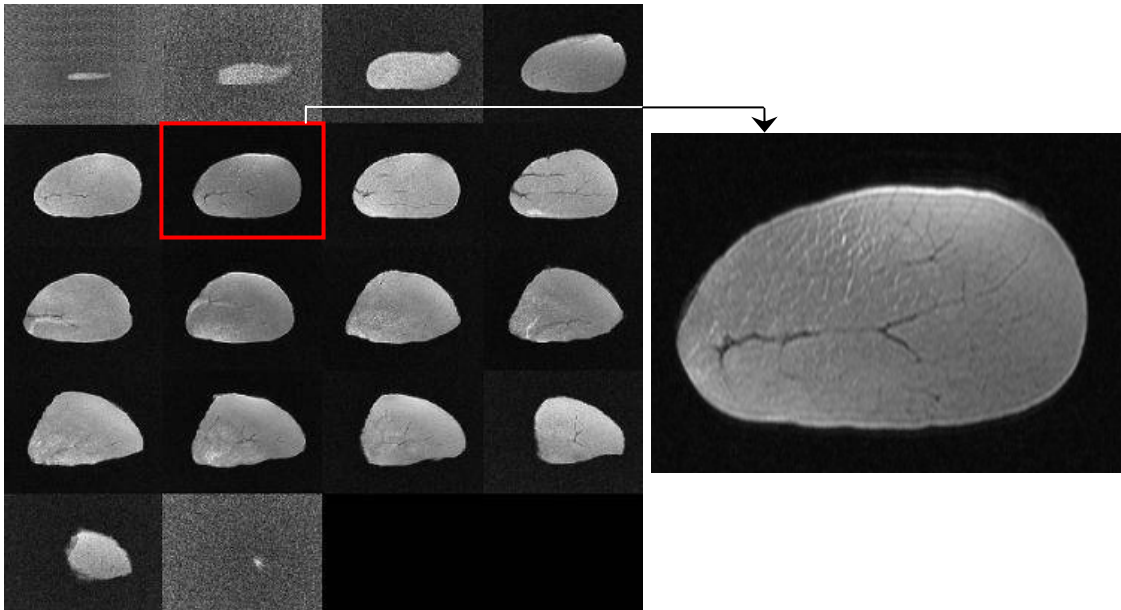
**Tabla A.4.** Parámetros de las Eq. (A.7)–(A.8) e indicadores de bondad de ajuste.

Muestra	$\alpha_0$	$ERAM_S$	$r$	$\beta_0$	$ERAM_S$	$r$
Músculo <i>semitendinosus</i>	6.1068	1.91 %	0.9829	6.3729	1.48 %	0.9880
Manzana, <i>Granny smith</i>	6.1117	1.88 %	0.9930	5.0085	0.95 %	0.9896
Manzana, <i>Red delicious</i>	5.6312	0.87 %	0.9919	5.0961	1.18 %	0.9912

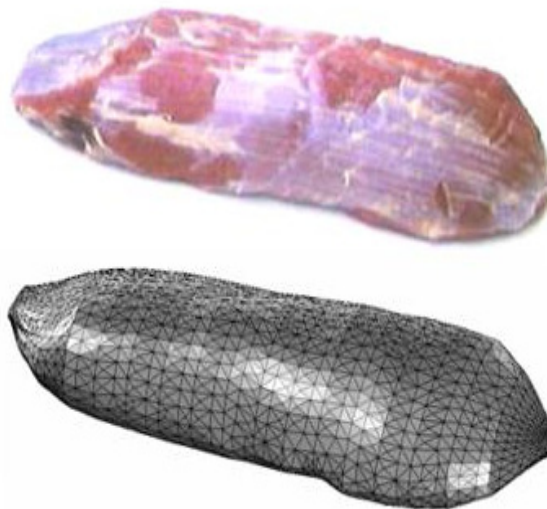
El valor de  $\beta_0$  obtenido para las muestras de manzana es cercano al valor para esferas, el cual es constante y vale 4.836; por otro lado, el valor de  $\beta_0$  obtenido para las muestras de músculo *semitendinosus* esta en el rango que se obtiene para cilindros finitos (con un cociente de largo/diámetro entre 1 y 6, el valor de  $\beta_0$  varía entre 5.53 y 7.27).

#### A.2.2.3 Modelado geométrico por secciones transversales: RMN

La adquisición de imágenes utilizando RMN se realizó inicialmente para una muestra entera de músculo *semitendinosus*. Se adquirieron dos secuencias de imágenes útiles en dirección axial; en ambas se obtuvieron 18 imágenes, con una distancia entre cortes de 16 mm, un espesor de corte de 4 mm y diferentes resoluciones (transversal): 0.47 y 0.59 mm/píxel. La Fig. A.15 muestra las imágenes obtenidas para el caso de mayor resolución, recortadas a 380×512 píxeles (correspondiente a un campo de vista de 180×240 mm<sup>2</sup>). Como puede verse, en general las imágenes poseen buen contraste y bajo ruido, excepto para las primeras y la última, que corresponden a los extremos de la zona de adquisición del equipo. En las primeras y última imagen se observa ruido, el cual puede ser reducido con filtros pasa bajos en el dominio de frecuencia (Apéndice G). La Fig. A.16 muestra una fotografía de la muestra utilizada para realizar la RMN junto a una imagen del modelo geométrico reconstruido, utilizando todas las secciones transversales y 33 puntos en las curvas *B-Spline*; como puede verse se obtuvo una muy buena correlación entre ambas.

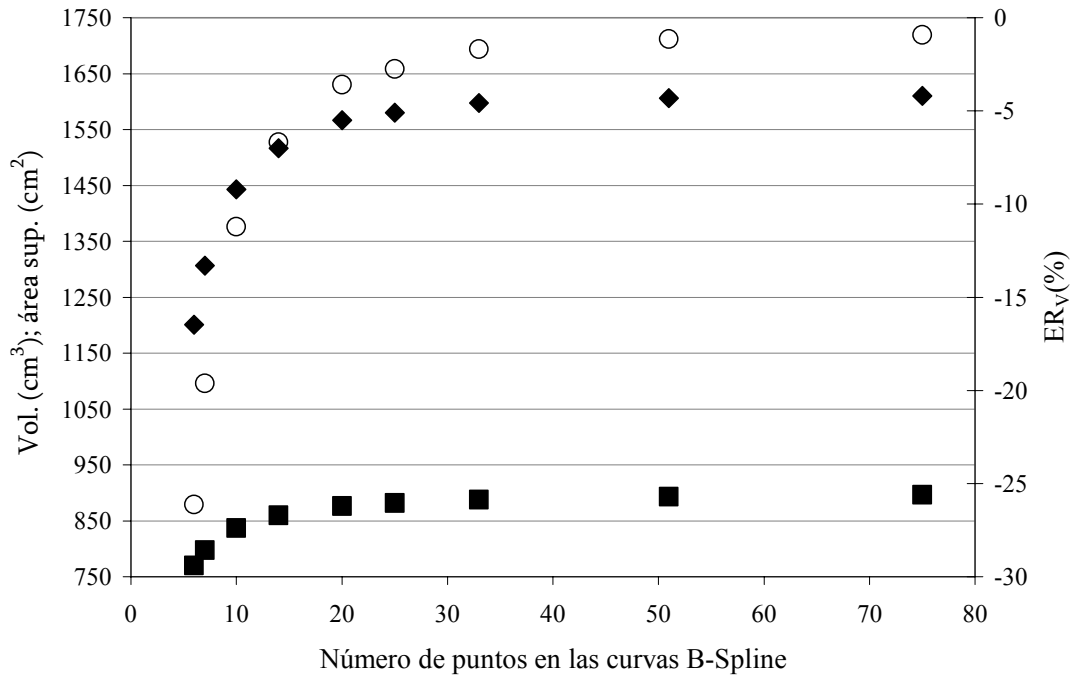


**Fig. A.15.** Imágenes obtenidas por RMN para una muestra entera de músculo *semitendinosus*.

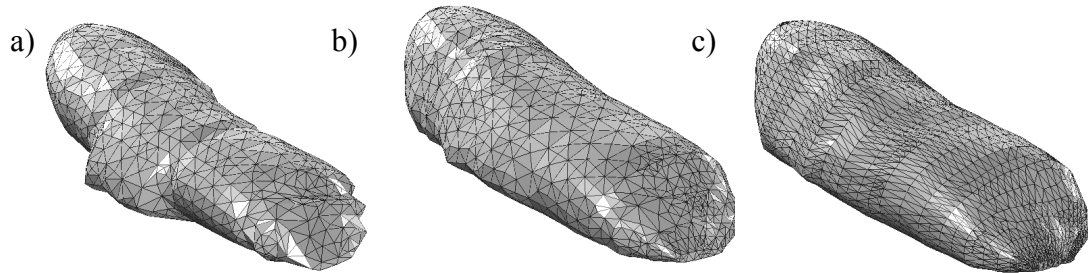


**Fig. A.16.** Fotografía de la muestra original, junto al sólido reconstruido mallado con elementos finitos.

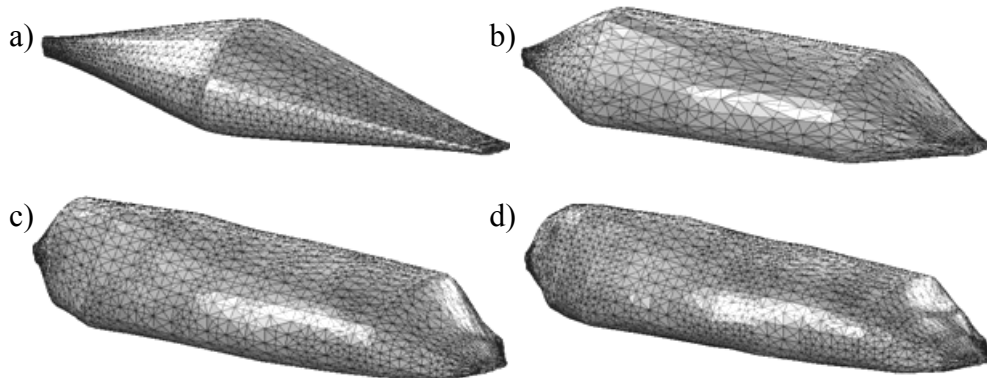
El peso de la muestra analizada fue de 1762.8 g con un volumen (desplazamiento de líquido) de 1625 cm<sup>3</sup>; utilizando el modelo geométrico el volumen estimado fue de 1597.58 cm<sup>3</sup> y un área superficial de 888.03 cm<sup>2</sup>. Variando el número de puntos en las curvas *B-Spline* se producen grandes variaciones en los valores estimados de volumen y área superficial, como se observa en la Fig. A.17. En este caso no se analizó la influencia del número de secciones transversales utilizadas en  $ER_V$  (%). La Fig. A.18 muestra la influencia del número de puntos en la forma de los modelos geométricos, mientras la Fig. A.19 hace lo propio con el número de secciones transversales.



**Fig. A.17.** Variación de los valores estimados de volumen (◆), área superficial (■) y  $ER_V$  (%) (○) en función del número de puntos en las curvas *B-Spline*.



**Fig. A.18.** Modelos geométricos obtenidos con todas las secciones transversales, usando: (a) 6 puntos; (b) 20 puntos; (c) 50 puntos.



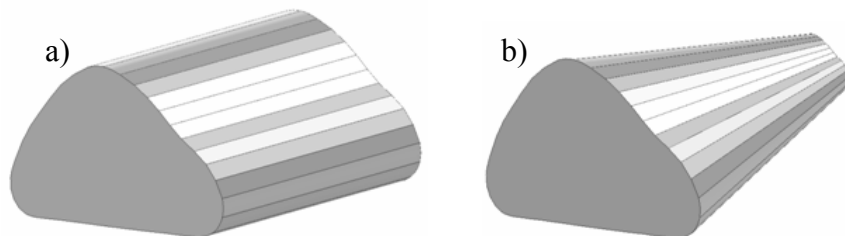
**Fig. A.19.** Modelos geométricos obtenidos con 33 puntos, usando: (a) 3 secciones; (b) 5 secciones; (c) 10 secciones; (e) 14 secciones.

#### A.2.2.4 Casos especiales

Dentro de la metodología general desarrollada, pueden encontrarse 3 casos especiales más simples, descritos a continuación.

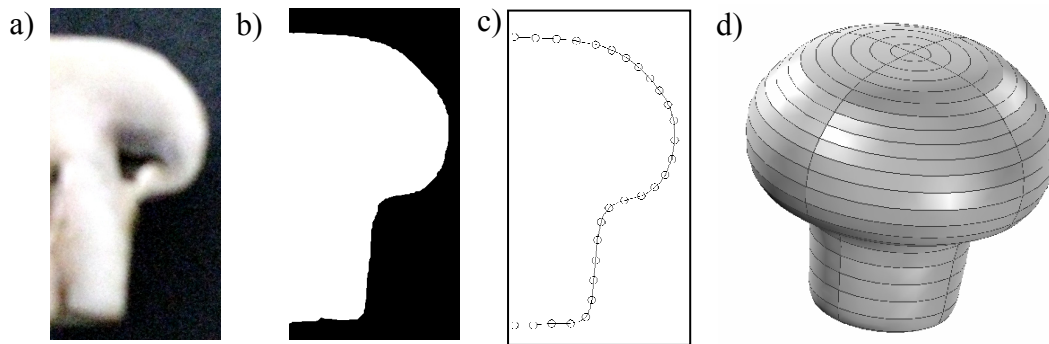
**Dominios bidimensionales:** es el caso más simple, en el cual se utiliza una sección transversal para construir el modelo geométrico. Este enfoque puede ser utilizado cuando el alimento presenta regularidad en la forma y tamaño en una dirección, y la longitud de la muestra en esa dirección es mucho mayor que las otras.

**Dominios bidimensionales extrudados:** el dominio 3D se construye por extrusión de un dominio 2D, por ejemplo, el del caso anterior. Este enfoque puede ser utilizado cuando el alimento presenta regularidad en la forma y tamaño en una dirección. La extrusión se realiza utilizando una longitud acorde al alimento analizado, comúnmente la longitud medida experimentalmente. Ejemplos de esta metodología pueden ser hallados en Purlis y Salvadori (2005a, 2005b, 2009b). Alternativamente, cuando el alimento presenta regularidad en la forma pero no en el tamaño, se puede realizar una extrusión con escalado. La Fig. A.20 ilustra ambas situaciones, donde se utiliza una sección transversal de una muestra de músculo *semitendinosus*.



**Fig. A.20.** (a) Modelo geométrico obtenido por extrusión; (b) modelo geométrico obtenido por extrusión y escalado.

**Dominios bidimensionales axisimétricos:** se utiliza una sección transversal para construir el modelo geométrico, o alternativamente una imagen de la muestra entera, sin seccionar. Este enfoque puede ser utilizado para muestras que presentan simetría axial, como algunas frutas y hortalizas. En este caso, durante el procesamiento la imagen se corta de manera tal de obtener solo una mitad de la muestra, y se continúa trabajando sobre la misma. La Fig. A.21 muestra algunos pasos de procesamiento y el modelo geométrico obtenido para una muestra de champignon (*Agaricus bisporus*).



**Fig. A.21.** (a) Fotografía recortada mostrando la mitad de una sección transversal media de una muestra de champignon; (b) imagen segmentada; (c) curva *B-Spline* aproximando el borde de la imagen; (d) modelo geométrico tridimensional de la muestra.

### A.2.3 Discusión y conclusiones

La metodología desarrollada permitió obtener modelos geométricos satisfactorios (visualmente) para todas las muestras analizadas; la validación utilizando comparaciones con volúmenes experimentales mostró un error aceptable y reproducibilidad.

El protocolo de procesamiento de la información pudo ser desarrollado en forma genérica, por lo cual podría ser aplicado a otras muestras sin modificaciones.

El número de elementos de las mallas de elementos finitos pueden variar desde algunos pocos miles (2000–3000), hasta cientos de miles, conforme se refina la malla de elementos finitos.

En todos los casos los modelos geométricos construidos poseen un solo dominio, es decir, son homogéneos; con algunas modificaciones de la secuencia de procesamiento de imágenes (independientemente del método de adquisición) pueden modelarse estructuras interiores, en casos especiales, como se verá en la Parte 2.

Las metodologías de adquisición empleadas poseen un conjunto de diferencias (ventajas y desventajas):

- La utilización del SVC es destructiva y las muestras no pueden utilizarse posteriormente, mientras que la utilización de RMN permite la posterior utilización de las muestras.
- El costo del SVC es bajo, dado que utiliza una cámara digital común; además, dependiendo de la cámara utilizada, puede evitarse el uso de una PC. Por otro

lado, la disponibilidad y oportunidad de utilización de equipos de RMN de propósitos médicos es extremadamente limitada.

- La utilización del SVC requiere una intervención manual muy intensiva y la creación de un protocolo aceptable requirió muchas pruebas preliminares, principalmente por estrategias incorrectas de alineamiento durante la reconstrucción de las muestras seccionadas. El uso de separadores entre secciones puede ser evitado, dependiendo de las muestras, lo cual reduce considerablemente la dificultad experimental. Con RMN no se producen ninguna de estas dificultades.
- Con el SVC existe una distancia mínima límite entre cortes transversales; por ejemplo, con las muestras de manzana y pera, una distancia pequeña produce quiebres de los cortes y dificulta el ensamblaje posterior; con las muestras de músculo *semitendinosus* una distancia baja produce deformaciones en los cortes; una buena opción utilizada para reducir la distancia entre cortes fue la congelación–descongelación de las muestras, lo que elimina las deformaciones. Con RMN la distancia entre cortes puede establecerse de forma arbitraria.
- La resolución de las imágenes obtenidas por RMN permite realizar la adquisición en unos pocos minutos; un aumento en este parámetro puede aumentar considerablemente los tiempos de adquisición.

Respecto del procesamiento de la información:

- Para el SVC, un paso lento del procesamiento es el escalado de las imágenes RGB originales.
- Para RMN, la lectura de imágenes en formato *dicom* puede traer inconvenientes, dependiendo del software utilizado. Además las imágenes obtenidas están representadas en 12 bits lo cual obliga a la utilización de alguna transformación de niveles de grises para lograr visualizar las imágenes, ya que son transformadas a 16 bits al ser leídas.
- La utilización de filtros en el dominio de frecuencia para filtrar las imágenes obtenidas por RMN requiere testear diferentes opciones (diferentes filtros y parámetros de los mismos).
- Con ambas técnicas las reglas de correspondencia (que puntos de las curvas *B-Spline* se unen entre sí) deben determinarse por observación, lo cual puede demandar mucho tiempo dentro de toda la secuencia de procesamiento. Si bien se

- desarrollaron programas propios que realizan esta operación automáticamente, no fueron utilizados por la incompatibilidad con el software de elementos finitos.
- La construcción de las curvas *B-Spline* y el modelo geométrico final es cerrada, no se tiene acceso a las funciones que utiliza el software y su funcionamiento.



### A.3 Parte 2: Modelos geométricos 3D irregulares complejos

En esta parte se presentan los desarrollos realizados respecto de la construcción de modelos geométricos tridimensionales de forma irregular de mayor complejidad; si bien los modelos construidos en esta parte pueden ser incluidos en los desarrollos de la Parte 1, las características especiales de las muestras y el procesamiento de la información justifica su tratamiento en forma separada.

#### A.3.1 Materiales y métodos

Las muestras analizadas fueron reses de cordero, cerdo y pollo (1 de cada una). Dada la complejidad y tamaño de las muestras, se utilizó RMN para realizar la adquisición de imágenes. La Tabla A.5 muestra el peso de las muestras y algunos parámetros de la adquisición de imágenes. Para las muestras de cordero y cerdo se adquirieron 4 secuencias de imágenes, dado que las muestras son más grandes que la zona de adquisición del equipo (esto provocó algunas dificultades adicionales, pero no serán analizadas aquí por simplicidad).

