



**RIDAA**  
Repositorio Institucional  
Digital de Acceso Abierto de la  
Universidad Nacional de Quilmes



Universidad  
Nacional  
de Quilmes

Banfi, Irma

# De la derivada al límite : una propuesta didáctica en la enseñanza de la matemática en el nivel medio



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Argentina.  
Atribución - No Comercial - Sin Obra Derivada 2.5  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/>

Documento descargado de RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes de la Universidad Nacional de Quilmes

*Cita recomendada:*

Banfi, I. (2015). *De la derivada al límite. Una propuesta didáctica en la enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio. (Trabajo final integrador). Universidad Nacional de Quilmes, Bernal, Argentina. Disponible en RIDAA-UNQ Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto de la Universidad Nacional de Quilmes <http://ridaa.unq.edu.ar/handle/20.500.11807/145>*

Puede encontrar éste y otros documentos en: <https://ridaa.unq.edu.ar>

## **De la derivada al límite. (Una propuesta didáctica en la enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio)**

*Trabajo final integrador*

**Irma Banfi**

irbanfi@yahoo.com.ar

### **Resumen**

Es un proyecto de intervención pedagógica. El mismo tiene la intención de colaborar en la superación de los inconvenientes que presenta la introducción de los conceptos de "límite de una función en un punto" y "derivada de una función en un punto". El primero de ellos resulta tan complejo de enseñar como difícil de aprender, por ser muy abstracto, poco atractivo y árido para alumnos cuyo rango etario se encuentra entre los 16 y 17 años. Se ha entrevistado y encuestado a docentes y han mostrado no solo preocupación, sino que consideraron un gran desafío la enseñanza de los conceptos mencionados.

Se propone acompañar a los docentes creando un espacio de reflexión entre profesores de enseñanza media y terciaria, mostrando un enfoque basado en los textos "Cálculo diferencial e Integral" de C. Azcarate, M. Casadevall, E. Casellas y D. Bosch de Editorial Síntesis. España. 1996 (Capítulos 1, 2 y 3) y "Cálculo" de Serge Lang de Editorial Adisson-Wesley Iberoamericana. Para ello, se ha pensado en la realización de un seminario, buscando un alto grado de compromiso de los participantes, trabajando en equipo, analizando los contenidos propuestos y proponiendo iniciativas para profundizarlos. Por ello debido a las ventajas que brinda la virtualidad a la educación se considera que debe hacerse completamente mediante la modalidad virtual. Además buscando el intercambio de experiencias y el debate interno, la modalidad formativa elegida es el e-learning.

En el proyecto encontramos en forma detallada el desarrollo de la base de la propuesta didáctica, la modalidad de trabajo, pautas de acreditación y evaluación, contenidos del seminario, cronograma, bibliografía del seminarista, y las etapas de elaboración del mismo y la bibliografía empleada..

## **INDICE**

1. Datos generales de proyecto
  - 1.1. Nombre del proyecto
  - 1.2. Descripción general
  - 1.3. Propósitos
2. Fundamentación
3. Aspectos tecnológicos y entorno de desarrollo
4. Propuesta didáctica
  - 4.1. Base de la propuesta
  - 4.2. Modalidad de trabajo
  - 4.3. Pautas de acreditación
  - 4.4. Contenidos del Seminario
  - 4.5. Cronograma
  - 4.6. Bibliografía del seminarista
5. Etapas del proyecto
  - 5.1. Etapa de preproducción
6. Etapa de elaboración
  - 6.1. Etapa de posproducción
  - 6.2. Tiempo estimado de elaboración
  - 6.3. Equipo a cargo del proyecto
7. Bibliografía del proyecto

## **1. DATOS GENERALES DEL PROYECTO:**

### **1.1. NOMBRE: De la derivada al límite. (Una propuesta didáctica en la enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio)**

### **1.2. DESCRIPCIÓN GENERAL:**

Con el propósito de colaborar en la superación de los conflictos que presenta el desarrollo del concepto de límite de una función, el presente proyecto pretende crear, un espacio de reflexión entre docentes de enseñanza media y terciaria, acerca de la introducción de "límite de una función en un punto" como así también el de "derivada de una función en un punto", presentando un enfoque basado en los textos "Cálculo diferencial e Integral" de C. Azcarate, M. Casadevall, E. Casellas y D. Bosch de Editorial Síntesis. España. 1996 (Capítulos 1, 2 y 3) y "Cálculo" de Serge Lang de Editorial Adisson-Wesley Iberoamericana.