**Tabla A.5.** Información sobre las muestras analizadas y la adquisición de imágenes.

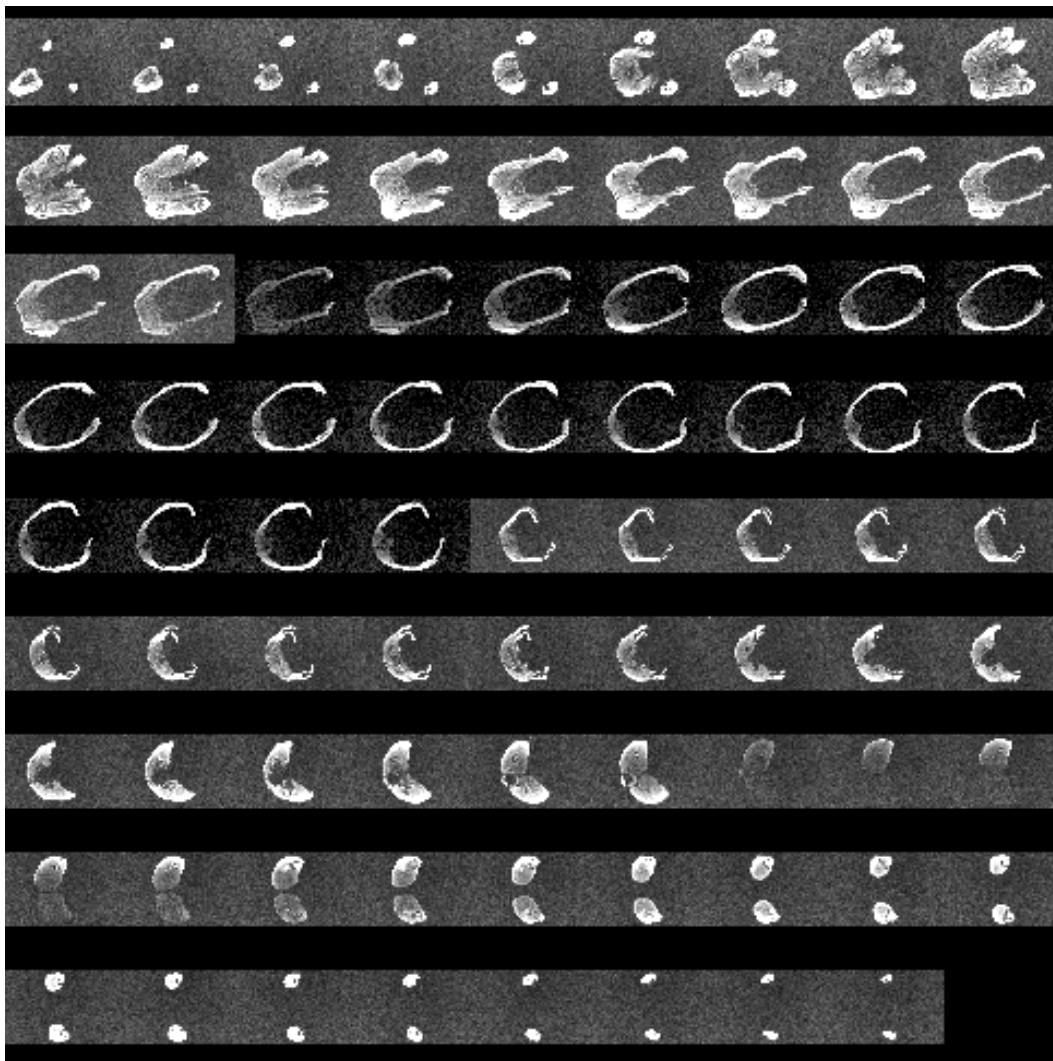
	Muestra		
	Cordero	Cerdo	Pollo
Peso (kg)	15.0	9.2	2.8
Número de imágenes	80	64	20
Espesor de cortes (mm)	6	6	6
Distancia entre imágenes (mm)	10	10	7.5
Resolución (mm/píxel)	0.68	0.78	1.02

El procesamiento de las imágenes es muy similar al realizado en la Parte 1 para el caso de imágenes obtenidas utilizando RMN; las particularidades se verán en la Sección de Resultados. La diferencia fundamental entre estas muestras y las analizadas en la Parte 1 radica en el número de objetos que cada imagen posee y en las reglas para conectarlos. Para estas muestras no se analizó la influencia del número de puntos en las curvas *B-Spline*, sino que se estableció la siguiente estrategia: el número de puntos a

utilizar se eligió de manera tal de lograr una buena aproximación al contorno de la imagen que presenta al objeto con mayor perímetro; se utilizó el mismo número de puntos en todas las secciones transversales. El número total de puntos de contorno obtenidos fue de 120032, 69892 y 19046 para las muestras de cordero, cerdo y pollo, respectivamente; los modelos geométricos se construyeron en todos los casos usando menos del 4% de los puntos totales.

### A.3.2 Resultados

La Fig. A.22 muestra las secuencia de imágenes crudas para la muestra de cordero (4 secuencias de 20 imágenes cada una); las diferencias entre las secuencias se deben a diferencias en los parámetros de adquisición entre ellas.



**Fig. A.22.** Secuencia de imágenes obtenidas por RMN para la muestra de cordero.

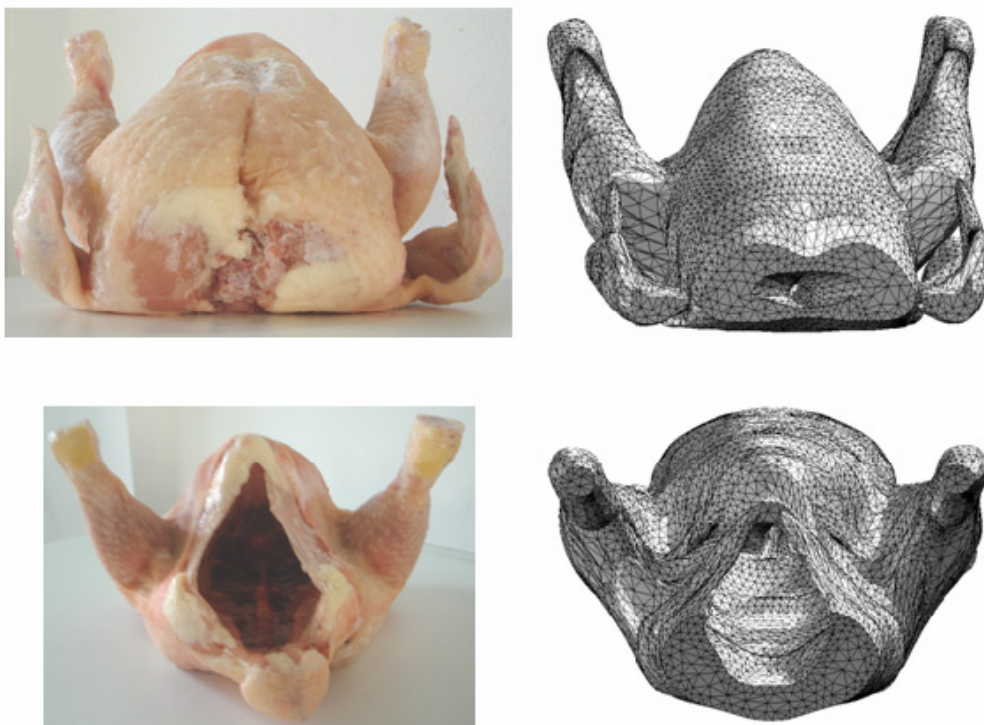
La Fig. A.23 muestra los resultados obtenidos para la res de cordero, junto a fotografías de la muestra. La comparación visual del modelo con la muestra revela una excelente concordancia; el modelo geométrico reproduce bien la superficie irregular y las cavidades complejas de la muestra. Las Fig. A.24 y A.25 muestran los resultados para la res de cerdo y pollo, respectivamente. Al igual que antes, los modelos geométricos coinciden muy bien con la forma de las muestras. Como puede verse, la muestra de pollo presenta la forma más irregular.



**Fig. A.23.** Comparación entre la muestra y el modelo geométrico reconstruido para la muestra de cordero; el modelo está mallado por elementos finitos.



**Fig. A.24.** Comparación entre la muestra y el modelo geométrico reconstruido para la muestra de cerdo; el modelo está mallado por elementos finitos.

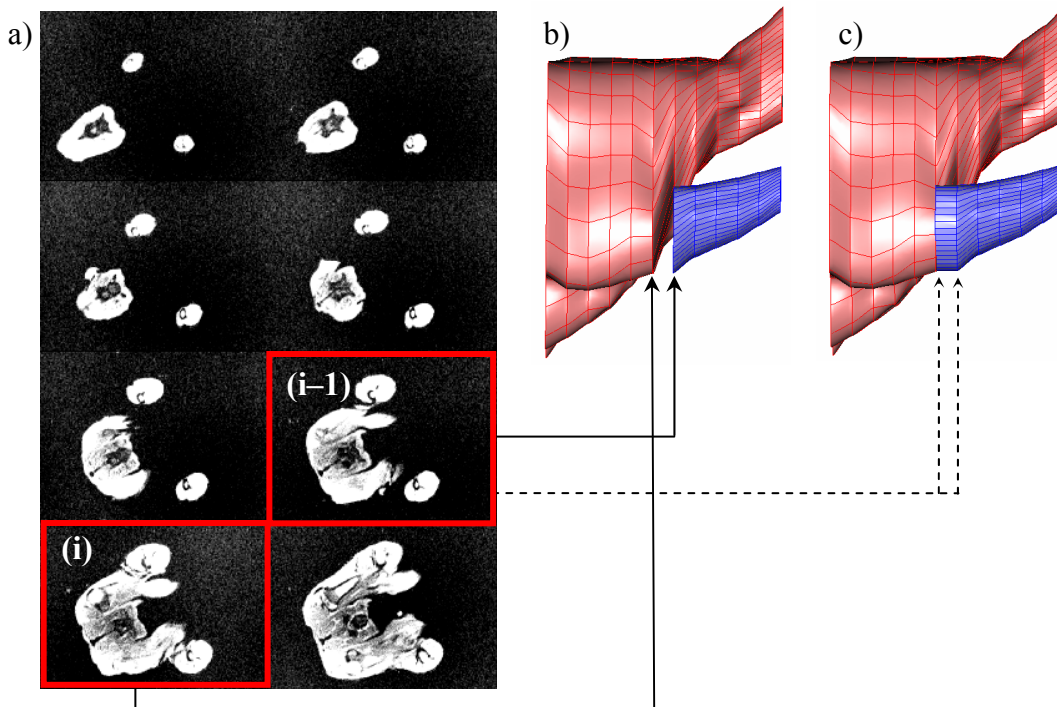


**Fig. A.25.** Comparación entre la muestra y el modelo geométrico reconstruido para la muestra de pollo; el modelo está mallado por elementos finitos.

La muestra de pollo pone en manifiesto dos restricciones adicionales en la técnica de lofting utilizada (además de mantener constante el número de puntos en las curvas *B-Spline* de las secciones a unir) que incrementa notablemente la complejidad de la secuencia de procesamiento de imágenes y la construcción del modelo geométrico:

- En primer lugar, el lofting debe realizarse entre secciones con un solo borde; en este sentido la cavidad interior de la muestra de pollo se modeló en forma separada y posteriormente fue sustraída del modelo geométrico entero (en la interfaz COMSOL). Para esto, las imágenes ya segmentadas de secciones que contienen cavidades interiores son procesadas siguiendo dos caminos diferentes: primero son llenadas de manera de eliminar la cavidad y así obtener un solo borde (el exterior). Posteriormente se trabaja con las imágenes *invertidas* (se invierten los valores de los píxeles), por lo cual la cavidad aparece como objeto y el objeto se transforma en fondo. Dado que el fondo original también se transforma en objeto y es el de mayor área, sólo se utilizan los objetos de menor área. Finalmente se aproxima el borde de estas imágenes (el interior).
- El lofting debe realizarse entre objetos únicos, es decir, un sólo objeto (y con un solo contorno) en cada imagen, por lo cual objetos múltiples deben ser modelados en forma independiente. Esta situación se observa claramente en las primeras imágenes de la Fig. A.22, donde el objeto de mayor tamaño corresponde al tronco (cuello) de la muestra de cordero, y los objetos de menor tamaño a los miembros anteriores. La estrategia planteada consistió en clasificar los objetos en *principales* y *secundarios*; para las muestras analizadas los objetos *principales* corresponden al cuerpo (o tronco) de las mismas, mientras que los objetos *secundarios* corresponden a las extremidades (como alas, miembros anteriores y posteriores, etc.). De esta manera, primero se modelan los objetos *principales* (el cuerpo), posteriormente se modelan los objetos *secundarios* (las extremidades), y finalmente se ensamblan todos los modelos geométricos. Desde el punto de vista de las imágenes los objetos *principales* poseen mayor área, por lo cual inicialmente se trabaja con los objetos de mayor área en cada imagen, y en un paso posterior se trabaja con los objetos *secundarios*. Es importante destacar que en algunas imágenes sólo hay objetos *secundarios*, como las últimas en la Fig. A.22, correspondientes a los miembros posteriores de la res de cordero.
- Finalmente todos los modelos geométricos son ensamblados, utilizando la siguiente estrategia: suponga que el objeto principal aparece en la imagen *i* y que objetos

secundarios (además del principal) aparecen en la imagen  $i-1$ , como se muestra en la Fig. A.26a para el caso de los miembros anteriores de la res de cordero. Si los modelos geométricos reconstruidos con esas imágenes son importados a COMSOL tal como se obtienen, los miembros anteriores y el cuerpo aparecerán desconectados y estarán separados por una distancia igual a la existente entre las imágenes (Fig. A.26b). Para conectar ambos objetos, se propone extender la longitud del miembro anterior desde la posición de la imagen  $i-1$  hasta la posición de la imagen  $i$  duplicando la imagen  $i-1$  en la posición de la imagen  $i$ . De esta manera se logra una buena conexión entre los modelos geométricos y el modelo ensamblado resulta similar a la muestra real (Fig. A.26c). Esta forma de conectar objetos puede producir desviaciones locales entre las muestras y el modelo geométrico, pero considerando la reducida distancia entre secciones transversales el error asociado es bajo. Esta estrategia fue aplicada a las extremidades de todas las muestras.

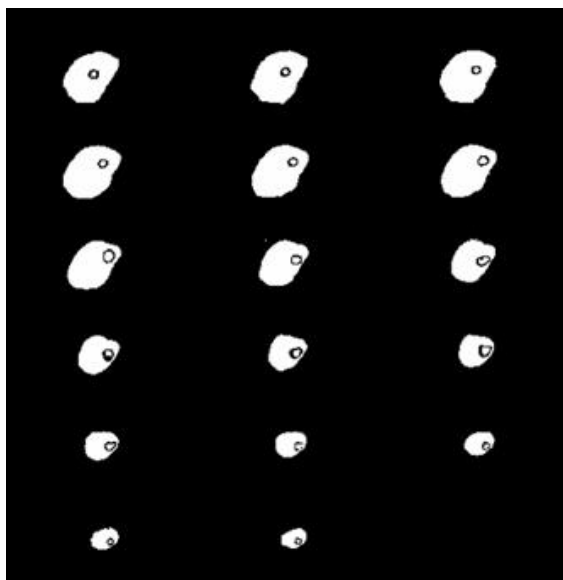


**Fig. A.26.** (a) Imágenes de la muestra de cordero mostrando 3 objetos: el “cuerpo” y los miembros anteriores; (b) modelos geométricos originales del cuerpo y los miembros anteriores; (c) los modelos geométricos de los miembros anteriores se extendieron para obtener el modelo geométrico final.

Es importante destacar que cada modelo geométrico conserva una posición espacial correcta, dado que la información de la posición axial de cada sección transversal se mantiene en cada paso.

A diferencia del caso de geometrías simples (Parte 1), la selección de objetos en las imágenes torna mucho más lento y complejo el procedimiento, dado que es necesaria la observación de los resultados parciales de cada paso de la secuencia para determinar si el procedimiento es correcto. De las muestras analizadas en esta parte, la muestra de pollo fue la más compleja, dado que requirió: modelado del objeto principal o cuerpo, modelado de la cavidad interior y modelado y ensamblaje de objetos secundarios.

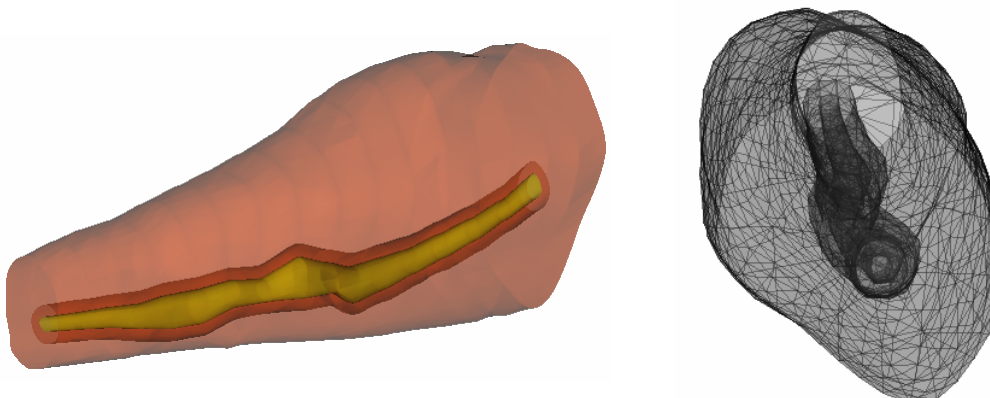
Un aspecto interesante del método desarrollado es la habilidad para reconstruir diferentes estructuras internas, como huesos o tejidos grasos. Este aspecto se exploró utilizando las imágenes de uno de los miembros posteriores de la res de cordero; dado que los huesos en las extremidades son largos y la adquisición de imágenes se realizó axialmente, se obtuvo una serie de imágenes en las que se diferencia el hueso, como puede verse en la Fig. A.27; la segmentación para obtener las distintas regiones se realizó en forma individual y probando diferentes estrategias para cada imagen, dado que todas tienen diferentes distribuciones de niveles de gris.



**Fig. A.27.** Imágenes segmentadas de un miembro posterior de la res de cordero.

Este enfoque permite obtener modelos geométricos más detallados (Fig. A.28) y permite que cada región tenga diferentes propiedades físicas, evitando el uso de

propiedades promedios en un dominio homogéneo, e incluso podría permitir la utilización de diferentes modelos físicos en cada región.



**Fig. A.28.** Modelo geométrico de un miembro posterior de cordero; imagen de las superficies (hueso en rojo, músculo en naranja y parte interior del hueso en amarillo) y malla de elementos finitos (9300 elementos).

### A.3.3 Discusión y conclusiones

La ampliación de la metodología desarrollada en la Parte 1 permitió obtener modelos geométricos satisfactorios (visualmente) para todas las muestras de mayor complejidad analizadas.

La necesidad de trabajar con varios objetos en las mismas imágenes produjo un gran incremento en la dificultad de la metodología. Si bien las estrategias desarrolladas respecto al modelado de cavidades interiores, objetos secundarios y su ensamblaje al cuerpo principal fueron muy importantes para lograr los resultados obtenidos, no pudo establecerse un protocolo básico de procesamiento y cada caso en particular debió ser analizado cuidadosamente e independientemente, dado que las reglas de un caso no necesariamente sirven directamente para otro caso.

El modelado de estructuras internas puede ser realizado también (en casos especiales) con imágenes obtenidas utilizando el SVC desarrollado, ya que por ser destructivo puede detectar estructuras interiores. Si las mismas son de pequeño tamaño debe procurarse realizar cortes lo suficientemente pequeños para obtener varias imágenes consecutivas que contengan la estructura a modelar; si el espesor mínimo admisible de los cortes transversales es similar al tamaño de la estructura a modelar, el modelo geométrico no será satisfactorio.



El número de elementos de las mallas de elementos finitos pueden variar desde algunas decenas de miles (40000–50000) hasta varios cientos de miles, conforme se refina la malla de elementos finitos.

## **A.4 Parte 3: Modelos geométricos 2D por regiones**

### **A.4.1 Introducción**

Los materiales alimenticios, además de poseer en muchas ocasiones forma irregular, pueden también presentar varias regiones o tejidos internos de diferente composición y naturaleza (por ejemplo, una pieza de carne puede estar compuesta por músculos, tejido graso, y huesos). Este tipo de consideraciones ciertamente aumenta las dificultades para el modelado matemático.

En esta parte final se presenta una metodología desarrollada para obtener modelos geométricos de alimentos de forma irregular y composición heterogénea. La metodología es válida para alimentos que presentan regularidad en su forma y composición en una dimensión, incluyendo alimentos axisimétricos.

### **A.4.2 Materiales y métodos**

El método desarrollado se basa en la segmentación por color de imágenes de muestras de alimentos y se desarrolla en tres pasos principales, llamados: etiquetado (o segmentación), correspondencia/coincidencia y modelado geométrico, los cuales se describen a continuación:

#### *A.4.2.1. Paso 1: etiquetado o segmentación*

El objetivo del etiquetado es asignar a cada píxel de la imagen una etiqueta correspondiente a alguna determinada subregión predefinida (por ejemplo, subregiones grasa y músculo en una pieza de carne). Con este objetivo se aplica la siguiente secuencia de procesamiento:

- Primero se puede realizar un filtrado de la imagen, para reducir ruido eventual; este paso es opcional y depende de la calidad de la imagen original. Los filtros más simples para esto son promedio o mediana.

- Se deben definir subregiones en la imagen, las cuales van a ser segmentadas; por ejemplo, en la Fig. A.29a se pueden seleccionar 2 subregiones, músculo y grasa/hueso (para simplificar la explicación).
- Una vez establecidas las subregiones a utilizar, se selecciona una *región de interés* (ROI) de cada una de ellas. Estos ROI son un conjunto de píxeles representativos con información de cada subregión; aquí se utilizaron valores promedios y desviaciones estándares. El número total de descriptores depende de la representación de la imagen; si se utiliza una imagen RGB se pueden obtener valores promedios y desviaciones estándares para cada capa de color y para cada ROI.
- Se calcula una distancia característica de cada píxel de la imagen a cada ROI, usando los descriptores seleccionados. Las posibles distancias utilizadas aquí fueron: distancia Euclidea (Ec. (A.9)), distancia Mahalanobis (Ec. (A.10)) (Gonzalez y Woods, 2002) y una distancia Euclidea normalizada (Ec. (A.11)). La selección de una distancia característica es empírica ya que para diferentes muestras puede funcionar mejor una u otra distancia. De esta manera se obtiene un vector de distancias características  $d$  de cada píxel  $(i,j)$  a cada ROI  $q$ .

$$d_{i,j \rightarrow q} = \left[ (A_{i,j} - I_q)^T (A_{i,j} - I_q) \right]^{1/2} \quad (\text{A.9})$$

$$d_{i,j \rightarrow q} = \left[ (A_{i,j} - I_q)^T \Omega_q^{-1} (A_{i,j} - I_q) \right]^{1/2} \quad (\text{A.10})$$

$$d_{i,j \rightarrow q} = \left\| \frac{A_{i,j} - I_q}{S_q} \right\| \quad (\text{A.11})$$

donde:

$$A_{i,j} = \begin{bmatrix} R_{i,j} \\ G_{i,j} \\ B_{i,j} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

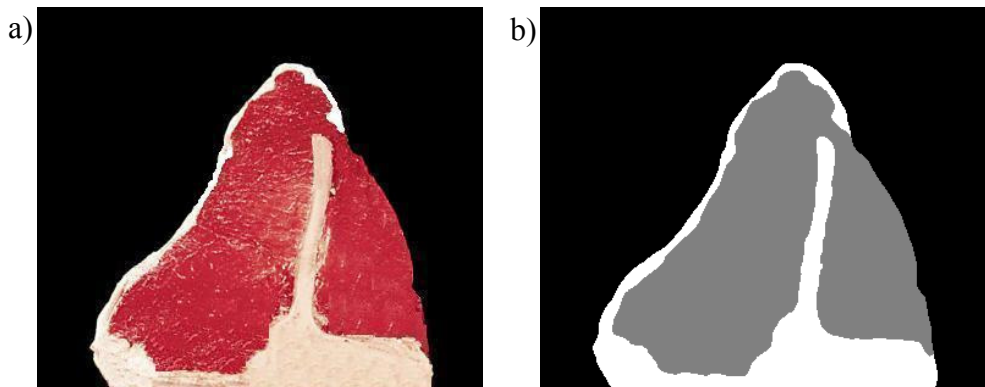
$$I_q = \begin{bmatrix} \bar{R}_q \\ \bar{G}_q \\ \bar{B}_q \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$d$  es la distancia característica,  $A$  representa a la imagen original (o filtrada),  $I_q$  y  $S_q$  representan el promedio y la desviación estándar de cada capa de color para el ROI  $q$ , respectivamente,  $\Omega_q$  es la matriz de covarianzas de color para el ROI  $q$ , y  $\|\cdot\|$  representa a la norma-2.