Debido a las ventajas que la virtualidad brinda a la educación, creemos que esta capacitación debe hacerse completamente mediante la modalidad virtual, ya que permitirá un acceso cómodo y flexible a mayor números de docentes, que de otra forma verían limitadas sus posibilidades de completar la formación docente ya sea por problemas de horarios, por movilidad hacia el lugar de estudio, mencionando sólo algunas ventajas; además permite el compromiso activo de los participantes en el proceso educativo, como así también la reducción de costos.

La Institución que lleve a cabo este proyecto, será la que acreditará la aprobación del curso, otorgando un certificado autenticado por la autoridad correspondiente, en el que se dejará constancia de los contenidos tratados y de la carga horaria que ocupe el desarrollo mismo, la que está estimada en 40 horas.

### **1.3. PROPÓSITOS**

La enseñanza de la Matemática ha sido siempre un interesante desafío para cualquier docente y mucho más lo es la presentación de las nociones del Cálculo Infinitesimal a alumnos que se encuentran cursando el nivel medio. El objetivo de un primer curso de Cálculo es enseñar a los estudiantes los conceptos fundamentales de derivada e integral, y las técnicas básicas y aplicaciones relacionadas con ellas. Esta propuesta pretende:

- Revisar ideas previas.
- Analizar experiencias recogidas.
- Reflexionar en forma compartida con otros docentes del área acerca de la problemática de la enseñanza y aprendizaje del límite y derivada de una

función en un punto.

- Complementar la formación docente con nueva información ya sea profundizando, aclarando, corrigiendo, ampliando o creando, combinando lo gráfico, lo numérico y lo algebraico para mejorar su práctica docente.
- Ofrecer sugerencias acerca de herramientas tecnológicas y metodológicas que contribuyan mejorar su práctica docente.

## 2. FUNDAMENTACIÓN:

Uno de los conceptos de mayor importancia del Análisis Matemático, es el concepto de límite de una función pues el mismo interviene en otros, tales como el de continuidad, derivada e integral; pero a su vez es uno de los conceptos más complejos de enseñar y también de los más difíciles de aprender, por ser muy abstracto, por lo tanto resulta poco atractivo y árido, especialmente para los alumnos cuyas edades se encuentran entre los 16 y 17 años. Cualquier estudiante, de ese rango etéreo, *“está preparado para aceptar como intuitivamente obvios, los conceptos de números y límites y sus propiedades básicas”*<sup>1</sup>, y así evitar la introducción al Cálculo, mediante una teoría tediosa e incomprensible y soslayar ciertos *“hábitos rutinarios de matemáticos sofisticados. La experiencia muestra que los estudiantes no tiene la base psicológica adecuada para aceptar un estudio teórico de los límites y se resisten de manera formidable.”*<sup>2</sup>

A continuación se presentan las acciones realizadas las que fundamentan el presente proyecto:

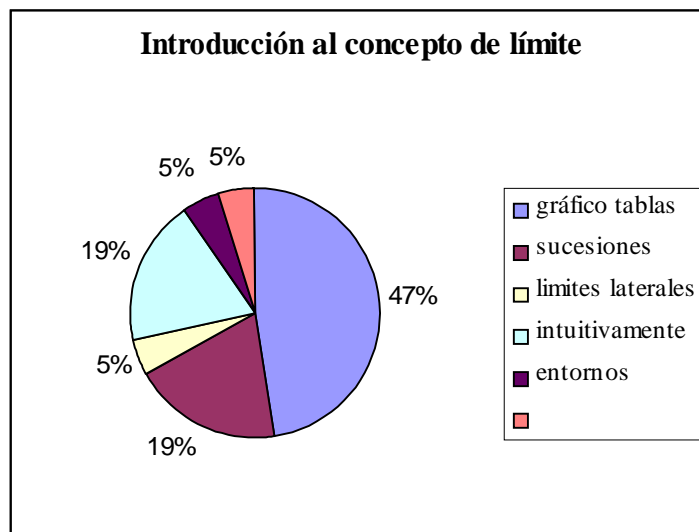
**2.1.** Se mantuvieron encuentros con docentes del área de Matemática de nivel medio a quienes se los ha indagado acerca de la forma de introducir el concepto de límite, el o los tipos de recursos didácticos que utilizan y si se lleva a cabo la formalización del concepto mencionado con alguna definición; si es así se solicitó que indicaran las elegidas. Para ordenar el análisis de estos encuentros se han considerado las siguientes variables:

- Ubicación de la institución donde se desempeña como docente.
- Nivel de enseñanza escolarizada donde trabaja.
- Si realiza algún trabajo con el concepto de infinito, previo a la introducción del concepto de límite.
- Introducción al concepto de límite.
- Si formaliza alguna definición de límite, indicarla,
- Utilización de recursos didácticos.
- Uso de textos por parte de los alumnos.

- Libros de consulta personal por parte del docente.

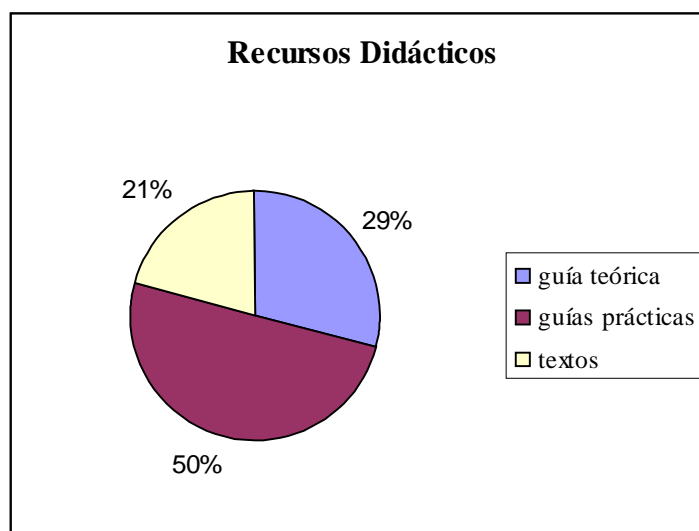
A partir de las conversaciones mantenidas con los docentes y de las encuestas cumplimentadas por ellos, se observa que la forma de introducir el concepto de “límite de una función en un punto” como así también el de “derivada de una función en un punto” sigue siendo de preocupación y un gran desafío la enseñanza de los mismos. Luego de analizar las entrevistas, se resumen las conclusiones en el siguiente párrafo:

- Los docentes encuestados se desempeñan en establecimientos del Gran Buenos Aires, en el nivel Polimodal (o el actual 5º año de la Enseñanza Ciclo Superior), en los partidos de Lanús y de Lomas de Zamora, y en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, en el nivel medio.
- Coinciden en el hecho de no mencionar “el infinito” como tema central, alegan que lo emplean para indicar intervalos o para indicar el comportamiento de las distintas funciones, cuando el tema lo requiere, siempre haciéndolos pensar en números muy, muy grandes o en un número extremadamente pequeño.
- Introducen el concepto de límite a través de gráficos de funciones, el 47% de los profesores, con tablas de valores el 19%, con sucesiones o series el 5 %, con límites laterales el 19 %, en forma intuitiva el 5 % y utilizando el concepto de entorno el 5% de los mismos.