- En este paso se realiza el etiquetado: se construye una imagen etiquetada  $B$ , asignando una etiqueta o marcador (un número) a cada píxel  $(i,j)$  de acuerdo a la posición del valor mínimo en el vector de distancias características asociadas al píxel (Ec. (A.14)). Por ejemplo, para la Fig. A.29a se puede etiquetar con 1 para músculo y 2 para grasa/hueso.

$$B_{i,j} = \min_q (d_{i,j \rightarrow q}) \quad (\text{A.14})$$

- Finalmente, teniendo en cuenta que el objetivo es la construcción de modelos geométricos, pueden aplicarse operaciones morfológicas sobre la imagen  $B$ , de manera tal de eliminar objetos pequeños (Gonzalez y Woods, 2002) que podrían incrementar el costo computacional en etapas de mallado posteriores; alternativamente se puede utilizar un filtro mediana. En la Fig. A.29b puede verse el resultado del etiquetado y la eliminación de objetos pequeños para la muestra de la Fig. A.29a, considerando sólo 2 subregiones (músculo y grasa/hueso).



**Fig. A.29.** Imagen de una muestra de “bife ancho” usada para describir los pasos del algoritmo.

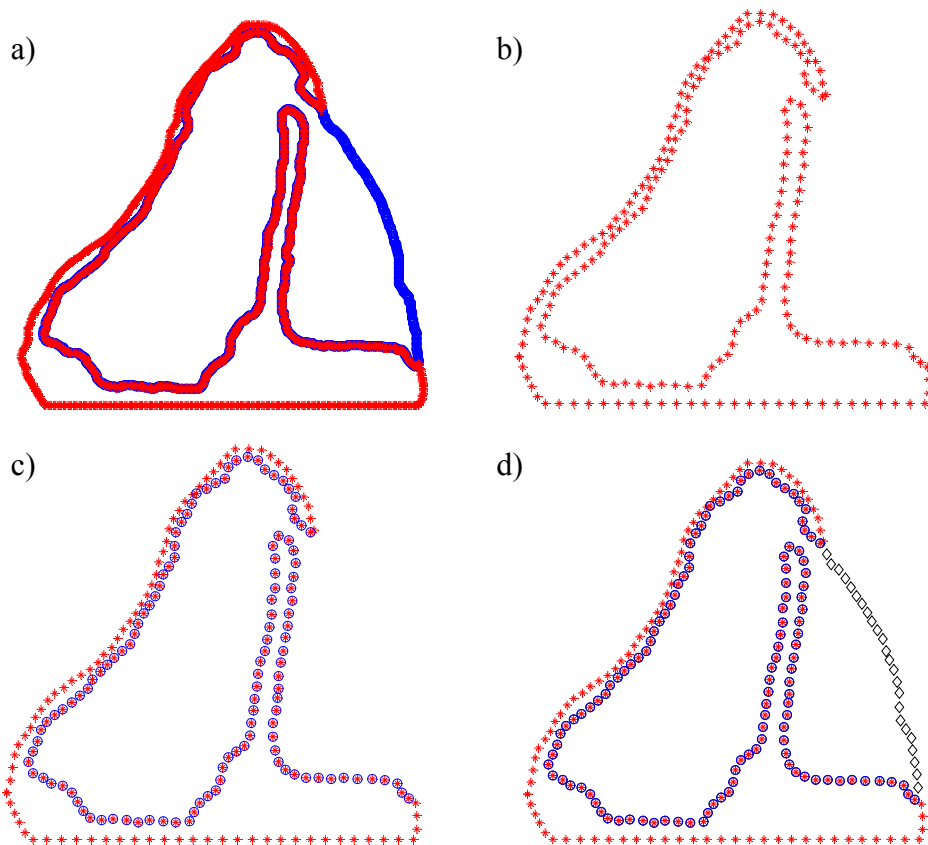
(a) Imagen RGB original; (b) imagen etiquetada y filtrada. Las subregiones grasa y hueso fueron unificadas por simplicidad en la explicación.

#### A.4.2.2 Paso 2: correspondencia/coincidencia

El objetivo de este paso es obtener un subconjunto reducido de píxeles que representen unívocamente todos los contornos de las subregiones de la muestra; el término unívoco implica que el contorno entre dos regiones vecinas es descrito por el mismo conjunto de píxeles. Con este objetivo, la imagen etiquetada es procesada de acuerdo al siguiente procedimiento:

- Primero se obtienen todos los píxeles del contorno (exteriores e interiores) de la imagen etiquetada; para esto se utilizó la función *contour* de MATLAB. Esta función proporciona curvas de nivel a valores especificados  $v$  de una función  $f$  dada; para el caso analizado aquí la función  $f$  es la imagen etiquetada  $B$  y los valores  $v$  son los marcadores asignados. De esta manera se obtienen las coordenadas  $(x,y)$  de los píxeles de contorno para los marcadores asignados. Si bien todas las coordenadas obtenidas pueden ser utilizadas para construir el modelo geométrico, esto produciría un gran costo computacional en procesos posteriores de mallado, ya que en general son cientos o miles.
- Para evitar el elevado costo computacional se usa un subconjunto reducido de los píxeles obtenidos (sus coordenadas). Es importante destacar que la selección de tal subconjunto debe ser realizada cuidadosamente para evitar que queden agujeros o superposiciones en el modelo geométrico obtenido. La siguiente secuencia es aplicada para realizar la selección, la cual es descrita en la Fig. A.30 (usando la misma muestra que en la Fig. A.29):
  - a. Selección de una subregión en la imagen etiquetada (por ejemplo, grasa/hueso en la Fig. A.29b).
  - b. Selección de un contorno (interno o externo) de la subregión seleccionada. Una subregión puede tener más que un contorno, pero en la Fig. A.29b solo hay un contorno para cada una.
  - c. Selección de un subconjunto de píxeles del contorno seleccionado en b, asegurando que una región cerrada es obtenida, es decir que el primer y el último píxel deben ser los mismos (a este conjunto de píxeles se les llamara filtrados).
  - d. Selección de una subregión vecina a la subregión con el borde filtrado (para el ejemplo utilizado, Fig. A.29b, sólo queda la subregión músculo).
  - e. En este paso se realiza la Correspondencia/coincidencia: se seleccionan los píxeles del contorno de la subregión vecina (seleccionada en el paso d) que

coinciden (en términos de coordenadas) con los píxeles del contorno obtenidos en el paso c. Si una fracción de los píxeles del contorno de la subregión vecina no están compartidos con la subregión seleccionada en el paso a, entonces son filtrados independientemente en forma separada; posteriormente ambos subconjuntos (los determinados por coincidencia y los filtrados independientemente) son reordenados juntos para obtener un único vector reducido de coordenadas.



**Fig. A.30.** Sub-pasos durante la correspondencia/coincidencia. (a) Todos los píxeles del contorno obtenidos a partir de *contour*; símbolos azules para subregión músculo, y rojos para grasa/hueso; (b) subconjunto filtrado de píxeles de contorno correspondientes a la subregión grasa/hueso; (c) píxeles de contorno de la subregión músculo (en azul) obtenidos por coincidencia con los píxeles del borde de la región grasa/hueso; (d) filtrado de los píxeles del contorno de la subregión músculo que no son vecinos a la subregión grasa/hueso (en negro).

Los pasos b–e son repetidos hasta que todos los contornos restantes de la subregión seleccionada en el paso a son seleccionados y filtrados. Si existen subregiones con contornos sin haber sido filtrados, los pasos a–e se repiten nuevamente.

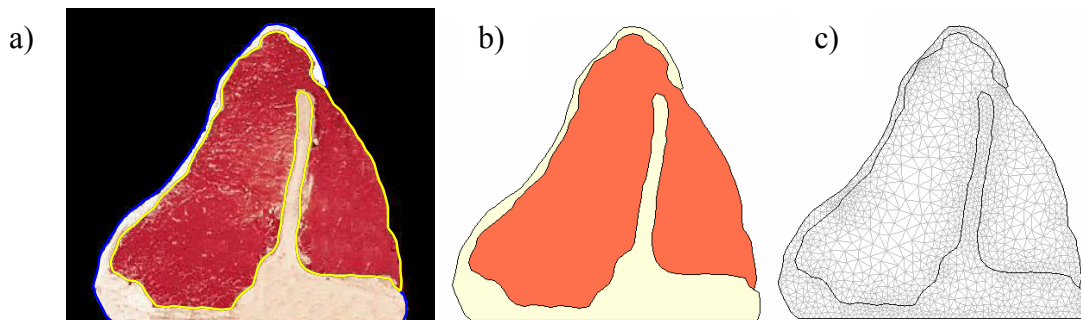
Finalmente, se obtiene un conjunto reducido de píxeles que representan unívocamente todos los contornos de la imagen etiquetada.

#### A.4.2.3 Paso 3: modelado geométrico

Los píxeles del contorno obtenidos por etiquetado y coincidencia son finalmente usados para construir el modelo geométrico de la muestra. El modelo para cada subregión es creado a partir del correspondiente subconjunto de píxeles de contorno utilizando una representación poligonal, es decir, los puntos se unen utilizando una sucesión de segmentos rectos.

Con propósitos de simulación de procesos, los puntos obtenidos se utilizaron para reproducir el modelo geométrico directamente en COMSOL Multiphysics, utilizando la función *poly2* (COMSOL AB). La Fig. A.31a muestra la imagen original y los contornos obtenidos para la muestra analizada anteriormente, mientras que la Fig. A.31b muestra el modelo geométrico obtenido; finalmente la Fig. A.31c muestra el modelo geométrico mallado obtenido en COMSOL.

En este punto se manifiesta la importancia de la realización del paso de correspondencia/coincidencia: si los contornos no son representados unívocamente por el conjunto de píxeles seleccionados, entonces se obtendrían superposiciones o agujeros en el modelo geométrico.



**Fig. A.31.** (a) Imagen original y contornos aproximados; (b) representación del modelo geométrico final; (c) malla de elementos finitos.

#### A.4.3 Resultados

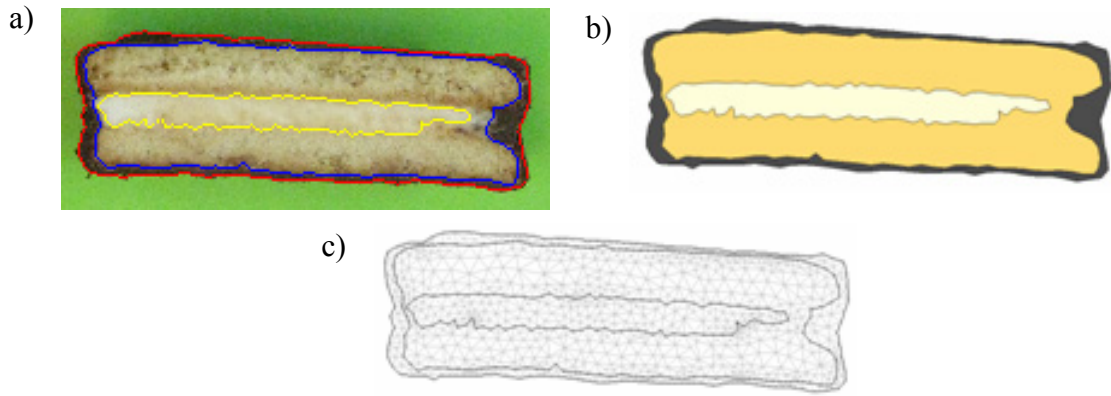
La adquisición de imágenes se realizó utilizando una cámara digital (Canon PowerShot G9, Japón); las imágenes RGB (formato *jpeg*, 24 bits) se obtuvieron con una

resolución de 3000×4000 píxeles. Pueden utilizarse otros sistemas de adquisición, como tomografía computada o RMN, pero son más costosos y de menor disponibilidad; es importante destacar que la información así obtenida no es sobre color, pero igualmente puede utilizarse la metodología, ya que diferentes tejidos proveen diferentes tipos de señales.

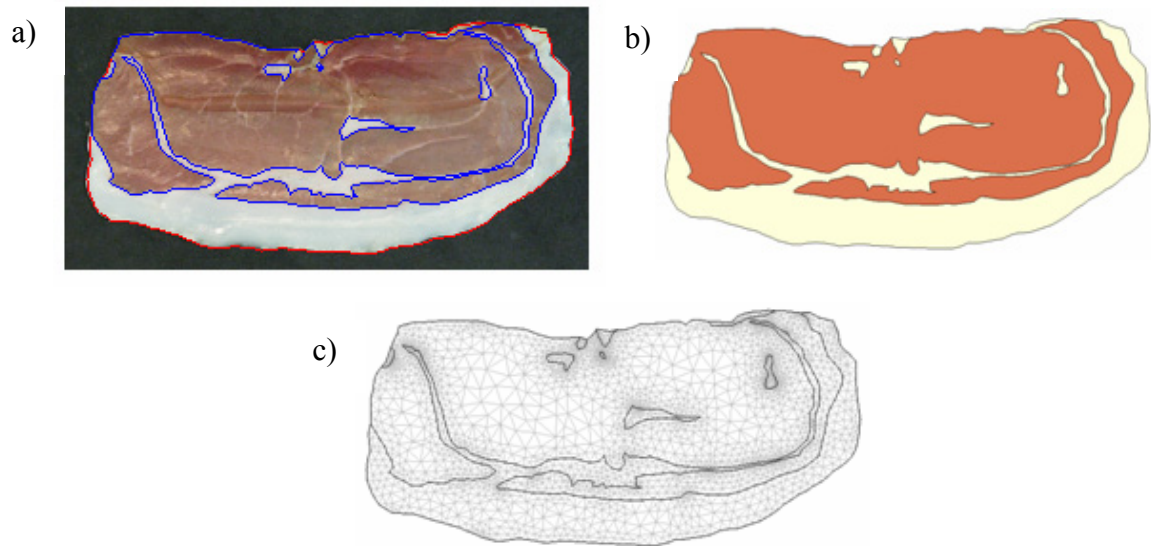
Dado que se utilizó una cámara digital, una característica importante es la selección de un fondo adecuado para asegurar una segmentación satisfactoria de la muestra entera. Esto se realizó eligiendo un fondo de un color diferente al de todas las sub-regiones de la muestra. Otro aspecto a considerar es el sistema de iluminación; el mismo debe minimizar las perturbaciones en la imagen adquirida, como sombras cerca del contorno de la muestra o iluminación no uniforme. Es importante destacar que si se utiliza un sistema de adquisición de imágenes calibrado (cámara e iluminación), se puede realizar una transformación entre el espacio de color RGB y otros espacios de color más tradicionales en el campo de la ciencia de alimentos, como CIEL\*a\*b\* (León *et al.*, 2006; Purlis y Salvadori, 2007) pudiendo realizar la segmentación en este espacio; adicionalmente se puede realizar análisis de color en cada subregión en términos de evaluación de calidad.

La metodología se evaluó utilizando muestras de diferente complejidad con respecto al número de subregiones o composición del material y la distribución de las mismas en las muestras. Se usaron muestras de (usando denominaciones tradicionales): bife ancho, bife de chorizo, tira de asado, jamón crudo, alfajor, galletita, y salchichón primavera. Los resultados de la aplicación de la metodología desarrollada fueron mostrados en detalle en las Fig. A.29–A.31, usando una muestra de bife ancho (la implementación para ese caso se muestra en el Apéndice H); las Fig. A.32–A.36 muestran los resultados para las otras muestras. Como puede verse, la metodología permitió aproximar satisfactoriamente los contornos de las diferentes subregiones y por lo tanto obtener modelos geométricos satisfactorios.

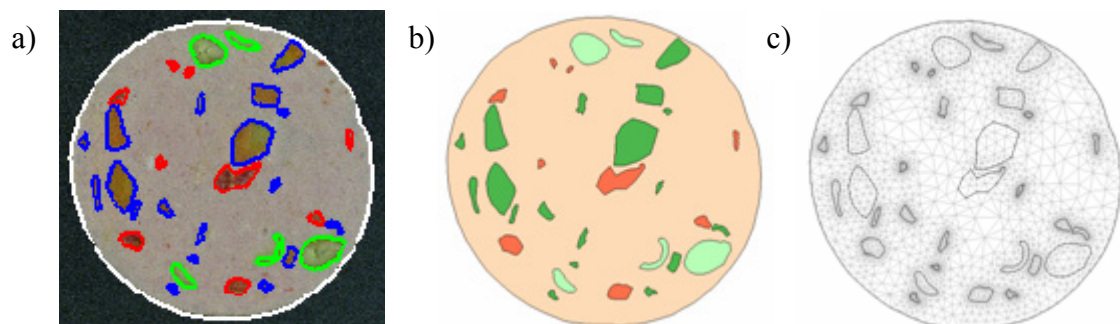




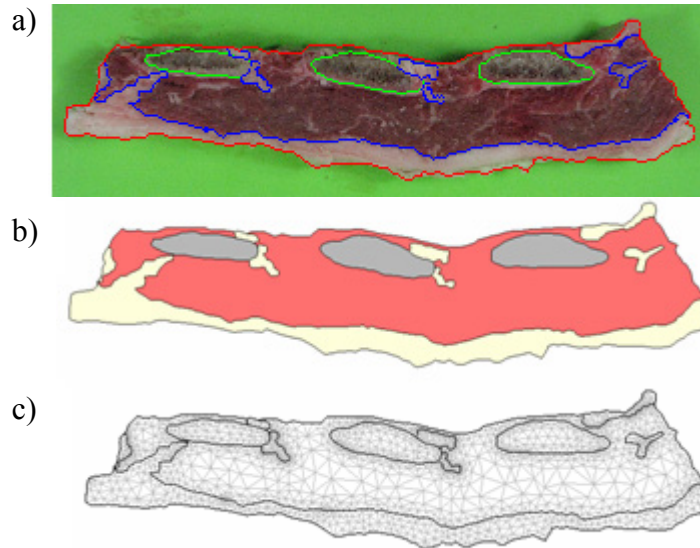
**Fig. A.32.** Resultados para la muestra de alfajor. (a) Imagen original y contornos aproximados; (b) representación del modelo geométrico final; (c) malla de elementos finitos.



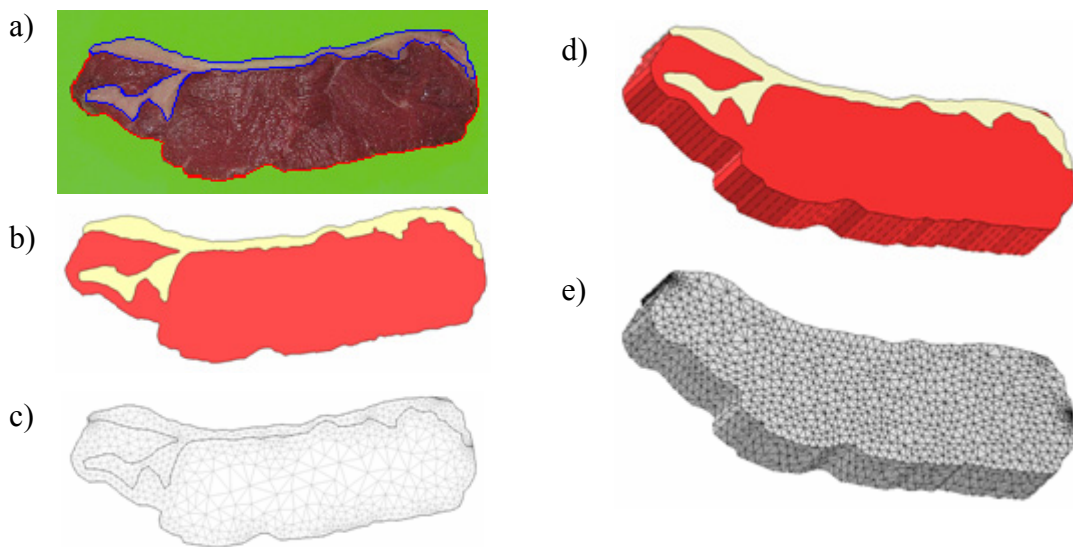
**Fig. A.33.** Resultados para la muestra de jamón crudo. (a) Imagen original y contornos aproximados; (b) representación del modelo geométrico final; (c) malla de elementos finitos.



**Fig. A.34.** Resultados para la muestra de salchichón primavera. (a) Imagen original y contornos aproximados; (b) representación del modelo geométrico final; (c) malla de elementos finitos.



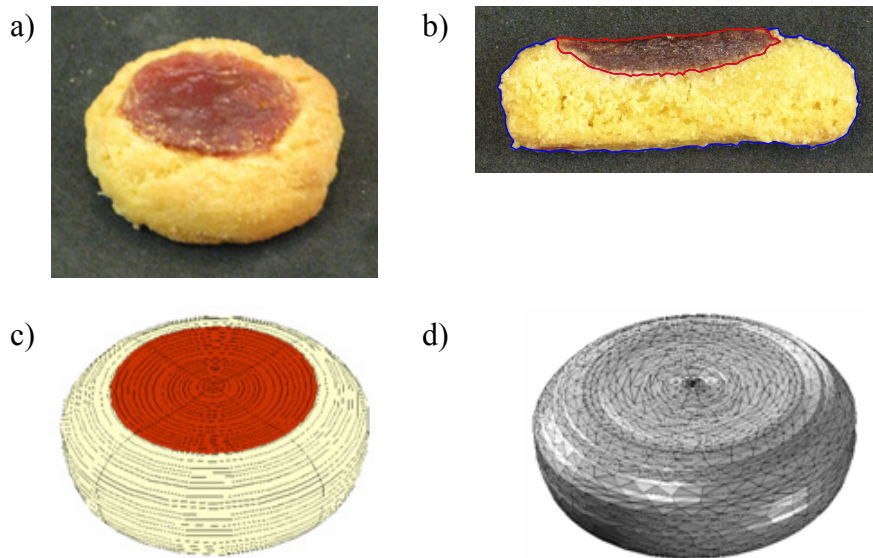
**Fig. A.35.** Resultados para la muestra de asado. (a) Imagen original y contornos aproximados; (b) representación del modelo geométrico final; (c) malla de elementos finitos.



**Fig. A.36.** Resultados para la muestra de bife de chorizo. (a) Imagen original y contornos aproximados; (b) representación del modelo geométrico 2D; (c) malla de elementos finitos; (d) modelo geométrico 3D obtenido por extrusión axial (2 cm); (e) malla de elementos finitos.

A pesar de que la metodología se diseñó para construir modelos geométricos bidimensionales, es posible obtener representaciones tridimensionales por operaciones de extrusión o revolución para muestras con una dimensión regular o axisimétricas, respectivamente. La Fig. A.36d–e muestra un modelo tridimensional obtenido por extrusión para la muestra de bife de chorizo, y la Fig. A.37 muestra el modelo

construido por revolución a partir de la imagen de una sección transversal de la muestra de galletita.



**Fig. A.37.** Resultados para la muestra de galletita. (a) Imagen panorámica original; (b) imagen de un corte transversal y contornos aproximados; (c) modelo geométrico tridimensional obtenido por revolución (trabajando con  $\frac{1}{2}$  imagen); (d) malla de elementos finitos.

Si bien las muestras analizadas cubren un amplio rango de complejidad, en algunas situaciones podrían obtenerse modelos geométricos defectuosos. Como desventaja, una limitación puede deberse a la distribución de color de las muestras analizadas. Si dos subregiones diferentes (respecto a su composición) presentan color similar, la segmentación puede ser defectuosa. En estas circunstancias, las siguientes estrategias podrían ser consideradas: (i) incrementar el contraste entre subregiones modificando los valores RGB originales (Mery y Pedreschi, 2005); (ii) encontrar un espacio de color donde las diferentes entre regiones similares sean aumentadas; (iii) usar otra clase de algoritmo de segmentación de imágenes color (por ejemplo, Sun y Du, 2004). Por otro lado, la principal ventaja de la metodología desarrollada es que los modelos geométricos obtenidos son descritos solo por coordenadas espaciales, lo cual provee simplicidad respecto a la reproducibilidad de los resultados. Es decir, un modelo geométrico determinado puede ser reproducido por diferentes usuarios teniendo solamente los subconjuntos de píxeles del contorno de las diferentes subregiones.

#### A.4.3.1. Validación de los modelos geométricos

El desempeño de la metodología desarrollada fue evaluado de dos formas diferentes. En primer lugar, se estableció una aproximación objetiva sobre el desempeño global de la metodología; en este sentido, se estableció la siguiente suposición: si la segmentación es realizada en forma correcta, entonces todo el procedimiento será también correcto, ya que el modelo geométrico puede ser construido arbitrariamente cercano a la forma real de la muestra. Entonces, se analizó directamente el paso de segmentación de acuerdo a la metodología reportada por Mery y Pedreschi (2005). Una segmentación ideal fue realizada para cada muestra analizada, por interpretación visual usando Microsoft Paint; entonces se calculó un indicador de desempeño, establecido por el cociente entre los píxeles segmentados por ambos procedimientos.

**Tabla 2.** Desempeño del paso de segmentación, establecido por la relación píxeles segmentados con la metodología desarrollada / píxeles segmentados en forma ideal.

Muestra	Sub-región	Desempeño
Bife ancho	Grasa-hueso	0.9686
	Carne	0.9962
	Todo	0.9873
Bife de chorizo	Grasa	0.9620
	Carne	0.9883
	Todo	0.9835
Asado	Hueso	1.1079
	Grasa	0.8458
	Carne	1.0734
	Todo	1.0078
Jamón crudo	Grasa	0.9570
	Carne	1.0104
	Todo	0.9928
Alfajor	Chocolate	0.8506
	Masa	0.9019
	Relleno	1.0246
	Todo	0.9694
Galletita	Mermelada	0.9362
	Masa	1.0566
	Todo	1.0046
<i>Salchichón</i>	Aceituna	1.0473
	Zanahoria	0.9517
	Pimiento	0.9684
	Pasta de carne	1.0060
	Todo	1.0025

En general se observa un buen desempeño. La muestra de asado exhibe el peor desempeño; 15.42% de los píxeles de la región grasa fueron segmentados incorrectamente, los cuales fueron asignados principalmente a la región hueso, ya que la misma posee 10.79% más píxeles que el ideal. Considerando la complejidad de las muestras analizadas, la segmentación presenta un muy aceptable desempeño. Entonces, considerando la suposición establecida, el desempeño global del procedimiento es también aceptable.

#### A.4.3.2. Influencia del número de puntos en el mallado

Cuando los modelos geométricos van a ser utilizados para realizar la simulación de un proceso de interés, es importante considerar el costo computacional asociado. En este sentido, se analizó la relación entre el tamaño del subconjunto de píxeles de contorno obtenidos luego del paso de correspondencia y el número de elementos finitos necesarios en el mallado.

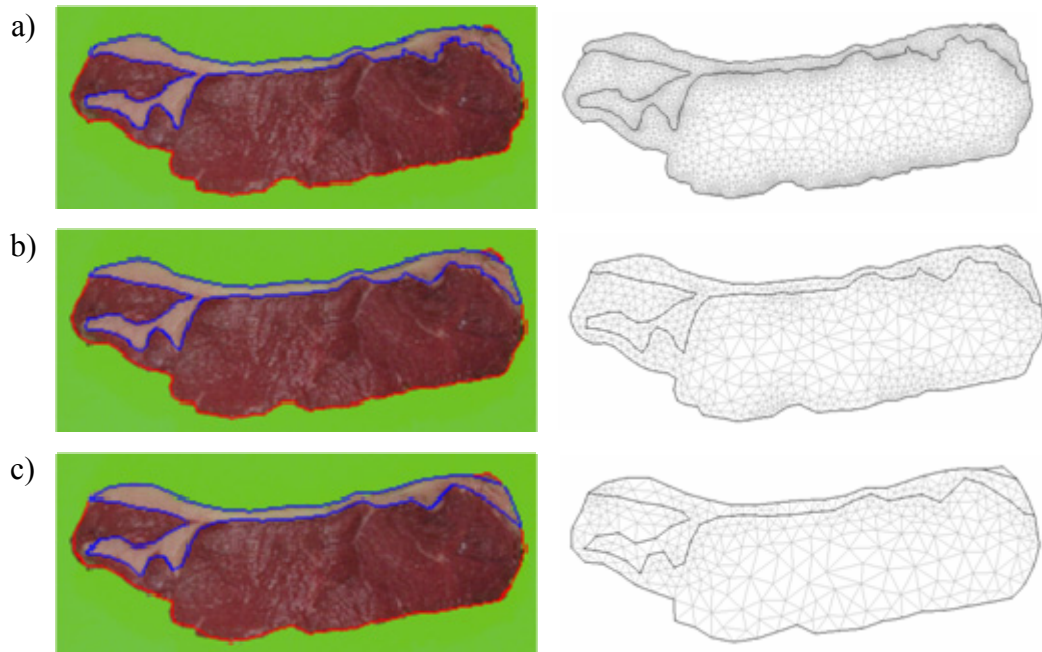
En primer lugar, varios modelos geométricos de la muestra de bife de chorizo fueron obtenidos variando la fracción de puntos totales a ser usados. La selección de puntos (filtrado o parametrización) realizada en el paso de correspondencia para obtener un conjunto reducido de píxeles del contorno se realizó usando la expresión:

$$indices = \left( 1, \frac{t}{p} + 1, 2 \frac{t}{p} + 1, \dots, (k-1) \frac{t}{p} + 1, \dots, (p-1) \frac{t}{p} + 1, 1 \right) \quad (A.15)$$

donde  $t$  es el número total de píxeles en el borde original y  $p$  es el número de puntos finales a ser usados ( $p \ll t$ ). El  $k$ -ésimo elemento del arreglo  $indices$  representa el índice de los puntos del contorno original a ser usado. Esta expresión es válida para contornos cerrados (el primer y último índice son iguales); para contornos abiertos el último índice es reemplazado por  $t$ . Generalmente la relación  $t/p$  no es un número natural, por lo cual se utilizó la parte entera del cociente. Esta es la parametrización más simple, pero pueden utilizarse otras más tradicionales (como pseudolongitud de arco).

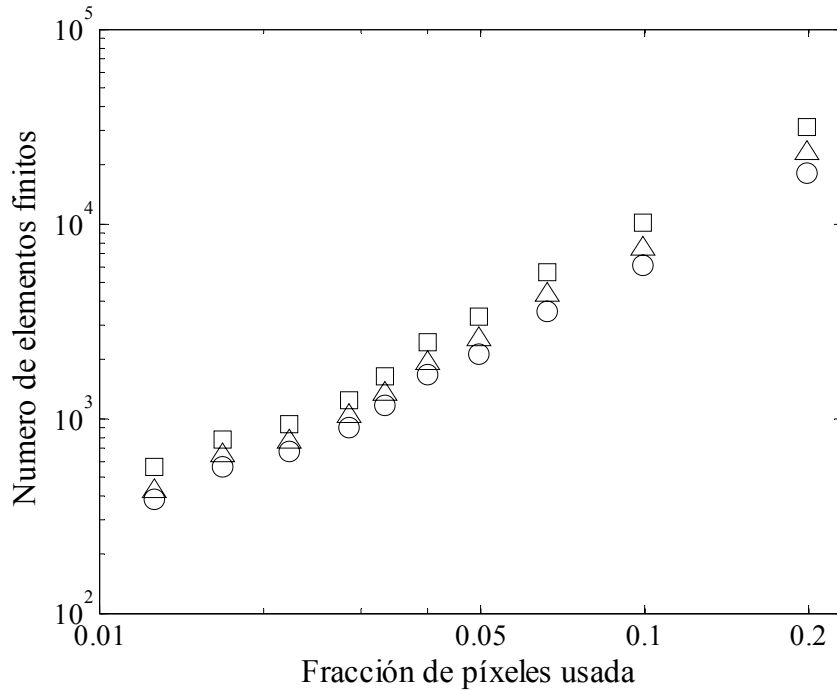
Posteriormente, los modelos geométricos fueron reproducidos en COMSOL y diferentes mallas fueron construidas (mallas normal, coarse, and coarser; COMSOL AB). La Fig. A.38 muestra el resultado para tres casos; conforme aumenta el número de puntos usados para aproximar los bordes, los modelos geométricos son más realistas,

pero las mallas se tornan más densas. En todos los casos se encontró una relación potencial entre el número de elementos finitos y la fracción del número total de píxeles usada para aproximar los contornos (Fig. A.39).



**Fig. A.38.** Imagen original y contornos aproximados para diferentes fracciones del total de píxeles de contorno (izquierda) y modelos geométricos mallados (derecha). Fracción de puntos usada: (a) 0.1; (b) 0.033; (c) 0.016.

Si bien el objetivo primario se centra en el modelado geométrico, la metodología desarrollada puede ser utilizada con otros propósitos, por ejemplo, evaluación de calidad; si el algoritmo se finaliza luego de la segmentación (etiquetado) se puede utilizar la imagen para análisis de color, mediciones de área, número de subregiones, distribución de tamaño de objetos en cada subregión, etc.



**Fig. A.39.** Numero de elementos finitos en función de la fracción de píxeles de contorno totales usados para aproximar los contornos. Procedimiento de mallaado: (□) *normal*; (△) *coarse*; (○) *coarser*.

#### A.4.4. Discusión y conclusiones

La metodología desarrollada permitió obtener modelos geométricos bidimensionales con diferentes regiones internas que aproximan satisfactoriamente a las muestras analizadas. La metodología puede ser utilizada solo para segmentación usando el paso de etiquetado. El paso de correspondencia/coincidencia puede utilizarse en combinación con otros algoritmos de segmentación o con imágenes ya segmentadas. Una característica interesante de la metodología es que se obtiene un conjunto reducido de puntos, los cuales pueden ser fácilmente almacenados y transmitidos; para obtener el modelo geométrico solo debe usarse interpolación lineal. Como desventaja, varios pasos del método requieren de la observación de resultados parciales y de la intervención del usuario para determinar la forma en que se continúa el procesamiento; en este sentido, no se obtuvo una secuencia de procesamiento base válida para todos los casos. Los modelos geométricos reproducidos en COMSOL pueden utilizarse para la simulación de algún proceso de interés, con costos computacionales bajos, ya que las mallas generadas pueden tener varios cientos o pocos miles de elementos.

# Nomenclatura

$A$	área superficial	$\text{cm}^2$ o $\text{m}^2$
$a_w$	actividad de agua	
$c$	contenido de agua en base seca	$\text{kg agua}/(\text{kg sólido seco})$
$c_{eq}$	capacidad de retención de agua en base seca	$\text{kg agua}/(\text{kg sólido seco})$
$C_P$	capacidad calorífica	$\text{J}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$
$\bar{c}$	contenido de agua medio, base seca	$\text{kg agua}/(\text{kg sólido seco})$
$D.E.$	desviación estándar	
$F$	factor de visión	
$FE$	factor de escala	
$h_c$	coeficiente convectivo de transferencia de energía	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$
$h_{ef}$	coeficiente efectivo de transferencia de energía	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$
$h_r$	coeficiente de transferencia de energía por radiación	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$
$k$	conductividad térmica	$\text{W}/(\text{m } ^\circ\text{C})$
$k_g$	coeficiente de transferencia de materia	$\text{kg}/(\text{Pa m}^2 \text{ s})$
$K_W$	parámetro	$\text{kg sólido seco}/\text{s}$
$L$	longitud característica	$\text{cm}$ o $\text{m}$ (según se indique)
$M_0$	masa inicial	$\text{kg}$
$M_f$	masa final	$\text{kg}$
$m_{ss}$	masa de sólido seco	$\text{kg}$
$N$	flujo másico de agua evaporada por unidad de área y tiempo	$\text{kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$
$N_D$	flujo másico de agua drenada por unidad de área y tiempo	$\text{kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$
$PP_D$	pérdida de peso por drenado	$\text{kg}$
$PP_D(\%)$	pérdida de peso por drenado, respecto de	$\%$



	pérdidas totales	
$PP_E$	pérdida de peso por evaporación	kg
$PP_E(\%)$	pérdida de peso por evaporación, respecto de pérdidas totales	%
$PP_T$	pérdida de peso total	kg
$PP_T(\%)$	pérdida de peso total, respecto a la masa inicial	%
$P_{sat}$	presión de saturación de vapor de agua	Pa
$R$	velocidad de pérdida de peso promedio por drenado	kg agua/(kg sólido seco s)
$HR$	humedad relativa	
$t$	tiempo	según se indique
$T$	temperatura	°C ó K
$V$	volumen	cm <sup>3</sup> o m <sup>3</sup>
$RL$	relación de longitud característica	
$RS$	relación de área superficial	
$RV$	relación de volumen	
$x_w$	contenido de agua en base húmeda	kg agua/(kg total)

### Símbolos griegos

$\varepsilon$	emisividad	
$\sigma$	constante de Stephan–Boltzman	W/(m <sup>2</sup> °K <sup>4</sup> )
$\rho$	densidad	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{ss}$	densidad del sólido seco	kg sólido seco/m <sup>3</sup>
$\lambda$	entalpía de vaporización del agua	J/kg
$\Omega$	volumen de control del dominio de simulación	
$\Gamma$	frontera del dominio de simulación	

### Subíndices

$0$	inicial
$d$	longitud característica (ancho, alto o largo)
$exp$	experimental
$f$	final
$h$	horno, ambiente o fluido

<i>s</i>	superficie
<i>sim</i>	simulado
⊥	perpendicular
∥	paralelo
∞	equilibrio

# Referencias bibliográficas

- Arce, J. A., Potluri, P. L. Schneider, K. C., Sweat, V. E., & Dutson, T. R. (1983). Modeling beef carcass cooling using a finite element technique. *Transactions of the ASAE*, 26, 950-960.
- Banga, J. R., & Singh, R. P. (1994). Optimization of air drying of foods. *Journal of Food Engineering*, 23(2), 189-211.
- Banga, J. R., Balsa-Canto, E., Moles, C. G., & Alonso, A. A. (2003). Improving food processing using modern optimization methods. *Trends in Food Science & Technology*, 14(4), 131-144.
- Banga, J. R., Pan, Z., & Singh, R. P. (2001). On the optimal control of contact-cooking processes. *Food and Bioprocesses Processing*, 79(3), 145-151.
- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (1993). *Nonlinear Programming: theory and algorithms*. Singapur, John Wiley & Sons.
- Bejerholm, C., & Aaslyng, M. D. (2004). Cooking of meat. En: Jensen, W. K., Devine, C., & Dikeman, M., (Eds.), *Encyclopedia of meat science*, Elsevier, 343-349.
- Bengtsson, N. E., Jakobsson, B., & Dagerskog, M. (1976). Cooking of beef by oven roasting: a study of heat and mass transfer. *Journal of Food Science*, 41(5), 1047-1053.
- Bertola, N. C., Bevilacqua, A. E., & Zaritzky, N. E. (1994). Heat treatment effect on texture changes and thermal denaturation of proteins in beef muscle. *Journal of Food Processing and Preservation*, 18(1), 31-46.
- Białobrzewski, I., Danowska-Oziewics, M., Karpińska-Tymoszczyk, M., Nalepa, B., Markowski, M., & Myhan, R. (2009). Turkey breast roasting – Process optimization. *Journal of Food Engineering*, 96(3), 394-400.
- Bonacina, C., Comini, G., Fasano, A., & Primicerio, M. (1973). Numerical solution of phase-change problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 16(10), 1825-1832.

- Burfoot, D., & Self, K. P. (1989). Predicting the heating times of beef joints. *Journal of Food Engineering*, 9(4), 251-274.
- Califano, A. N., & Zaritzky, N. E. (1993). A numerical method for simulating heat transfer in heterogeneous and irregularly shaped foodstuffs. *Journal of Food Process Engineering*, 16(3), 159-171.
- Califano, A. N., & Zaritzky, N. E. (1997). Simulation of freezing or thawing heat conduction in irregular two-dimensional domains by a boundary-fitted grid method. *LWT – Lebensmittel–Wissenschaft und–Technologie*, 30(1), 70-76.
- Califano, A. N., Bertola, N. C., Bevilacqua, A. E., & Zaritzky, N. E. (1997). Effect of processing conditions on the hardness of cooked beef. *Journal of Food Engineering*, 34(1), 41-54.
- Carson, J. K., Willix, J., & North, M. F. (2006). Measurements of heat transfer coefficients within convection ovens. *Journal of Food Engineering*, 72(3), 293-301.
- Chang, H. C., Carpenter, J. A., & Toledo, R. T. (1998). Modeling heat transfer during oven roasting of unstuffed turkeys. *Journal of Food Science*, 63(2), 257-261.
- Chen, H., Marks, B. P., & Murphy, R. Y. (1999). Modeling coupled heat and mass transfer for convection cooking of chicken patties. *Journal of Food Engineering*, 42(3), 139-146.
- Cheung, J. T.-K., & Zhang, M. (2005). A 3-dimensional finite element model of the human foot and ankle for insole design. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 86(2), 353-358.
- Choi, Y., & Okos, M. R. (1986). Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods. *Food Engineering and Process Applications*, Elsevier Applied Science Publishers, London, 1, 93-101.
- Cleland, D. J., Cleland, A. C., & Earle, R. L. (1987). Prediction of freezing and thawing times for multi-dimensional shapes by simple formulae. Part 2: irregular shapes. *International Journal of Refrigeration*, 10(4), 234-240.
- Cleland, D. J., Cleland, A. C., Earle, R. L., & Byrne, S. J. (1984). Prediction of rates of freezing, thawing or cooling in solids of arbitrary shape using the finite element method. *International Journal of Refrigeration*, 7(1), 6-13.
- COMSOL AB. *COMSOL Multiphysics User's Guide*. Version: September 2005, COMSOL 3.2.