En esta muestra los docentes eligen en general introducir el concepto de límite a través de gráficos de funciones y en 2º lugar con tablas de valores o con límites laterales.

- Con respecto a los recursos didácticos el 50 % de los docentes encuestados utiliza guías prácticas, el 29 % guías teóricas y sólo el 21 % libros de texto áulico.



- Los libros de trabajo en clase, que los docentes mencionan casi en su totalidad, son:

- Análisis Matemático I y Funciones I y II de Silvia V. Altman, Claudia R. Comparatore y Liliana E. Kurzrok de la Editorial Longseller.
  - Sólo el 8,3% trabaja con el libro “Matemática II. Santillana Polimodal” de Buschiazzo, Noemí, Fongi, Eduardo, González, María Inés y Lagreca, Liliana. 2000.
- Todos los docentes consultados utilizan libros como bibliografía de consulta para armar sus clases. Los libros más mencionados son:
    - Larson Hostetler Edwards, Cálculo I. Editorial Mc Graw Hills
    - Altman,.V. Comparatore, C. R. y Kurzrok,L.E. Análisis Matemático I y II. Editorial Longseller.
    - Altman,.V. Comparatore, C. R. y Kurzrok,L.E. Funciones I y II. Editorial Longseller
    - Guzmán, M. Colera,J. Matemática I y II (COU). Editorial Anaya
    - Guzmán, M. Colera,J. Matemática I, II, III .Bachillerato. Editorial Anaya
    - Libros de ejercicios de la serie Schawn.

Además también expresan que consultan y emplean ejercitación de las guías de trabajos prácticas de Universidades Nacionales, como por ejemplo Universidad Nacional de Buenos Aires y la Universidad Tecnológica Nacional. El 42% de los docentes señalan que formalizan la definición de límite, la tradicional, pero ninguno escribe cómo llega a la misma.

Se destaca que los porcentajes que se han mencionado, corresponde a los docentes que respondieron que enseñan el concepto de límite, también nos hemos encontramos con docentes que no han sido incluidos en las encuestas; son aquellos que sostienen que no lo trabajan en todos los establecimientos escolares, ya sea por falta de tiempo, o por exceso de temas en el curriculum de dicho nivel, o por problemas de comprensión de temas anteriores, o por razones de dificultades de aprendizaje, entre otras razones.

Además se ha observado que los docentes plantean las clases con un esquema tradicional, una clase expositiva, donde el profesor presenta una teoría ordenada, la que es seguida de actividades que se reducen a ejercicios de aplicación, donde la mecanización se encuentra por encima de la construcción de los conceptos. Al mismo tiempo, según comentarios de los profesores, no es sencillo para los alumnos, en especial



para aquellos cuyas edades oscilan entre los 16 y 17 años, entrar en el campo conceptual del Cálculo; los alumnos pueden lograr un dominio aceptable de los algoritmos algebraicos para calcular límites y derivadas, pero existen dificultades importantes en la conceptualización de los procesos subyacentes al límite en la noción de derivada. Esto queda reafirmado por M. Artigue (1995) quien expresa que *“si bien muchos estudiantes pueden aprender a realizar de forma mecánica cálculos de derivadas, primitivas y resolver algunos problemas, se encuentran grandes dificultades para alcanzar una verdadera comprensión de los conceptos involucrados y un desarrollo adecuado de métodos de pensamiento que son el centro de este campo de la Matemática”*. Además plantea que *las investigaciones didácticas desarrolladas han mostrado la existencia de dificultades fuertes resistentes*<sup>3</sup>.

M. Artigue, clasifica en categorías las dificultades de los estudiantes de la siguiente forma:

- Aquellas que están relacionadas a la complejidad matemática de los objetos básicos de este campo conceptual (números reales, funciones y sucesiones) que si bien ya han sido introducidos, considera que todavía no están estabilizados cuando se comienza la enseñanza del Análisis.
- Las que se encuentran ligadas a la conceptualización de la noción de límite, noción esencial del campo y a su denominación técnica.
- Y aquellas que están vinculadas a la ruptura necesaria con los modos de pensamientos característicos del funcionamiento algebraico.