- Datta, A. K. 2007. Porous media approaches to studying simultaneous heat and mass transfer in food processes. I: Problem formulation. *Journal of Food Engineering*, 80(1), 80-95.
- Davey, L. M., & Pham, Q. T. (1997). Predicting the dynamic product heat load and weight loss during beef chilling using a multi-region finite difference method approach. *International Journal of Refrigeration*, 20(7), 470-482.
- Davey, L. M., & Pham, Q. T. (2000). A multi-layered two-dimensional finite element model to calculate dynamic product heat load and weight loss during beef chilling. *International Journal of Refrigeration*, 23(6), 444-446.
- Dewulf, W., Jancsó, P., Nicolaï, B., De Roeck, G., & Briassoulis, D. (1999). Determining the Firmness of a Pear using Finite Element Modal Analysis. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 74(3), 217-224.
- Erdođdu, F., Zorrilla, S. E., & Singh, R. P. (2005). Effects of different objective functions on optimal decision variables: a study using modified complex method to optimize hamburger cooking. *Lebensmittel-Wissenschaft und-Technologie*, 38(2), 111-118.
- Feyissa, A. H., Adler-Nissen, J., & Gernaey, K. V. (2009). Model of heat and mass transfer with moving boundary during roasting of meat in convection-oven. *Proceedings of COMSOL Conference 2009, Milan*.
- Fleming, A. K. (1971). The numerical calculation of freezing processes. *Proceedings of the XIIIth International Congress of Refrigeration, Washington DC, Vol. 2*.
- Ghosh, P. K., Jayas, D. S., Smith, E. A., Gruwel, M. L. H., White, N. D. G., & Zhilkin, P.A. (2008). Mathematical modelling of wheat kernel drying with input from moisture movement studies using magnetic resonance imaging (MRI), Part I: Model development and comparison with MRI observations. *Biosystems Engineering*, 100(3), 389-400.
- Godsalve, E. W., Davis, E. A., Gordon, J., & Davis, H. T. (1977). Water loss rates and temperature profiles of dry cooked bovine muscle. *Journal of Food Science*, 42(4), 1038-1045.
- Gonzalez, R. C., & Woods, R. E. (2002). *Digital Image Processing* (2<sup>nd</sup> Ed.). New Jersey, Prentice Hall.
- Gustafson, R. J., Thompson, D. R., & Sokhansanj, S. (1979). Temperature and stress analysis of corn kernel – finite element analysis. *Transactions of the ASAE*, 22(4), 955-960.

- Holtz, E., & Skjöldebrand, C. (1986). Simulation of the temperature of a meat loaf during the cooking process. *Journal of Food Engineering*, 5(2), 109-121.
- Hossain, Md. M., Cleland, D. J., & Cleland, A. C. (1992a). Prediction of freezing and thawing times for foods of two-dimensional irregular shape by using a semi-analytical geometric factor. *International Journal of Refrigeration*, 15(4), 235-240.
- Hossain, Md. M., Cleland, D. J., & Cleland, A. C. (1992b). Prediction of freezing and thawing times for foods of three-dimensional irregular shape by using a semi-analytical geometric factor. *International Journal of Refrigeration*, 15(4), 241-246.
- Huang, E., & Mittal, G. S. (1995). Meatball cooking – modeling and simulation. *Journal of Food Engineering*, 24(1), 87-100.
- James, S. J., & James, C. (2004). Heat processing methods. En: Jensen, W. K., Devine, C., & Dikeman, M., (Eds.), *Encyclopedia of meat science*, Elsevier, 599-606.
- Jancsó, P. T., Clijmans, L., Nicolai, B. M., & De Baerdemaeker, J. (2001). Investigation of the effect of shape on the acoustic response of ‘conference’ pears by finite element modelling. *Postharvest Biology and Technology*, 23(1), 1-12.
- Jeremiah, L. E., Dugan, M. E. R., Aalhus, J. L., & Gibson, L. L. (2003). Assessment of the chemical and cooking properties of the major beef muscles and muscle groups. *Meat Science*, 65(3), 985-992.
- Kong, F., Tang, J., Rasco, B., & Crapo, C. (2007). Kinetics of salmon quality changes during thermal processing. *Journal of Food Engineering*, 83(4), 510-520.
- Kumar, V. A., & Mathew, S. (2003). A method for estimating the surface area of ellipsoidal food materials. *Biosystems Engineering*, 85(1), 1-5.
- Lammertyn, J., Scheerlinck, N., Jancsó, P., Verlinden, B., & Nicolai, B. M. (2003a). A respiration-diffusion model for ‘Conference’ pears I: model development and validation. *Postharvest Biology and Technology*, 30(1), 29-42.
- Lammertyn, J., Scheerlinck, N., Jancsó, P., Verlinden, B., & Nicolai, B. M. (2003b). A respiration-diffusion model for ‘Conference’ pears II: Simulations and relation to core breakdown. *Postharvest Biology and Technology*, 30(1), 43-55.
- León, K., Mery, D., Pedreschi, F., & León, J. (2006). Color measurement in  $L^*a^*b^*$  units from RGB digital images. *Food Research International*, 39(10), 1084-1091.

- Lin, Z., Cleland, A. C., Cleland, D. J., & Serrallach, G. F. (1996a). A simple method for prediction of chilling times for objects of two-dimensional irregular shape. *International Journal of Refrigeration*, 19(2), 95-106.
- Lin, Z., Cleland, A. C., Cleland, D. J., & Serrallach, G. F. (1996b). A simple method for prediction of chilling times: extension to three-dimensional irregular shapes. *International Journal of Refrigeration*, 19(2), 107-114.
- Mery, D., & Pedreschi, F. (2005). Segmentation of colour food images using a robust algorithm. *Journal of Food Engineering*, 66(3), 353-360.
- Mielche, M. M. (1992). Effect of different temperature control method on heating time and certain quality parameters of oven-roasted beef. *Journal of Food Process Engineering*, 15(2), 131-142.
- Moustakides, G., Briassoulis, D., Psarakis, E., & Dimas, E. (2000). 3D image acquisition and NURBS based geometry modelling of natural objects. *Advances in Engineering Software*, 31(12), 955-969.
- Neményi, M., Czaba, I., Kovács, A., & Jáni, T. (2000). Investigation of simultaneous heat and mass transfer within maize kernels during drying. *Computers and Electronics in Agriculture*, 26(2), 123-135.
- Ngadi, M. O., Watts, K. C., & Correia, L. R. (1997). Finite element method modelling of moisture transfer in chicken drum during deep-fat frying. *Journal of Food Engineering*, 32(1), 11-20.
- Nguyen, T.A., Verboven, P., Schenk, A., & Nicolai, B. M. (2007). Prediction of water loss from pears (*Pyrus communis* cv. Conference) during controlled atmosphere storage as affected by relative humidity. *Journal of Food Engineering*, 83(2), 149-155.
- Ni, H., Datta, A. K., & Torrance, K. E. (1999). Moisture transport in intensive microwave heating of biomaterials: a multiphase porous media model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42(8), 1501-1512.
- Nielsen, H. B. (1999). *Damping parameter in Marquardt's method*. IMM, DTU. Report IMM-REP-1999-5. @ <http://www.imm.dtu.dk/~hbn/publ/TR9905.ps>
- Obuz, E., Dikeman, M. E., Erickson, L. E., Hunt, M. C., & Herald, T. J. (2004). Predicting temperature profiles to determine degree of doneness for beef *biceps femoris* and *longissimus lumborum* steaks. *Meat Science*, 67(1), 101-105.
- Obuz, E., Powell, T. H., & Dikeman, M. E. (2002). Simulation of cooking cylindrical beef roasts. *Lebensmittel-Wissenschaft und-Technologie*, 35(8), 637-644.

- Ou, D., & Mittal, G. S. (2006). Double-sided pan frying of unfrozen/frozen hamburgers for microbial safety using modelling and simulation. *Food Research International*, 39(2), 133-144.
- Ou, D., & Mittal, G.S. (2007). Single-sided pan frying of frozen hamburgers with flippings for microbial safety using modeling and simulation. *Journal of Food Engineering*, 80(1), 33-45.
- Pan, Z., Singh, R. P., & Rumsey, T. R. (2000). Predictive modeling of contact-heating for cooking a hamburger patty. *Journal of Food Engineering*, 46(1), 9-19.
- Perry, R. H., & Green, D. W. (1997). *Perry's chemical engineers' handbook* (7<sup>th</sup> Ed.). New York, McGraw-Hill.
- Pham, Q. T. (2004). Physical measurements. En: Jensen, W. K., Devine, C., & Dikeman, M., (Eds.), *Encyclopedia of meat science*, Elsevier, 997-1012.
- Pham, Q. T., Trujillo, F. J., & McPhail, N. (2009). Finite element model for beef chilling using CFD-generated heat transfer coefficients. *International Journal of Refrigeration*, 32(1), 102-113.
- Piegl, L. (1991). On NURBS: a survey. *IEEE Computer Graphics and Application*, 11(1), 55-71.
- Piegl, L., & Tiller, W. (1996). Algorithm for approximate NURBS skinning. *Computer-Aided Design*, 28(9), 699-706.
- Piette, G., de Halleux, D., Dostie, M., Raymond, Y., & Buteau, M. L. (2000). Energetic aspects of ohmic cooking for processed meat. *46° ICoMST, International Congress of Meat Science and Technology, Buenos Aires, Argentina*.
- Poulos, P. N., Rigatos, G. G., Tzafestas, S. G., & Koukos, A. K. (2001). A Pareto-optimal genetic algorithm for warehouse multi-objective optimization. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 14(6), 737-749.
- Powell, T. H., Dikeman, M. E., & Hunt, M. C. (2000). Tenderness and collagen composition of beef *semitendinosus* roast cooked by conventional convective cooking and modeled, multi-stage, convective cooking. *Meat Science*, 55(4), 421-425.
- Purlis, E., & Salvadori, V. O. (2005a). Modelado y simulación del proceso de cocción mediante procesamiento de imágenes y elementos finitos. *Actas del XI CYTAL, Congreso Argentino de Ciencia y Tecnología de Alimentos. Mar del Plata, Argentina*.



- Purlis, E., & Salvadori, V. O. (2005b). Meat cooking simulation by finite elements. *Actas del ENPROMER 05, 2<sup>nd</sup> Mercosur Congress on Chemical Engineering, 4<sup>th</sup> Mercosur Congress on Process Systems Engineering 2005. Rio de Janeiro, Brazil.*
- Purlis, E., & Salvadori, V. O. (2009a). Bread baking as a moving boundary problem. Part 1: Mathematical modeling. *Journal of Food Engineering*, 91(3), 428-433.
- Purlis, E., & Salvadori, V. O. (2009b). Bread baking as a moving boundary problem. Part 2: Model validation and numerical simulation. *Journal of Food Engineering*, 91(3), 428-433.
- Purlis, E., & Salvadori, V.O. (2007). Bread browning kinetics during baking. *Journal of Food Engineering*, 80(4), 1107-1115.
- Rebellato, L., Del Giudice, S., & Comini, G. (1978). Finite element analysis of freezing processes in foodstuffs. *Journal of Food Science*, 43(1), 239-243,250.
- Sahin, A. Z., & Dincer, I. (2005). Prediction of drying times for irregular shaped multi-dimensional moist solids. *Journal of Food Engineering*, 71(1), 119-126.
- Sakin, M., Kaymak-Ertekin, F., & Ilicali, C. (2009). Convection and radiation combined heat transfer coefficient in baking ovens. *Journal of Food Engineering*, 94(3-4), 344-349.
- Santos, M.V., Zaritzky, N., & Califano, A. (2008). Modeling heat transfer and inactivation of *Escherichia coli* O157:H7 in precooked meat products in Argentina using the finite element method. *Meat Science*, 79(3), 595-602.
- Sastry, S. K., Beelman, R. B., & Speroni, J. J. (1985). A three-dimensional finite element model for thermally induced changes in foods: application to degradation of agaritine in canned mushrooms. *Journal of Food Science*, 50(5), 1293-1299, 1326.
- Scheerlinck, N., Marquenie, D., Jancsó, P. T., Verboven, P., Moles, C. G., Banga, J. R., & Nicolai, B. M. (2004). A model-based approach to develop periodic thermal treatments for surface decontamination of strawberries. *Postharvest Biology and Technology*, 34(1), 39-52.
- Sendín, J. H., Alonso, A. A., & Banga, J. R. (2010). Efficient and robust multi-objective optimization of food processing: A novel approach with application to thermal sterilization. *Journal of Food Engineering*, En Prensa.

- Singh, N., Akins, R. G., & Erickson, L. E. (1984). Modeling heat and mass transfer during the oven roasting of meat. *Journal of Food Process Engineering*, 7(3), 205-220.
- Siripon, K., Tansakul, A., & Mittal, G. S. (2007). Heat transfer modeling of chicken cooking in hot water. *Food Research International*, 40(7), 923-930.
- Skjöldebrand, C. (1980). Convection oven frying: heat and mass transfer between air and product. *Journal of Food Science*, 45(5), 1354-1358,1362.
- Skjöldebrand, C., & Hallström, B. (1980). Convection oven frying: heat and mass transport in the product. *Journal of Food Science*, 45(5), 1347-1353.
- Sodian, R., Weber, S., Markert, M., Rassoulia, D., Kaczmarek, I., Lueth, T. C., *et al.* (2007). Stereolithographic models for surgical planning in congenital heart surgery. *The Annals of Thoracic Surgery*, 83(5), 1854-1857.
- Sun, D.-W., & Du, C.-J. (2004). Segmentation of complex food images by stick growing and merging algorithm. *Journal of Food Engineering*, 61(1), 17-26.
- Taylor, R. G. (2004). Connective tissue structure, function and influence on meat quality. En: Jensen, W. K., Devine, C., & Dikeman, M., (Eds.), *Encyclopedia of meat science*, Elsevier, 306-313.
- Therdthai, N., Zhou, W., & Adamczak, T. (2002). Optimisation of the temperature profile in bread baking. *Journal of Food Engineering*, 55(1), 41-48.
- Tornberg, E. (2005). Effect of heat on meat proteins – Implications on structure and quality of meat products. *Meat Science*, 70(3), 493-508.
- Townsend, M. A., Gupta, S., & Pitts, W. H. (1989a). The roast: nonlinear modeling and simulation. *Journal of Food Process Engineering*, 11(1), 17-42.
- Townsend, M. A., Gupta, S., & Pitts, W. H. (1989b). Optimal roasting. *Journal of Food Process Engineering*, 11(2), 117-145.
- Trujillo, F. J., & Pham, Q. T. (2003). Modelling the chilling of the leg, loin and shoulder of beef carcasses using an evolutionary method. *International Journal of Refrigeration*, 26(2), 224-231.
- Trujillo, F. J., & Pham, Q. T. (2006). A computational fluid dynamic model of the heat and moisture transfer during beef chilling. *International Journal of Refrigeration*, 29(6), 998-1009.
- Uyar, R., Erdoğan, F. (2009). Potential Use of 3D-Dimensional Scanners for Food Process Modeling. *Journal of Food Engineering*, 93(3), 337-343.

- Van der Sman, R. G. M. (2007a). Moisture transport during cooking of meat: an analysis based on Flory-Rehner theory. *Meat science*, 76(4), 730-738.
- Van der Sman, R. G. M. (2007b). Soft condensed matter perspective on moisture transport in cooking meat. *American Institute of Chemical Engineers*, 53(11), 2986-2995.
- Wang, L., & Sun, D.-W. (2003). Recent developments in numerical modelling of heating and cooling processes in the food industry – a review. *Trends in Food Science and Technology*, 14(10), 408-423.
- Watanabe, H., Fukuoka, M., Tomiya, A., & Mihori, T. (2001). A new non-Fickian diffusion model for water migration in starchy food during cooking. *Journal of Food Engineering*, 49(1), 1-6.
- Woodward, C. D. (1987). Cross-sectional design of *B-Spline* surfaces. *Computers and Graphics*, 11(2), 193-201.
- Woodward, C. D. (1988). Skinning techniques for interactive *B-Spline* surface interpolation. *Computer-Aided Design*, 20(8), 441-451.
- Younis, H. F., Kaazempur-Mofrad, M. R., Chan, R. C., Isasi, A. G., Hinton, D. P., Chau, A. H., *et al.* (2004). Hemodynamics and wall mechanics in human carotid bifurcation and its consequences for atherogenesis: investigation of inter-individual variation. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, 3(1), 17-32.
- Zienkiewicz, O. C., & Morgan, K. (1983). *Finite elements and approximation*. Estados Unidos, John Wiley & Son.
- Zorrilla, S. E., & Singh, R. P. (2000). Heat transfer in meat patties during double-sided cooking. *Food Science and Technology Research*, 6, 130-135.
- Zorrilla, S. E., & Singh, R. P. (2003). Heat transfer in double-sided cooking of meat patties considering two-dimensional geometry and radial shrinkage. *Journal of Food Engineering*, 57(1), 57-65.
- Zorrilla, S. E., Banga, J. R., & Singh, R. P. (2003). Dynamic optimization of double-sided cooking of meat patties. *Journal of Food Engineering*, 58(2), 173-182.
- Zorrilla, S. E., Rovedo, C. O., & Singh, R. P. (2000). A new approach to correlate textural and cooking parameters with operating conditions during double-sided cooking of meat patties. *Journal of Texture Studies*, 31(5), 499-523.

# Apéndices

<b>Apéndice A. Estimación de parámetros</b> .....	225
<b>Apéndice B. Descripción del método de elementos finitos</b> .....	228
<b>Apéndice C. Propiedades físicas</b> .....	233
<i>C.1 Capacidad calorífica</i> .....	233
<i>C.2 Densidad</i> .....	233
<i>C.3 Conductividad térmica</i> .....	233
<i>C.4 Presión de vapor de agua</i> .....	234
<i>C.5 Capacidad de retención de agua</i> .....	234
<b>Apéndice D. Implementación del modelo de cocción 3</b> .....	235
<i>D.1 Implementación del Modelo de Cocción 3 en COMSOL Multiphysics</i> .....	235
<i>D.2 Incorporación de los perfiles de temperatura de horno experimentales</i> .....	238
<b>Apéndice E. Optimización</b> .....	240
<i>E.1.1 Implementación del método de Levenberg–Marquardt</i> .....	240
<i>E.1.2 Temperatura de horno constante</i> .....	242
<i>E.1.3 Variación lineal de temperatura de horno</i> .....	244
<b>Apéndice F. Modelado geométrico usando SVC</b> .....	249
<b>F.1 Factores de escala</b> .....	249
<b>F.2 Procesamiento de imágenes</b> .....	250
<i>F.2.1 Escalado de la relación píxeles/centímetros</i> .....	250
<i>F.2.2 Secuencia básica de procesamiento de imágenes</i> .....	252
<i>F.2.3 Obtención de curvas y lofting</i> .....	254
<b>Apéndice G. Modelado geométrico, RMN</b> .....	257
<b>Apéndice H. Modelado geométrico por regiones</b> .....	259

## Apéndice A. Estimación de parámetros

El método de Levenberg–Marquardt para estimación de parámetros en problemas de regresión no–lineal es un método de Gauss–Newton amortiguado; la fórmula iterativa del método esta dada por:

$$\left( J(\vec{x}, \vec{\beta}_k)^T J(\vec{x}, \vec{\beta}_k) + \lambda_k I \right) \Delta \vec{\beta}_{k+1} = -J(\vec{x}, \vec{\beta}_k)^T \left( \vec{y} - \vec{f}(\vec{x}, \vec{\beta}_k) \right) \quad (\text{A.1})$$

$\vec{y}$  son los valores conocidos (medidos) de la variable dependiente bajo estudio,  $\vec{x}$  representa a los valores de la/s variable/s dependiente/s,  $\vec{\beta}$  es el vector de parámetros a ser determinado,  $\vec{f}(\vec{x}, \vec{\beta})$  es la respuesta del modelo para esos valores de los argumentos, y  $J(\vec{x}, \vec{\beta})$  es el jacobiano (Ec. (A.2)).

$$J_{i,j}(\vec{x}, \vec{\beta}) = -\frac{\partial f_i(\vec{x}, \vec{\beta})}{\partial \beta_j} \quad (\text{A.2})$$

El término  $\lambda I$  tiene un efecto de amortiguamiento y previene inestabilidades debidas a malos condicionamientos del Jacobiano. La actualización del parámetro  $\lambda$  y las condiciones de finalización del método usadas fueron las sugeridas por Nielsen (1999). Para valores pequeños de  $\lambda$ , el método se parece a Gauss-Newton, mientras que para valores grandes, se toman pequeños pasos en la dirección del gradiente. El siguiente script implementa el método como función de funciones en Matlab.

```
function [par, k, act, dx, SCR]=levenberg(fun, x, y, par0, km, tt, e1, e2)
% [par, k, act, dx, SCR]=levenberg(fun, x, y, par0, kmax, tt, e1, e2)
% fun: function con el modelo a resolver
% x, y; datos experimentales (independientes y dependientes,
respectivamente)
% par0, inicialización de parámetros.
% kmax (opcional): iteraciones máximas
% tt (opcional): parámetro del método
% e1, e2 (opcional): parámetro del método
error(nargchk(4, 8, nargin))
if nargin<5|isempty(km)
    km=100; % Máximo número de iteraciones
end
if nargin<6|isempty(tt)
    tt=1e-3; % Parámetro del método
```

```

end
if nargin<7|isempty(e1)
    e1=1e-12;           % Tolerancia para g
end
if nargin<8|isempty(e2)
    e2=1e-12;           % Tolerancia para dx
end
[x,y]=dimensionador(x,y);
J=-jacapregress(fun,x,par0); % Note el signo -
A=J'*J;
f=feval(fun,par0,x);
g=J'*(y-f);
v=2;                   % Parámetro del método
u=tt*max(diag(A));     % Parámetro del método
k=0;                   % Contador de iteraciones
found=norm(g,inf)<=e1; % Condición de parada
act=0;                 % Contador de actualizaciones
par=par0(:);
parw(:,1)=par;
while ~found&k<km
    k=k+1;
    dx=-inv(A+u*eye(size(A)))*J'*(y-f);
    if norm(dx,2)<=e2*(norm(par,2)+e2)
        found=1;
    else
        parnew=par+dx;
        fn=feval(fun,parnew,x);
        gain=.5*((y-f)'*(y-f)-...
            (y-fn)'*(y-fn));
        gain=gain/(1/2*dx'*(u*dx-g));
        gg(k)=gain;
        if gain>0           % Se actualizan parámetros si la
aproximación es buena
            par=parnew;
            f=fn;
            J=-jacapregress(fun,x,par);
            A=J'*J;
            g=J'*(y-fn);
            found=norm(g,inf)<=e1;
            u=u*max([1/3 1-(2*gain-1)^3]);
            v=2;
            act=act+1;
        else               % Si la actualización no es buena se
aumenta u
            u=u*v;
            v=2*v;
        end
    end
    parw(:,k+1)=par;
    uu(k)=u;
    SCR=(y-f)'*(y-f);
end

% Sub-función auxiliar: aproximación del Jacobiano
function jj=jacapregress(fun,x,par,dpar)
error(nargchk(3,4,nargin))

```

```

if nargin<4
    dpar=1e-6;
end
for j=1:length(par)
    ppar=zeros(size(par(:)));
    ppar(j)=1;
    fval=feval(fun,par(:)+dpar*ppar,x)-feval(fun,par(:)-
dpar*ppar,x);
    jj(:,j)=fval;
end
jj=jj/(2*dpar);
% Sub-función auxiliar: verificación de tamaños
function [xx,yy]=dimensionador(x,y)
sx=size(x);sy=size(y);
yy=y;xx=x;
if sy(1)<sy(2)
    yy=yy(:);
end
if sx(2)==size(yy,1)
    xx=xx';
end
if size(yy,1)~=size(xx,1)
    error(' El N° de filas de x es diferente al N° de filas de
y')
end

```

A modo de ejemplo se muestra el caso del ajuste de la capacidad de retención de agua; en general se utilizó un *script* principal llamador donde se leen y preprocesan los datos, se inicializan parámetros y se invoca al *solver*, del estilo que se muestra a continuación:

```

global y
d=xlsread('data cra.xls','Hojal')

T=d(:,1);
y=d(:,2);
y=y./(1-y)

p0=[5 -0.1 50];
[par,k,act,dx,SCR]=levenberg('cramodel',T,y,p0,...
    50,[],1e-12,1e-12)

```

La función *cramodel.m* que implementa el modelo a ajustar se pasa como argumento al *solver*:

```

function ymodel=cramodel(p,T)
global y
ymodel=y(1)-(y(1)-y(end))./(1+p(1)*exp(p(2)*(T-p(3))));

```

## Apéndice B. Descripción del método de elementos finitos

Para describir en forma simplificada la forma de funcionamiento del método de elementos finitos en COMSOL™ Multiphysics (COMSOL AB), se utilizará un problema difusivo unidimensional transitorio simple (Ec. (B.1)), con una condición inicial uniforme (Ec. (B.2)) y temperatura impuesta en los extremos (Ec. (B.3)), con  $T_0$  y  $T_1$  valores constantes arbitrarios (Zienkiewicz y Morgan, 1983):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (\text{B.1})$$

$$T(x, t) = T_0, \quad \forall x, \quad t = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$T(x, t) = T_1, \quad x = 0, 1 \quad t > 0 \quad (\text{B.3})$$

La solución del problema se realiza en 3 pasos principales: (i) discretización espacial; (ii) discretización temporal; (iii) resolución. A continuación se describen estos pasos en forma genérica para el problema de ejemplo:

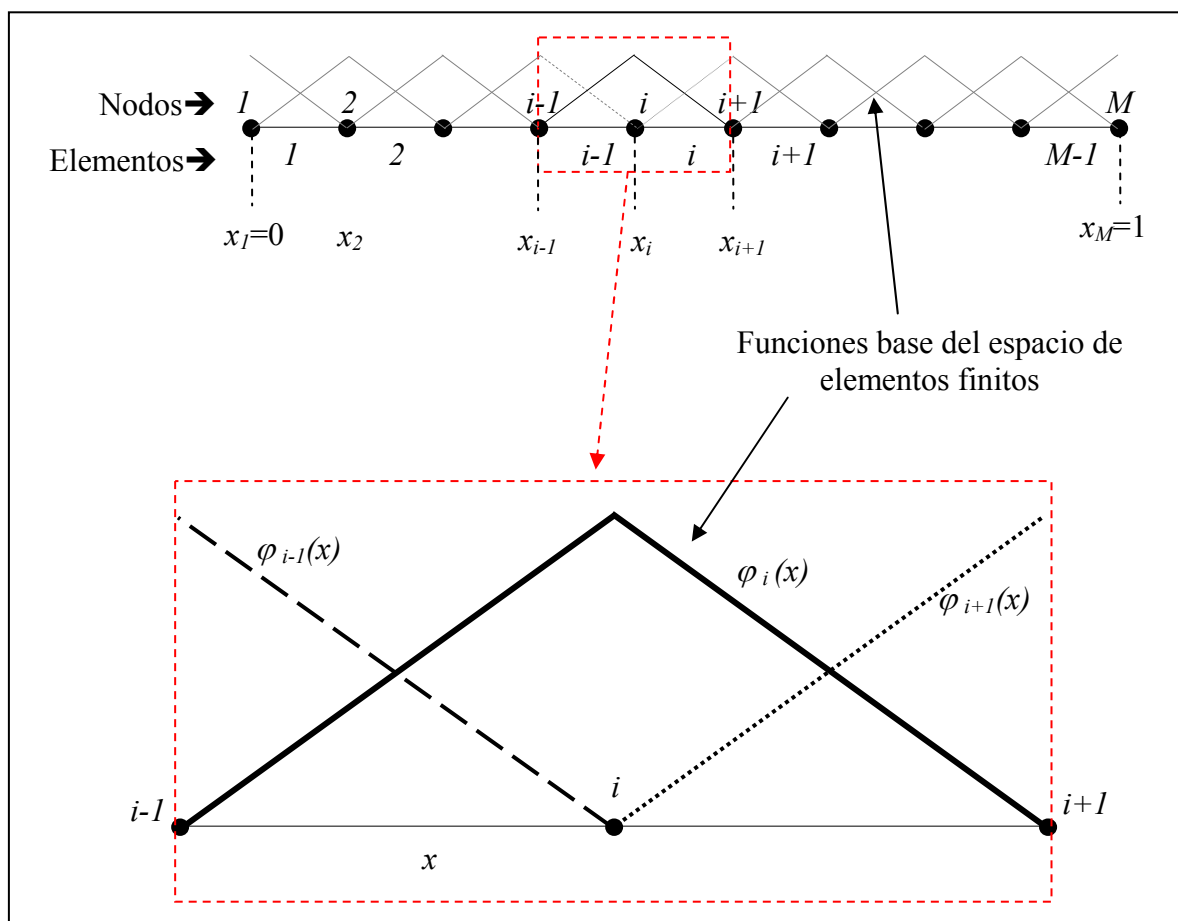
(i) En primer lugar se debe obtener una discretización espacial del dominio. Se divide el dominio  $x$  en  $M-1$  elementos (de igual longitud  $h$ , por simplicidad) y  $M$  nodos (Fig. B.1); se define una *clase* de función  $\varphi$ , la cual formará la base del espacio de elementos finitos o función de forma; aquí se utilizarán elementos lineales. La base del espacio de elementos finitos está formada por polinomios de primer orden definidos por partes, para cada nodo del dominio (Fig. B.1); así, la función base asociada al nodo  $i$  (interior) y a los nodos extremos se definen como:



$$\varphi_1(x) = \begin{cases} \frac{x_2 - x}{h}, & x_1 < x < x_2 \\ 0, & x > x_2 \end{cases}$$

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{h}, & x_{i-1} < x < x_i \\ \frac{x_{i+1} - x}{h}, & x_i < x < x_{i+1} \\ 0, & x \notin [x_{i-1}, x_{i+1}] \end{cases} ; \quad i = 2, 3, \dots, M-1 \quad (\text{B.4})$$

$$\varphi_M(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{M-1}}{h}, & x_{M-1} < x < x_M \\ 0, & x < x_{M-1} \end{cases}$$



**Fig. B.1.** Ejemplo de discretización con elementos finitos lineales.

La solución aproximada  $\hat{T}$  del problema se expresa en función de la base del espacio de elementos finitos:

$$\hat{T} = \sum_{i=1}^M u_i(t) \varphi_i(x) \quad (\text{B.5})$$

donde  $u_i(t)$  son los coeficientes de la combinación lineal de las funciones de la base del espacio de elementos finitos; dicho de manera más simple,  $u_i(t)$  es la aproximación a la solución para el nodo  $i$  y el tiempo  $t$  (las incógnitas a resolver). Introduciendo la solución aproximada  $\hat{T}$  en la ecuación original (Ec. (B.1)) y utilizando el método de residuos ponderados de Galerkin se obtiene:

$$\int_x \left( \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} - \frac{\partial \hat{T}}{\partial t} \right) \varphi_i dx = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (\text{B.6})$$

Entonces, usando el teorema de Green se integra por partes para obtener la forma débil del problema, que relaja las exigencias de diferenciabilidad de las funciones de forma:

$$\int_x \left( \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} - \frac{\partial \hat{T}}{\partial t} \varphi_i \right) dx - \left[ \varphi_i \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right]_0^1 = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (\text{B.7})$$

Introduciendo explícitamente la solución aproximada, se obtiene un sistema de  $i$  ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\left[ \int_x \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \right) dx \right] u_j + \left[ \int_x (\varphi_i \varphi_j) dx \right] \frac{\partial u_j}{\partial t} = \left[ \varphi_j \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right]_0^1, \quad i, j = 1, 2, \dots, M \quad (\text{B.8})$$

En forma compacta, el sistema de ecuaciones se puede escribir en forma matricial como:

$$C \frac{du}{dt} + Ku = f \quad (\text{B.9})$$

con  $C$  y  $K$  matrices cuadradas ( $M \times M$ ), y  $f$  vector ( $M \times 1$ ). El proceso de obtención de los coeficientes de las matrices y ensamblaje se realiza resolviendo las integrales de la Ec. (B.8); la mayor parte de los coeficientes de las matrices  $C$  y  $K$  serán cero, ya que la base del espacio de elementos finitos está definida por partes, es decir, el producto de los miembros de la base y de sus derivadas son diferentes de cero solamente cuando los mismos son diferentes de cero en el elemento analizado (Zienkiewicz *et al.*, 1983), lo que determina (para este caso) que las matrices sean tridiagonales.

(ii) Una vez definido el sistema de ecuaciones diferenciales (Ec. (B.9)), con la incorporación de las condiciones de contorno correspondientes, se debe resolver el mismo para el horizonte de tiempo deseado. Dicho sistema de ecuaciones puede reescribirse en forma genérica como:

$$\frac{du}{dt} = g(t, u) \quad (\text{B.10})$$

el cual puede resolverse con el método de Euler explícito (Ec. (B.11)), o con alguna versión de un método Runge–Kutta de mayor orden, etc. En COMSOL se utiliza el método de líneas en combinación con el método de Euler implícito con paso de tiempo variable para realizar la integración temporal, de la forma dada por la Ec. (B.12), por lo cual, en términos generales, es necesario resolver un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales en forma implícita.

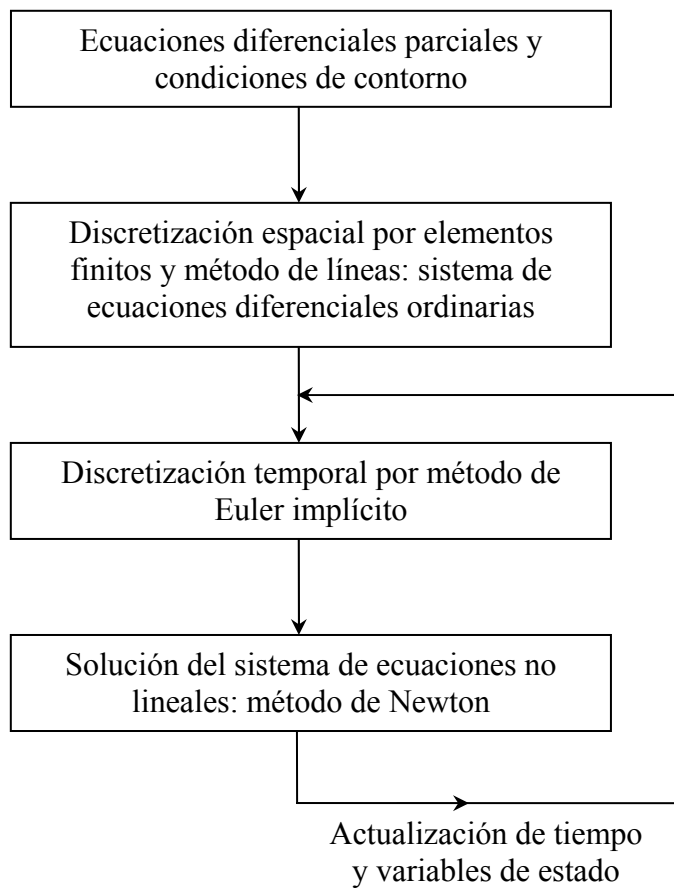
$$u^{n+1} = u^n + (t^{n+1} - t^n) \times g(t^n, u^n) \quad (\text{B.11})$$

$$u^{n+1} = u^n + (t^{n+1} - t^n) \times g(t^{n+1}, u^{n+1}) \quad (\text{B.12})$$

El sistema implícito resultante se reescribe en términos del residuo (Ec. (B.12)), el cual es resuelto utilizando el método de Newton (Ec. (B.13)), partiendo de un valor inicial  $u^{n+1,0}$  apropiado y con diversos controles de error, paso de tiempo, etc. La Fig. B.2 presenta un esquema resumido del funcionamiento del método.

$$R: u^{n+1} - u^n - (t^{n+1} - t^n) \times g(t^{n+1}, u^{n+1}) = 0 \quad (\text{B.12})$$

$$J(R(u^{n+1,k}))(u^{n+1,k+1} - u^{n+1,k}) = -R(u^{n+1,k}), \quad k = 0, 1, \dots \quad (\text{B.13})$$



**Fig. B.2.** Esquema simplificado del funcionamiento del método de elementos finitos.

## Apéndice C. Propiedades físicas

Propiedades físicas usadas en los modelos de cocción del Capítulo 3 y 4.

### C.1 Capacidad calorífica

```
function cp=chok_cp(T,c)
% T: °C / c: kg agua / kg sólido seco
c=c./(1+c);
cpp=c.*(4.1762-9.0864e-5*T+5.4731e-6*T.^2)+...
(1-c).*(2.0082+1.2089e-3*T-1.3129e-6*T.^2);
cp=cpp*1e3;
```

### C.2 Densidad

```
function d=chok_d(T,c)
% T: °C / c: kg agua / kg sólido seco
c=c./(1+c);
dw=9.9718e2+3.1439e-3*T-3.7574e-3*T.^2;
dp=1.3299e3-5.184e-1*T;

d=1./(c./dw+(1-c)./dp);
```

### C.3 Conductividad térmica

#### - Paralelo a las fibras

```
function K=conduc_par(T,c) % paralelo
% T: °C / c: kg agua / kg sólido seco
c=c./(1+c);

dw=9.9718e2+3.1439e-3*T-3.7574e-3*T.^2;
dp=1.3299e3-5.184e-1*T;

d=1./(c./dw+(1-c)./dp);

fiw=c.*d./dw;
fip=(1-c).*d./dp;

kw=(5.7109e-1+1.7625e-3*T-6.7036e-6*T.^2);
kp=(1.7881e-1+1.1958e-3*T-2.7178e-6*T.^2);

K=fiw.*kw+fip.*kp;
```

#### Perpendicular a las fibras

```
function K=conduc_per(T,c) % perpendicular
```

```

% T: °C      /      c: kg agua / kg sólido seco
c=c./(1+c);

dw=9.9718e2+3.1439e-3*T-3.7574e-3*T.^2;
dp=1.3299e3-5.184e-1*T;

d=1./(c./dw+(1-c)./dp);

fiw=c.*d./dw;
fip=(1-c).*d./dp;

kw=(5.7109e-1+1.7625e-3*T-6.7036e-6*T.^2);
kp=(1.7881e-1+1.1958e-3*T-2.7178e-6*T.^2);

p=fiw./kw+fip./kp;
K=1./p;

```

#### C.4 Presión de vapor de agua

```

function pa=pagua(T) %Antoine
% T: °C
% pa: Presión de vapor de agua (Pascal) en función de la
temperatura
% (para T mayor y menor de 60°C es diferente)
pa=(T<60).*(8.10765-1750.286./(T+235))+...
(T>=60).*(7.96681-1668.21./(T+228));
pa=(10.^pa)*101325/760;

```

#### C.5 Capacidad de retención de agua

```

function y=WHC(T,c0)
% T: °C      /      c0: kg agua / kg sólido seco
cm=c0-0.9608;
y=c0-cm./(1+3.26744045680956*exp(-0.09002743326026*(T-
48.27421760499987)));

```

## Apéndice D. Implementación del modelo de cocción 3

### D.1 Implementación del Modelo de Cocción 3 en COMSOL Multiphysics

El siguiente script de MATLAB implementa el Modelo de Cocción 3 en COMSOL Multiphysics, considerando en forma separada los aportes por convección y radiación y la acumulación de agua en el horno. Deben usarse versiones de las funciones de propiedades térmicas en función de la temperatura en K. Aquí se utiliza una temperatura de horno constante; si es variable se deben realizar algunas modificaciones que se detallan en el ítem D.2.

```
% COMSOL Multiphysics Model M-file, Generated by COMSOL 3.2
(COMSOL 3.2.0.222, $Date: 2005/09/01 18:02:30 $)
flclear fem

% COMSOL version
clear vrsn;vrsn.name = 'COMSOL 3.2';vrsn.ext = '';
vrsn.major = 0;vrsn.build = 222;
vrsn.rcs = '$Name: $';
vrsn.date = '$Date: 2005/09/01 18:02:30 $';fem.version = vrsn;

% Geometry
garr = geomimport('E:\TESIS\COCCION\geometria
patrón\pecero_MRI.mphbin');
[g1]=deal(garr{:});
clear s
s.objs={g1};
s.name={'CO1'};
s.tags={'g1'};

fem.draw=struct('s',s);
fem.geom=geomcsg(fem);

% Initialize mesh
fem.mesh=meshinit(fem,'hmaxfact',3,'hcurve',0.9,'hgrad',...
    1.85,'hcutoff',0.06,'hnarrow',0.2); % Extra coarse mesh

% (Default values are not included)
fem.border = 1;
fem.units = 'SI';

% Multiphysics
fem=multiphysics(fem);

% Constants
fem.const = {'c0','0.73/(1-0.73)','T0','273.15+5',...
    'hh','8.94','kg','hh/(64.7*2.3e6)',...
    'mss','0.4760','molt','1.5949'};
```

```

% Application mode 1, BALANCE DE ENERGÍA
clear appl
appl.mode.class = 'HeatTransfer';
appl.module = 'CHEM';
appl.assignsuffix = '_ht';
clear bnd
bnd.Tamb = '273.15+200';      % Temperatura ambiente cte, o un
perfil experimental
bnd.Const = '0.9*5.67e-8';   % Emisividad x cte de Stefan
Boltzmann
bnd.type = 'q';
bnd.h = 'hh';
bnd.Tinf = '273.15+200';     % Temperatura ambiente cte, o un
perfil experimental
bnd.q0 = '-(2.4903e6-1953.8*(T-273.15))*jevap';
bnd.ind = ones(1,392);
appl.bnd = bnd;
clear equ
equ.init = 'T0';
equ.rho = 'chok_d(T,c)';
equ.C = 'chok_cp(T,c)';
equ.ktype = 'aniso';
equ.ktensor = {'conduc_per(T,c)'; 'conduc_per(T,c)'; ...
'conduc_par(T,c)'};
equ.ind = [1];
appl.equ = equ;
fem.appl{1} = appl;

% Application mode 2, BALANCE DE MATERIA
clear appl
appl.mode.class = 'Diffusion';
appl.module = 'CHEM';
appl.assignsuffix = '_chdi';
clear prop
clear weakconstr
weakconstr.value = 'off';
weakconstr.dim = {'lm2'};
prop.weakconstr = weakconstr;
appl.prop = prop;
clear equ
equ.D = 0;
equ.init = 'c0';
equ.R = '-KW*(c-WHC(T,c0))/mss';
equ.ind = [1];
appl.equ = equ;
fem.appl{2} = appl;
fem.border = 1;
fem.outform = 'general';
fem.units = 'SI';

% Subdomain expressions
clear equ
equ.ind = [1];
equ.dim = {'T', 'c'};
equ.expr = {'KW', '4.6697e-6*exp(-0.04495*(313.15-T))'};

```



```

fem.equ = equ;

% Boundary expressions
clear bnd
bnd.ind = ones(1,392);
bnd.expr = {'psat', 'pagua(T)', ...
    'jevap', 'kg*(aw*psat-101325*MW/molt)', 'aw', '1-0.08/c'};
fem.bnd = bnd;

% Coupling variable elements
clear elemcpl

% Integration coupling variables
clear elem
elem.elem = 'elcplscalar';
elem.g = {'1'};
src = cell(1,1);
clear bnd
bnd.expr = {'jevap'};
bnd.ipoints = {'4'};
bnd.ind = {'1', '2', '3', ..., '390', '391', '392'};
src{1} = {}, {}, bnd, {};
elem.src = src;
geomdim = cell(1,1);
geomdim{1} = {};
elem.geomdim = geomdim;
elem.var = {'evap'};
elem.global = {'1'};
elemcpl{1} = elem;
fem.elemcpl = elemcpl;

% ODE Settings, Moles de agua en el horno
clear ode
ode.dim={'MW'};
ode.f={'evap/0.018*(1-MW/molt)-MWt'};
ode.init={'0'};
ode.dinit={'0'};
fem.ode=ode;

% Multiphysics
fem=multiphysics(fem);
% Extend mesh
fem.xmesh=meshextend(fem);
% Evaluate initial value using current solution
init = assemnit(fem);

% Solve problem
fem.sol=femtime(fem, 'init', init, 'solcomp', {'c', 'T', 'MW'}, ...
    'outcomp', {'c', 'T', 'MW'}, 'tlist', [0:30:1.7*3600], ...
    'tout', 'tlist');

```

El tiempo final que se utiliza para simular es mayor al experimental; una vez finalizada la simulación se obtiene el perfil de temperatura en el punto más frío y a partir de ella se obtiene el tiempo de cocción:

```
p_frio=[0.079;0.064;0.19]; % Coordenadas del punto más frío, a
determinar para cada geometría
T_target=72; % Temperatura final deseada en el punto más frío
Tsim=postinterp(fem,'T',p_frio,'dl',[1],'solnum','all')-273.15;
[mm,pp]=min(abs(Tsim-T_target))
if Tsim(pp)<T_target
    pp=pp+1;
end
tc=fem.sol.tlist(pp); % Tiempo de cocción (s)
t=tc/3600;           % Tiempo de cocción (h)
```

Esta forma de obtener el tiempo de cocción utiliza alguno de los puntos simulados; se pueden usar otras formas de obtenerlo, interpolando la curva de temperatura simulada. Posteriormente se calcula la pérdida de peso:

```
ss=0.4760; % SOLIDO SECO
hdb=0.73/(1-0.73); % humedad base seca
c=find(fem.sol.tlist<=t)
tt=fem.sol.tlist(c)
masa0=ss+hdb*ss;
I=postint(fem,'c','dl',[1],'solnum','all');
C=I(c);
Vol=postint(fem,'1','dl',[1],'t',[0]);
C=C/Vol
masa=[masa0 ss+ss*C];

drenado=masa0-masa(end) % pérdida de peso por drenado estimada

ee=postinterp(fem,'evap',p_frio,'dl',[1],'solnum','all');
evap=ee(c);

evaporacion=trapz(tt,evap) % pérdida de peso por evaporación
estimada

TOTAL= drenado + evaporacion % pérdida de peso total

PP_M0=TOTAL/masa0*100 % porcentaje de pérdida de peso
```

## D.2 Incorporación de los perfiles de temperatura de horno experimentales

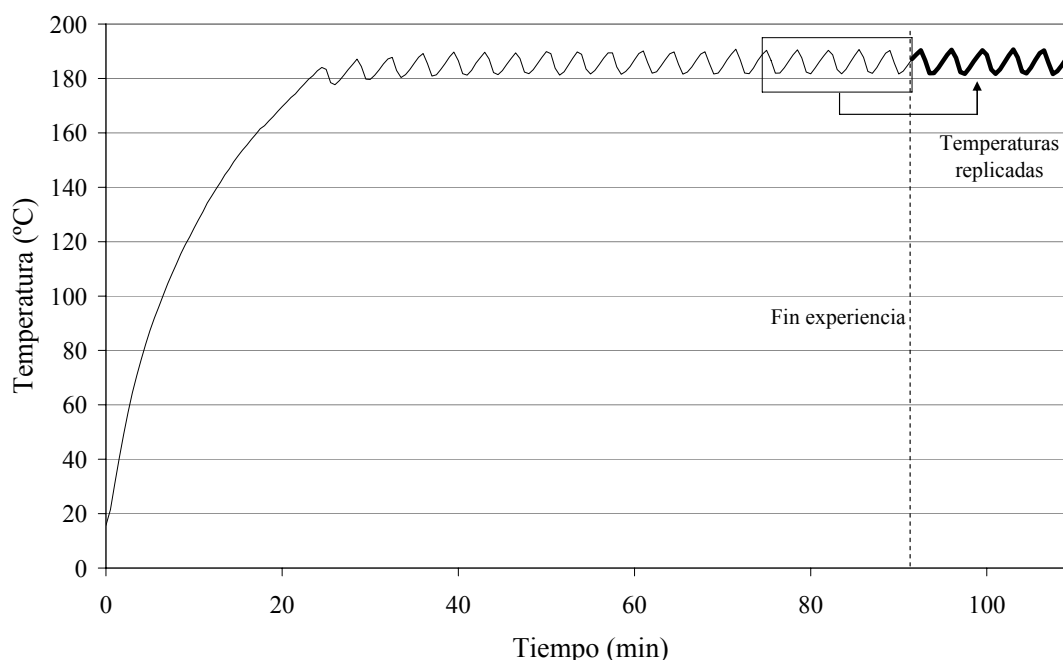
Para incorporar los perfiles experimentales de temperatura de horno en la simulación es necesario que el programa pueda acceder a las temperaturas a cualquier

tiempo, ya que toma pasos de tiempo libres. Para esto, los valores experimentales son interpolados. Además es necesario simular más tiempo que el obtenido experimentalmente, ya que a ese tiempo el modelo puede no llegar a 72°C en el punto más frío; para esto, el perfil de temperatura de horno experimental se extendió el tiempo necesario (por ejemplo, 5 o 10 min), replicando en forma apropiada valores de temperatura al final de los datos experimentales (Fig. C.1).

La interpolación de los datos para obtener la temperatura d horno a un tiempo  $t$  se realizó utilizando funciones de la forma:

```
function Th=Thorno(t)
datos=xlsread('Thorno.xls');
tt=datos(:,1);
TT=datos(:,2); % +273.15
Th=interp1(tt,TT,t,'linear');
```

donde el archivo Thorno.xls contiene los datos originales y los extendidos (agregados manualmente), y temperatura se expresa en las unidades apropiadas para el modelo usado.



**Fig. D.1.** Valores de temperatura replicados para extender el perfil más allá del tiempo experimental.

## Apéndice E. Optimización

### E.1.1 Implementación del método de Levenberg–Marquardt

El siguiente script muestra el método de Levenberg–Marquardt implementado para realizar la optimización:

```
function [x,fv,k,act,xw,ffv,fcount,J,H]=LM_BFGS(modelo,x0,...
                                                e1,e2,kmax,tt,Hact,dxx)

global fcount,fcount=0;
% Verificaciones / Inicializaciones
error(nargchk(2,8,nargin))
if nargin<3|isempty(e1),e1=1e-12;end
if nargin<4|isempty(e2),e2=1e-12;end
if nargin<5|isempty(kmax),kmax=200;end
if nargin<6|isempty(tt),tt=1e-6;end
if nargin<7|isempty(Hact),Hact=inf;end
if nargin<8|isempty(dxx),dxx=1e-4;end
%%%%%%%%%

x0=x0(:);
fv=feval(modelo,x0);           % Función
J=jacapsis(modelo,x0,fv,dxx); % Jacobiano
H=hessapsis2(modelo,x0,fv,J,dxx); % Inicialización del Hessiano
xw(:,1)=x0;
ffv=fv;
er=inf;
I=eye(size(H));               % Parámetro del método
v=2;                           % Parámetro del método
u=check_pos(H,tt);           % Parámetro del método
x=x0;
k=0;act=0;Hcount=0;          % Contadores
disp([num2str(fcount),' evaluaciones de función para estimar el
Hessiano y Jacobiano inicial'])
formato=[' %4.0f %4.0f %4.0f  '];
formato=[formato repmat('%12.8f ',1,length(x)+1)];
formato=[formato,'\n'];
fprintf([' Iter. Act. fcount      f(x)
x(1: ',num2str(length(x)),')\n'])
fprintf(formato,[k act fcount fv x(:)']);
%%%%%%%%%
while er>e2&k<kmax&norm(J,inf)>e1
    k=k+1;                       % Actualización
    dx=-inv(H+u*I)*J;            % Marquardt
    % dx=-inv(H+u*diag(diag(H)))*J;% Levenberg-Marquardt
    xnew=x+dx;
    fvnew=feval(modelo,xnew);
    dF=(fv-fvnew);
    dq=-(dx'*J+1/2*dx'*H*dx);
    gain=dF/dq;
    if dF>0&dq>0                % Actualización
```

```

x=xnew;
fv=fvnew;
Jnew=jacapsis(modelo,x,fv,dxx);
if Hcount==Hact
    H=hessapsis2(modelo,x,fv,Jnew,dxx);
    Hcount=0;
else
    % Act. Hessiano / Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
    y=Jnew-J;
    u2=H*dx;
    H=H+1/(dx'*y)*y*y'-1/(dx'*u2)*u2*u2';
    Hcount=Hcount+1;
end
u=u*max([1/3 1-(2*gain-1)^3]);
v=2;
act=act+1;
J=Jnew;
else % Actualización
    u=u*v;
    v=2*v;
end
er=norm(dx,inf);
% Valores de iteraciones
xw(:,k+1)=x;cor(:,k+1)=dx;uu(k)=u;ffv(k+1)=fv;gg(k)=gain;
fprintf(formato,[k act fcount fv x(:)']);
end
end

```

El jacobiano se evaluó usando la siguiente función:

```

function jj=jacapsis(fun,x,fv,dx)
error(nargchk(3,4,nargin))
if nargin<4,dx=1e-6;end
for j=1:length(x)
    xx=zeros(size(x(:)));
    xx(j)=1;
    fval=feval(fun,x(:)+dx*xx)-fv;
    jj(j,1)=fval/dx;
end
end

```

y el hessiano inicial con la función:

```

function hh=hessapsis2(fun,x,fv,J,dx)
error(nargchk(4,5,nargin))
if nargin<5,dx=1e-6;end
for j=1:length(x)
    xx=zeros(size(x(:)));
    xx(j)=1;
    nx=x+dx*xx;
    fval=jacapsis(fun,nx,fun(nx),dx)-J;
    hh(1:length(x),j)=fval/dx;
end
end
hh=(hh+hh')/2;

```

La siguiente función procura establecer el valor  $\lambda_0$  para que  $H(\bar{x}_0) + \lambda_0 I$  sea definida positiva; para esto, el valor de  $\lambda_0$  se incrementa gradualmente hasta que el mínimo autovalor de  $H(\bar{x}_0) + \lambda_0 I$  sea mayor que  $\delta$  ( $\delta > 0$ , arbitrario):

```
function ttn=check_pos(H,tt) % tt es lambda
I=eye(size(H));
d=1e-3; % Mínimo valor del autovalor de H+tt*I
f=2;%ó 4-10 etc. % Factor de aumento de tt
c=0;
ttn=tt;
while c<50
    B=H+ttn*I;
    Z=eig(B);
    if min(Z)>d
        return
    end
    ttn=ttn*f;
    c=c+1;
end
```

### E.1.2 Temperatura de horno constante

A modo de ejemplo se muestra el caso de optimización mostrado en la Sección 4.2.3; para esto, se creó una función con los modelos simples a resolver, la cual incorpora además las restricciones sobre la temperatura del horno:

```
function y=simple(x,a,n)
global fcount,fcount=fcount+1;
% Ecuaciones para datos sin escalar
y=(5.321e-5*x^2-2.650e-2*x+4.419)*a+...
    (3.942e-6*x^2-3.988e-4*x+2.087e-1)*(1-a);

% Ecuaciones para datos escalados
% y=(1.030e-4*x^2-5.129e-2*x+6.359)*a+...
    (4.510e-5*x^2-4.563e-3*x-3.335e-1)*(1-a);

% Restricciones operativas para T horno
res=n*((150-x).^2*((150-x)>0)+(x-230).^2*((x-230)>0));

y=y+res;
```

En todos los casos se utilizó un *script* principal llamador donde se inicializan parámetros y se invoca al *solver*, del estilo mostrado a continuación:

```
x0=190;           % Inicialización
e1=1e-10;        % Tolerancia para g
e2=1e-10;        % Tolerancia para dx
kmax=50;         % Máximo número de iteraciones
Hact=inf;        % Parámetro del método
dxx=1e-2;        % Parámetro del método
tt=1e-4;         % Parámetro del método
a=0.3;           % Factor de peso
n=10;            % Penalización

[x, fv, iter, act, xw, ffv, fcount, J, H]=LM_BFGS (@(x) simple(x, a, n), ...
          x0, e1, e2, kmax, tt, Hact, dxx);
```

Si la optimización no arroja resultados satisfactorios puede cambiarse la inicialización (y eventualmente parámetros del método) y tratar nuevamente. Los resultados fueron comparados (y controlados) con los obtenidos usando la función *fmincon* de MATLAB, la cual resuelve problemas de optimización con restricciones; para esto, los parámetros de dicha función son cambiados para evitar que finalice prematuramente:

```
opt=optimset('Display','iter','TolX',e1,...
             'TolFun',1e-8,'MaxFunEvals',200);
format long
[x2, fv2, flag, output]=fmincon(@(x) simple(x, a, n), x0, ...
                                [], [], [], [], 150, 230, [], opt)
```

Se implementó también el enfoque secuencial, aumentando sucesivamente el parámetro de penalización  $\eta$ ; el mismo puede ser conveniente cuando los valores óptimos se encuentran en los límites de las variables operativas, y como desventaja, requiere mayor número de evaluaciones de función.

```
x0=190;           % Inicialización
% Parámetros para LM_BFGS
e1=1e-10;        % Tolerancia para g
e2=1e-10;        % Tolerancia para dx
kmax=5;          % Máximo número de iteraciones para cada n
Hact=inf;        % Parámetro del método
dxx=1e-2;        % Parámetro del método
tt=1e-4;         % Parámetro del método
```

```

a=0.3;           % Factor de peso

% Parámetros para SUMT
n=0.01; % Penalización inicial
fn=10;  % Aumento de penalización
mn=10;  % Máximo número de iteraciones para cada n
fc=0;
i=1;
while i<=mn
    ng(i)=n;
    F=@(x) simple(x,a,n);
    [x, fv, iter, act, xw, ffv, fcount, J, H]=LM_BFGS(F, x0, e1, e2, ...
        kmax+5*kmax*(i==mn), tt, Hact, dxx);
    n=n*fn;
    x0=x;
    fc=fc+fcount;
    i=i+1;
    if iter<kmax
        break
    end
end
end

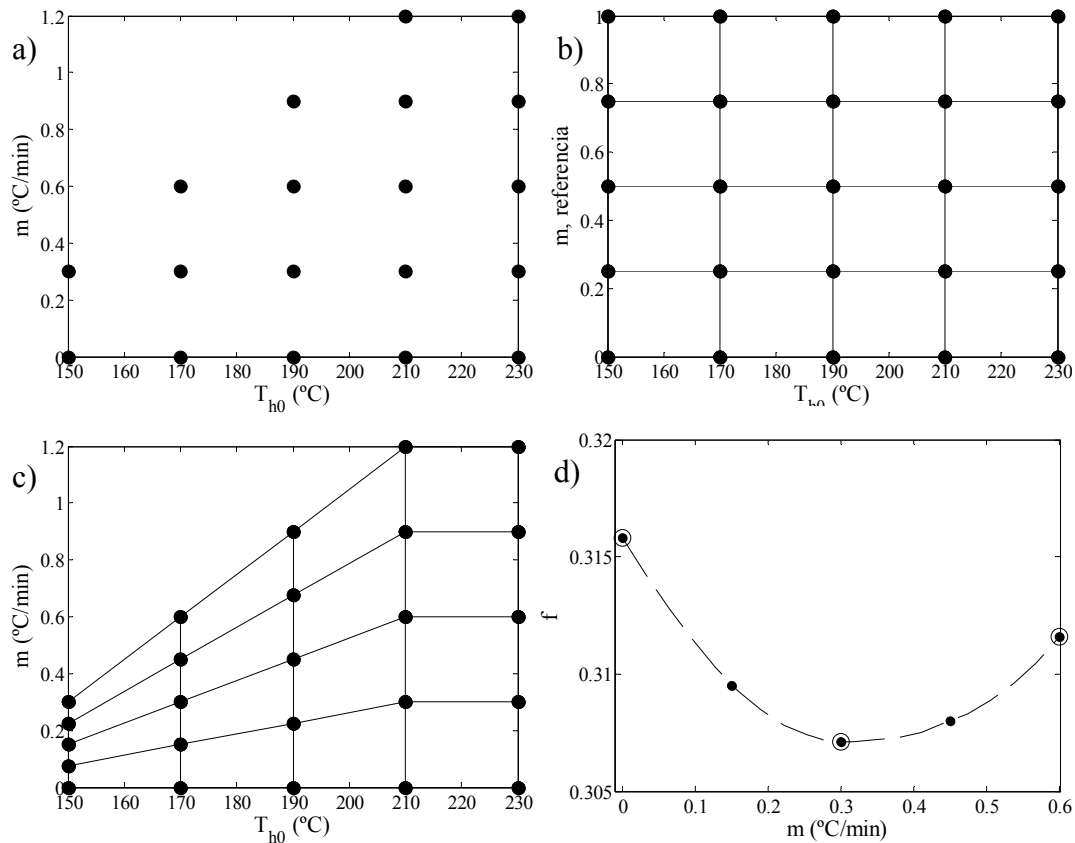
```

### E.1.3 Variación lineal de temperatura de horno

Para realizar la interpolación de los datos se requiere que para cada temperatura inicial del horno ( $T_{h0}$ ) se tenga la misma cantidad de datos de  $m$ , condición que no se verifica en las simulaciones realizadas. La Fig. D.1a muestra los puntos donde se obtuvo información; como puede verse a  $T_{h0}$  altas se tienen 5 valores de  $m$ , mientras que a  $T_{h0}$  bajas se llega a tener solo dos puntos.

Para que los datos tengan una dimensión apropiada se creó una malla con valores de  $m$  de referencia (Fig. E.1b), donde para cada  $T_{h0}$  se tiene el mismo número de valores de  $m$ . Entonces dicha malla es mapeada respecto a los valores de  $m$  originales para obtener la malla final donde se realizará la interpolación (Fig. E.1c). La Fig. E.1d muestra los datos originales para  $T_{h0} = 170^{\circ}\text{C}$ , los datos generados en la nueva malla y la curva de interpolación.





**Fig. E1.** (a) Malla original donde se simularon los datos. (b) Malla de referencia. (c) Nueva malla con el mismo número de valores de  $m$  para cada  $T_{ho}$ . (d) Datos originales de la función objetivo para  $\alpha = 0.05$  ( $\circ$ ), y nuevos datos obtenidos para la malla de referencia ( $\bullet$ ); la línea punteada es la curva de interpolación.

El siguiente script se utilizó para generar las curvas de nivel mostradas en la Sección 4.4.2:

```
m=[0 0.005 0.01 0.015 0.02]*60;
T=230:-20:150;
[TT,mm]=meshgrid(T,m);

% Lee matriz A de datos obtenidos con el modelo de cocción
load datos_modelo3_Th_recta

tc=A(:,1:2:end);
PP=A(:,2:2:end);

for i=1:size(tc,2)
    v=tc(:,i);
    tci{i}=v(v>0);
    v=PP(:,i);
    ppi{i}=v(v>0);
    mi{i}=m(v>0);
end
```

```

end

av=0.12; % Factor de peso
for i=1:size(tc,2)
    lim_m=[min(mi{i}) max(mi{i})];
    new_m(i,:)=linspace(lim_m(1),lim_m(2),20); % 20 puntos para
el mapeo, se puede cambiar por otro valor
    new_T(i,:)=T(i)*ones(1,20);
    ff(i,:)=interp1(mi{i},av*tci{i}+(1-
av)*ppi{i},new_m(i,:), 'pchip');
    [f,c]=min(ff(i,:));
    Tg(i)=T(i);
    mg(i)=new_m(c);
end
% Función objetivo en función de m; paramétrica con Th0
plot(new_m', ff')

% Gráfico de contornos
figure
[C,h]=contourf(new_T, flipud(new_m), ff, 30)
xlabel('T_h_0 (°C)', 'FontName', 'Times New Roman')
ylabel('m (°C/min)', 'FontName', 'Times New Roman')
colormap jet
axis([150 230 0 1.2])
colorbar
set(gca, 'ytick', 0:0.1:1.2)

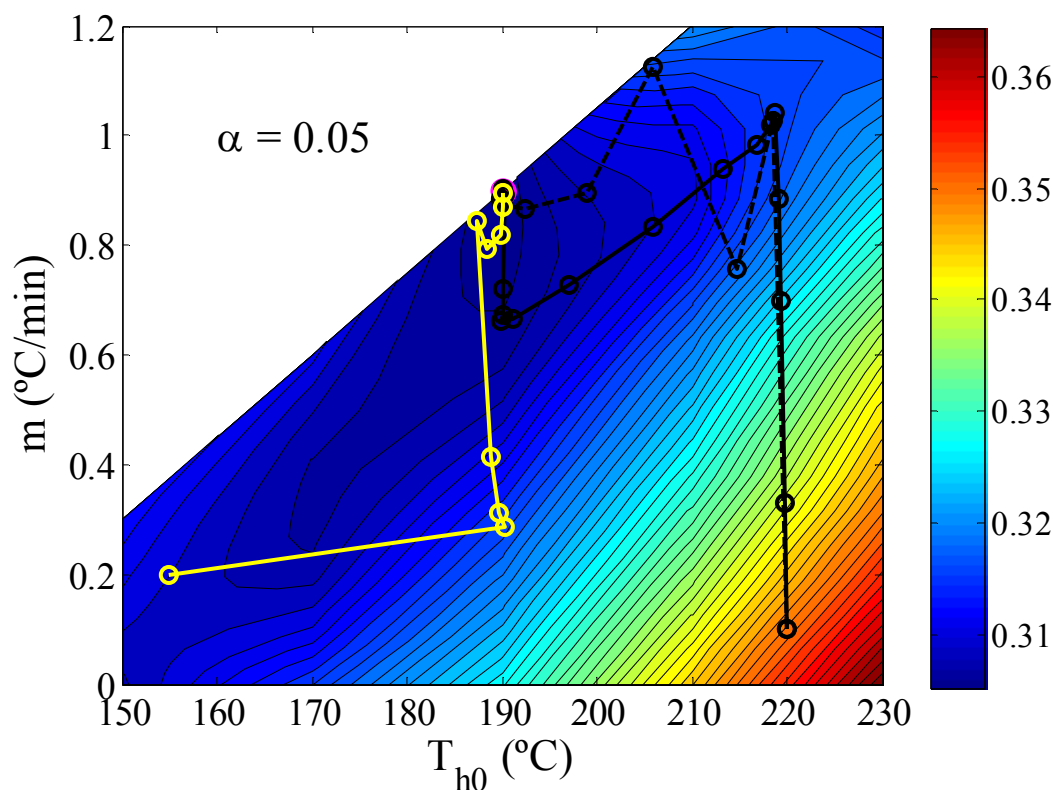
% Punto mínimo en datos interpolados; sirve para determinar la
inicialización del solver.
[fil,col]=find(ff==min(ff(:)));
hold on
plot(new_T(fil,col), new_m(fil,col), 'om', 'MarkerSize', 10, 'MarkerFaceColor', 'm')

```

Las matrices  $\text{new\_m}$ ,  $\text{new\_T}$  y  $\text{ff}$  definen los nuevos valores de  $m$ ,  $T_{h0}$  y la función objetivo para realizar la interpolación. Para realizar la optimización se transforma el script anterior en una función y se incorporan las restricciones, en forma similar a los scripts anteriores. Dado que en este caso se realizó una interpolación, la función no está definida fuera de la región factible; para solucionar este problema, en primer lugar se calculó la penalización  $P$  y posteriormente la función se calculó de acuerdo a la Ec. (D.1), donde  $f_{\max}$  es un valor arbitrario (preferentemente mayor al máximo de la función objetivo en la región factible).

$$f(\vec{x}) = \begin{cases} f(\vec{x}), & \text{sí } P(\vec{x}) = 0 \\ f_{\max}, & \text{sí } P(\vec{x}) > 0 \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

A modo de ejemplo, la Fig. E2 muestra los caminos seguidos por las iteraciones para  $\alpha = 0.05$ .



**Fig. E2.** Camino seguido por el método de optimización para diferentes inicializaciones y parámetros del método.

En general deben probarse varias condiciones iniciales hasta hallar alguna apropiada; el valor inicial de  $\lambda_0$ , la perturbación de las variables para evaluar numéricamente el jacobiano y el hessiano, y el valor de  $\delta$  fueron los parámetros más difíciles de establecer para este caso. En general, se observó que de todas las iteraciones realizadas, se actualiza en aproximadamente la mitad de ellas; a modo de ejemplo, con  $\delta = 1 \times 10^{-3}$  y  $\lambda_0 = 5 \times 10^{-10}$  se obtuvo un comportamiento aceptable:

9 evaluaciones de función para estimar el Hessiano y Jacobiano inicial

Iter.	Act.	fcount	f(x)	x(1:2)
0	0	9	0.35035776	220.00000000 0.10000000
1	0	10	0.35035776	220.00000000 0.10000000
2	0	11	0.35035776	220.00000000 0.10000000
3	0	12	0.35035776	220.00000000 0.10000000
4	0	13	0.35035776	220.00000000 0.10000000
5	0	14	0.35035776	220.00000000 0.10000000
6	0	15	0.35035776	220.00000000 0.10000000
7	0	16	0.35035776	220.00000000 0.10000000
8	0	17	0.35035776	220.00000000 0.10000000
9	1	20	0.34011630	219.82358035 0.32940414

---

10	2	23	0.32539759	219.30418584	0.70002400
11	2	24	0.32539759	219.30418584	0.70002400
12	2	25	0.32539759	219.30418584	0.70002400
13	3	28	0.31799635	219.11038518	0.88319588
14	4	31	0.31712970	218.73885127	1.04073135
15	5	34	0.31622594	218.26502444	1.01895629
16	6	37	0.31601429	216.81910754	0.98370569
17	7	40	0.31310442	213.35191051	0.94047315
18	8	43	0.31044129	205.93692370	0.83267830
19	9	46	0.30892044	197.04945798	0.72687432
20	10	49	0.30717699	191.22510299	0.66432646
21	11	52	0.30654295	189.93836010	0.66108593
22	12	55	0.30648061	190.09232107	0.67142788
23	13	58	0.30606440	190.16976773	0.72027774
24	13	59	0.30606440	190.16976773	0.72027774
25	13	60	0.30606440	190.16976773	0.72027774
26	13	61	0.30606440	190.16976773	0.72027774
27	13	62	0.30606440	190.16976773	0.72027774
28	14	65	0.30526443	190.26088429	0.89009978
29	15	68	0.30524471	190.18309993	0.90214861
30	15	69	0.30524471	190.18309993	0.90214861

## Apéndice F. Modelado geométrico usando SVC

Los siguientes scripts de Matlab fueron usados para realizar el modelado geométrico cuando se utiliza el sistema de visión computacional para realizar la adquisición de imágenes (Ver Anexo 1, Parte 1).

### F.1 Factores de escala

El siguiente script fue utilizado para obtener la relación píxeles/centímetro para el objeto patrón; se utiliza para dos imágenes (inicial y final), adquiridas en las posiciones correspondientes al primer y último corte transversal de la muestra, respectivamente.

```
clear all,clc,close all
a=10; % cm, medida del patrón (cuadrado)
A=imread('tamini.jpg'); % o tamfin.jpg
patron='negro'; % 'blanco' o 'negro'
figure,imshow(A)
B=rgb2gray(A);
figure,imshow(B)
figure,imhist(B)
T=input('Umbral: '); % Determinar visualmente del
histograma
C=im2bw(B,T/256);
figure,imshow(C)

if strcmp(patron,'negro') % Cambia el patrón a blanco (si no lo
es)
    C=~C;
end
imshow(C)

D=imfill(C,'holes');
imshow(D)

L=bwlabel(D);
S=regionprops(L,'Area');
id=find([S.Area]==max([S.Area]));
F=ismember(D,id);
imshow(F)
```

```

t=size(F);
clear A B C D L
%%%%%%%%%% Tamaño horizontal
for j=1:t(1)
    mm(j)=sum(F(j,:));
end
mm(mm==0)=[];
media_horizontal=mean(mm);
%%%%%%%%%% Tamaño vertical
for j=1:t(2)
    mmv(j)=sum(F(:,j));
end
mmv(mmv==0)=[];
media_vertical=mean(mmv);
%%%%%%%%%% Tamaño promedio
M=(media_horizontal+media_vertical)/2; % PC_ini o PC_fin

disp([num2str(M/a), ' píxeles/cm'])
% Puede compararse con sum(F(:)).^5/a

```

## F.2 Procesamiento de imágenes

El siguiente script muestra el procesamiento de imágenes y el modelado geométrico; se muestra dividido en tres partes: parte 1, realiza el escalado y corta las imágenes al tamaño original; parte 2, secuencia básica de procesamiento de imágenes; parte 3, obtención de curvas y lofting.

### F.2.1 Escalado de la relación píxeles/centímetros

```

clear all,clc,close all

%%%%%%%% Parte 1 %%%%

esp=[16*ones(1,10)]; %espesores de cada cortes (milímetros),
constante o variable
a=10; %tamaño del patrón, en cm (debe ser
cuadrado)
PC_ini=372.3561; % FACTOR DE ESCALA, Relación de
píxeles/centímetro (P/C) inicial
PC_fin=220.1177; % FACTOR DE ESCALA, Relación de P/C final

X=[0 cumsum(esp)]/1000 % Distancia desde el primer corte
transversal

```

```

X(end)=[];
m=(PC_fin-PC_ini)/X(end);      % Pendiente para la relación P/C
tamanos=m*X+PC_ini;          % Variación de la relación P/C
relaciones=PC_ini./tamanos    % Factores de escala

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Lectura de imágenes
numero_imagenes=10;

for i=1:numero_imagenes
    A(:,:, :, i)=imread(['c', num2str(i), '.jpg']);
end
montage(A)
tam=size(A);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Escalado
I2{1}=A(:,:, :, 1);
tam2(1, :)=tam(1:3);
for i=2:numero_imagenes
    I2{i}=imresize(A(:,:, :, i), relaciones(i), 'bicubic');
    tam2(i, :)=size(I2{i}); % Tamaños de las imágenes escaladas
end

% Incremento medio de tamaño
tam3(1, :)= [0 0];
for i=1:numero_imagenes
    tam3(i, :)=(tam2(i, 1:2)-tam2(1, 1:2))/2;
end

% Corte simétrico de los píxeles agregados
I4{1}=A(:,:, :, 1);
for i=2:numero_imagenes
    I3=I2{i};
    I4{i}=I3(fix(tam3(i, 1):tam3(i, 1)+tam(1)-...
1), fix(tam3(i, 2):tam3(i, 2)+tam(2)-1), :);
end

% Comparación visual de las imágenes originales y escaladas
for i=1:tam(4)
    AA(:,:, :, i)=I4{i};
    figure(i)
    subplot(121)
    imshow(AA(:,:, :, i))
end

```

```

        subplot(122)
        imshow(A(:,:, :, i))
end
clear tam tam2 tam3 I2 I3 I4 A
close all
montage(AA)

```

### F.2.2 Secuencia básica de procesamiento de imágenes

```

%%%%% Parte 2 %%%%

A=AA;
clear AA
t=size(A);

objeto='negro'; % Seleccionar, 'blanco' o 'negro'

scrsz = get(0,'ScreenSize');
pos=[15 35 scrsz(3)*0.95 scrsz(4)*0.85];

% Recorte de imágenes
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Imágenes Recortados')
for i=1:t(4)
    Ar(:,:, :, i)=A([10:430],[100:430], :, i);
    subplot(4,3,i),imshow(Ar(:,:, :, i))
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

% Transformación RGB ==> escala de grises
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Imágenes en Escala de Grises')
for i=1:t(4)
    AG(:,:,1,i)=rgb2gray(Ar(:,:, :, i));
    subplot(4,3,i),imshow(AG(:,:,1,i))
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

% Transformación de niveles de gris
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Imágenes Ajustados')
for i=1:t(4)
    AG2(:,:,1,i)=imadjust(AG(:,:,1,i),stretchlim(AG(:,:,1,i)),[0
1]);
    subplot(4,3,i),imshow(AG2(:,:,1,i))
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

```



```

end

% Filtrado
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Filtro mediana')
for i=1:t(4)
    Af(:,:,1,i)=medfilt2(AG2(:,:,i)); % uno del muchos posibles
    subplot(4,3,i)
    imshow(Af(:,:,1,i))
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

% Histogramas: usar para determinar umbrales
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Histogramas')
for i=1:t(4)
    subplot(4,3,i)
    imhist(Af(:,:,1,i)),axis square
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

% Segmentación global
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Segmentación')
nivel=[200 190 200 190 190 190 180 180 180 180]
for i=1:t(4)
    Af2(:,:,1,i)=im2bw(Af(:,:,i),nivel(i)/255); % el umbral fue
determinado por inspección visual de los histogramas
    subplot(4,3,i)
    imshow(Af2(:,:,1,i)),axis equal % muestra las imágenes
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

% Inversión de píxeles, si el objeto es negro
if strcmp(objeto,'negro')
    Af2=imcomplement(Af2);
end

% Llenado de figuras, opcional
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Llenado')
for i=1:t(4)
    Afb(:,:,1,i)=imfill(Af2(:,:,1,i),'holes');
    subplot(4,3,i)
    imshow(Afb(:,:,1,i),[])
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

```

```

end

% Selección de objetos, opcional
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Selección de objetos')
for i=1:t(4)
    L=bwlabel(Afb(:,:,1,i));
    S=regionprops(L,'Area');
    id=find([S.Area]==max([S.Area]));
    As(:,:,1,i)=ismember(L,id);
    subplot(4,3,i)
    imshow(As(:,:,1,i),[])
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

```

### *F.2.3 Obtención de curvas y lofting*

```

%%%%% Parte 3 %%%%

puntos_a_usar=33; % # de puntos a utilizar en la curvas B-
Spline

% Estimación de las fracciones de puntos a utilizar; debe
verificarse posteriormente
for i=1:t(4)
    d=contour(As(:,:,1,i),1);
    np(i)=size(d,2)-1;
    kf(i)=(puntos_a_usar+1)/np(i);
end

% Aproxima los contornos de las imágenes con curvas B-Spline
figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Curvas B-Spline')
for i=1:t(4)
    [c{i},r]=flim2curve(As(:,:,1,i),{[],[1]},'KeepFrac',kf(i));
    subplot(4,3,i)
    geomplot(c{i},'Edgecolor','r'),axis equal,axis([1 t(2) 1
t(1)])
    title(sprintf('Corte %d',i),'FontSize',12)
end

figure('Position',pos,'Color',[1 1
1],'Toolbar','none','Name','Contornos e Imágenes')
for i=1:t(4)
    subplot(4,3,i)
    imshow(Ar(:,:,i))
end

```

```

    hold on
    geomplot(c{i}, 'Edgecolor', 'g', 'Labelcolor', 'g')
    axis equal, axis off
    title(sprintf('Contorno del Corte %d', i), 'FontSize', 12)
end

% Convierte las curvas B-Spline en sólidos
figure('Position', pos, 'Color', [1 1
1], 'Toolbar', 'none', 'Menubar', 'none', 'Name', 'Sólidos')
for i=1:t(4)
    c2{i}=solid2(c{i});
    subplot(4,3,i)
    geomplot(c2{i}, 'Edgecolor', 'r'), axis equal, axis([1 t(2) 1
t(1)])
    title(sprintf('Corte %d', i), 'FontSize', 12)
end

% Muestra la numeración para correspondencia (selección de
puntos de control a unirse entre si)
figure('Position', pos)
for i=1:t(4)
    geomplot(c{i}, 'Pointlabels', 'on')
    axis equal, axis([1 t(2) 1 t(1)])
    title(sprintf('Corte %d', i), 'FontSize', 12)
    pause
end

% Numeración de puntos de control a unirse entre si, determinada
a partir de la última figura

el={1 1 1 1 1 1 1 1 1 1};

esp2=esp(1:end-1);
sep=esp2/1000*PC_ini/(a/100); % Separación entre secciones en
píxeles

dvr={sep, repmat(0,2,t(4)), repmat(0,1,t(4))};

% Lofting, obtiene la geometría final
p1=loft(c2, 'loftedge', el, 'loftsecpos', dvr, 'loftweights', repmat(0
.1,2,t(4)-1));

es=(a/100)/PC_ini;
p1=scale(p1, es, es, es);

```

```
figure('NumberTitle','off','Position',pos,'Name','Modelo  
Geométrico Final','Color',[1 1 1]);  
geomplot(p1,'facemode','on','facelabels','off','Edgemode','off')  
axis equal  
axis off
```

## Apéndice G. Modelado geométrico, RMN

Los siguientes scripts de Matlab fueron utilizados para realizar el modelado geométrico cuando se utiliza RMN para realizar la adquisición de imágenes (Ver Anexo 1, Parte 2). Primero se leen las imágenes, se transforman los niveles de gris para poder visualizar las imágenes y se filtran.

```
clear all,clc,close all
for i=1:20
[X(:,:,i),map]=dicomread(['MR.1.3.12.2.1107.5.2.4.7012.2007060
6135659000040',num2str(i+35)],'.dcm');
end

info=dicominfo('MR.1.3.12.2.1107.5.2.4.7012.2007060613565900004
055.dcm');

escala=info.PixelSpacing*1e-3; % Factor de escala.

% Algunos ajustes de tonos de gris, probar y elegir
for i=1:20
%   A2(:,:,1,i)=imadjust(X(:,:,1,i),[0 .001],[],2.5);
%   A2(:,:,1,i)=intrans(X(:,:,1,i),'stretch',500,2.2);
   A2(:,:,1,i)=intrans(X(:,:,1,i),'log',1100);
end
montage(A2)

for i=1:20
   B2(:,:,1,i)=imfilter(A2(:,:,1,i),ones(3)/9);
end
montage(B2)
imhist(B2(:,:,1,1))

% Filtro en el dominio de frecuencia
PQ=paddedsize(size(B2(:,:,1,1)));
H=lpfilter('gaussian',PQ(1),PQ(2),20); % Filtro pasa bajo
% H=lpfilter('btw',PQ(1),PQ(2),80,10);
% H=lpfilter('ideal',PQ(1),PQ(2),40);

% Filtrado
for i=1:20
   F=fft2(double(B2(:,:,1,i))/2^16,PQ(1),PQ(2));
   G=H.*F;
   g=real(iff2(G));
   % Recorte al tamaño original
```

```
g=g(1:size(B2(:,:,1,1),1),1:size(B2(:,:,1,1),2));
gg(:,:,1,i)=g;
end
montage(gg)

% Segmentación y llenado
for i=1:20
    % Ver histogramas y elegir nivel
    ggg(:,:,1,i)=im2bw(gg(:,:,1,i),.56);
    ggg(:,:,1,i)=imfill(ggg(:,:,1,i),'holes');
end
figure
montage(ggg)
```

Una vez que las imágenes están segmentadas, se utilizan *flim2curve* y *loft* como en el caso anterior (Apéndice F).

## Apéndice H. Modelado geométrico por regiones

Script de Matlab usado para realizar el modelado geométrico bidimensional por regiones; se muestra el caso mostrado como ejemplo para una muestra de bife ancho (Anexo 1, Parte 3).

```
clear all,clc,close all
A=imread('bife ancho.jpg');
imshow(A)

% Elección de Sub-regiones
region_ID={'Músculo','Grasa','Hueso','Fondo'};
n_regiones=length(region_ID);

% ROI para cada Sub-región
figure
for i=1:n_regiones
    set(gcf,'Name',['ROI para la región: ' region_ID{i}]);
    muestras(:,:,i)=roipoly(A);
end
close(f);

I=double(A);
r=I(:,:,1);
g=I(:,:,2);
b=I(:,:,3);

% Covarianzas y promedios en cada ROI, para cada capa
for i=1:n_regiones
    RR=r(muestras(:,:,i));
    GG=g(muestras(:,:,i));
    BB=b(muestras(:,:,i));
    [C{i},M{i}]=covmatrix([RR GG BB]); % La diagonal es la
varianza
    invC{i}=inv(C{i});
end

% Etiquetado
for i=1:size(A,1)
    for j=1:size(A,2)
        v=[I(i,j,1) I(i,j,2) I(i,j,3)];
        for k=1:n_regiones
            % Desviaciones estándares
            d=diag(C{k}).^.5;
```

```

        % Distancia Euclidea normalizada
        n1(k)=sum((M{k}'-v)./d').^2).^0.5;
        % Distancia Euclidea
        n2(k)=sum((M{k}'-v).^2).^0.5;
        % Distancia Mahalanobis
        n3(k)=(M{k}'-v)*invC{k}*(M{k}'-v)';
    end
    % Matrices de distancias (B) y valores mínimos (V)
    [m,p]=min(n1);
    B1(i,j)=p(1); % se queda con la mínima distancia
    V1(i,j)=m(1);

    [m,p]=min(n2);
    B2(i,j)=p(1); % se queda con la mínima distancia
    V2(i,j)=m(1);

    [m,p]=min(n3);
    B3(i,j)=p(1); % se queda con la mínima distancia
    V3(i,j)=m(1);
end
end

imshow(B1,[]) % o B2 / B3, ver cada imagen y elegir una de las
distancias. Para cada muestra pueden ser diferentes

% Opcional, eliminación de objetos pequeños
% Filtro mediana / Se puede cambiar por operadores morfológicos
D=B1;
m1=9; % Tamaño de mascara (impar), fila
m2=9; % Tamaño de mascara (impar), columna
for i=1:size(A,1)
    for j=1:size(A,2)
        f=(i-(m1-1)/2):(i+(m1-1)/2);
        f(f<=0)=[];
        f(f>size(A,1))=[];
        c=(j-(m2-1)/2):(j+(m2-1)/2);
        c(c<=0)=[];
        c(c>size(A,2))=[];
        val=D(f,c);
        DD2(i,j)=median(val(:));
    end
end
end

% Etiquetada y filtrada
imshow(DD2,[])

```



```

%%% Unión de Regiones para ejemplo Anexo %%%
imshow(DD2==2|DD2==3,[]) % Regiones Grasa y Hueso juntas

% Unión de regiones Grasa y Hueso, para disminuir complejidad
fyh=imfill(DD2==2|DD2==3,'holes');
imshow(fyh)

all_menos_fyh=fyh|DD2==4;
imshow(all_menos_fyh,[])

carne=~all_menos_fyh;
imshow(carne)

% Etiquetada con dos regiones: Músculo y Grasa/Hueso
TODO=double(carne)+double(fyh)*2;
imshow(TODO,[])
%%% %%%

% Correspondencia/Coincidencia

% Obtención de contornos
car=contour(TODO==1,1);
car(:,1)=[];
grasa=contour(TODO==2,1);
grasa(:,1)=[];

plot(car(1,:),car(2:2,:), 'o', 'MarkerSize', 6)
hold on
plot(grasa(1,:),grasa(2:2,:), 'r*', 'MarkerSize', 6)
axis ij
axis equal
legend('Contorno Músculo', 'Contorno Grasa/Hueso')

% Puntos de la Región Grasa/Hueso elegidos cada 10
grasaf=grasa(:, [1:10:end-10 1]);
plot(grasaf(1,:),grasaf(2:2,:), 'r*', 'MarkerSize', 6)
hold on

% Obtención de puntos de la Región músculo que coinciden con los
elegidos en Grasa/Hueso
j=1;
for i=1:size(grasaf,2)
    dis=(grasaf(:,i)*ones(1,size(car,2))-car);
    dis2=abs(dis(1,:))+abs(dis(2,:));

```

```
[fil,col]=find(abs(dis2)==0);
if ~isempty(fil)
    fg(j)=fil(1);
    cg(j)=col(1);
    j=j+1;
end
end
carnel=car(:,cg);
plot(carnel(1,:),carnel(2,:),'ob') % Puntos coincidentes

carne2=car;
carne2(:,min(cg):max(cg))=[]; % Eliminación de puntos
coincidentes
carne2=carne2(:, [10:10:end-10]) % Elección de puntos
restantes
hold on
plot(carne2(1,:),carne2(2,:),'dk') % Puntos restantes

carnef=[carnel carne2]; % Unión de puntos coincidentes
restantes
plot(carnef(1,:),carnef(2,:),'-ob')

% Gráfico de regiones en colores
fill(grasaf(1,:),grasaf(2,),'y')
hold on
fill(carnef(1,:),carnef(2,),'r')
axis ij,axis equal

% Fin de obtención de coordenadas

% Modelado Geométrico reproducido en COMSOL a partir de las
coordenadas, para mallado y simulación
pgrasa=poly2(grasaf(1,:),grasaf(2,:))
pcarne=poly2(carnef(1,:),carnef(2,:))
```