**2.2.** Con respecto a la construcción del concepto de límite de una función en un punto, se realizó un análisis de la transposición didáctica que aparece en los textos de uso corriente, en el nivel de enseñanza media escolarizada, siguiendo los lineamientos metodológicos de la investigación – *Análisis de manuales a través del tratamiento didáctico dado al concepto de límite de una función: una perspectiva desde la noción de obstáculo* (Sánchez Gómez, C. y Contreras de la Fuente, A., 1998) – según ideas de Sierpinska y Cornu, sobre las concepciones, obstáculos epistemológicos y didácticos, actos de comprensión para superarlos, y las dificultades, relacionadas con el saber.

La muestra seleccionada está formada por seis libros correspondientes al nivel medio de enseñanza escolarizada (5° año de enseñanza media, 2° año de Polimodal y 2° año del BUP), de uso corriente en las escuelas de Capital Federal y Gran Buenos Aires, que desarrollan los contenidos curriculares a analizar, elegidos teniendo en cuenta su difusión y utilización en las aulas, por alumnos y docentes.

Los libros seleccionados tienen desarrollado el concepto de límite de una función en un punto, descartamos algunos manuales por tener sólo la introducción de límites de sucesiones o no presentar el concepto de límite en profundidad, para el nivel correspondiente. Este conjunto de seis textos no constituye la población de manuales con estas características, sino sólo una muestra, es decir, un subconjunto que cumple determinadas condiciones, correspondientes a distintos autores y editoriales. La misma corresponde a un solo nivel debido a la relación que guarda con la edad de los alumnos y no se repite ediciones de un mismo autor.

Los textos analizados son:

- ABDALA, C., GARAVENTA, L., REAL, M. – Carpeta de Matemática 2, Aique, Buenos Aires, 2000.
- ALTMAN, S., COMPARATORE, C., KURZROK, L. – Matemática – Libro 5- Análisis I, Longseller, Buenos Aires, 2005.
- BUSCHIAZZO, N., FONGI, E., GONZALEZ, M., LAGRECA, L. – Matemática II, Santillana, Buenos Aires, 2000.
- DE SIMONE, N., TURNER, M. – Matemática 5. Guías teórico prácticas, AZ, Colombia, 1997.
- GUZMÁN, M de, CÓLERA, J., SALVADOR, A. – Matemáticas. Bachillerato 2, Anaya, Madrid, 1993.
- ROJO, A., SÁNCHEZ, S., GRECO, M. – Matemática 5, El Ateneo, Buenos Aires, 1993

Las dificultades referentes al concepto de límite que se han tenido en cuenta para el análisis de los manuales son las siguientes:

1. Combinar las definiciones métricas y topológica
2. Utilizar funciones escalonadas lleva a un valor constante de la función
3. Abusar de definiciones informales
4. Usar valor absoluto sin haberlo estudiado.
5. Cambiar bruscamente de metodología: ir directamente a la definición
6. Apoyar la explicación en la definición topológica

7. No utilizar la definición numérica
8. Mencionar los límites laterales sin apoyo numérico ni gráfico
9. Usar funciones trigonométricas en la introducción actúa como distractor
10. Usar funciones escalonadas puede perder la idea intuitiva del límite
11. Indicar que al no ser los límites laterales iguales, “por decreto” se dice que no hay límite
12. Utilizar la definición métrica sin ejemplos, actúa como distractor.
13. No ejercitar el valor absoluto, entonces los alumnos encuentran seria dificultad en el concepto de límite
14. No usar la representación gráfica ni tabla de valores de las funciones como ayuda didáctica, aunque se indica su utilidad.
15. Dar ejercicios en secuencia incorrecta, porque no se toma en cuenta su grado de dificultad.
16. Plantear el concepto con ausencia de una aproximación numérica que lo hace demasiado abstracto.

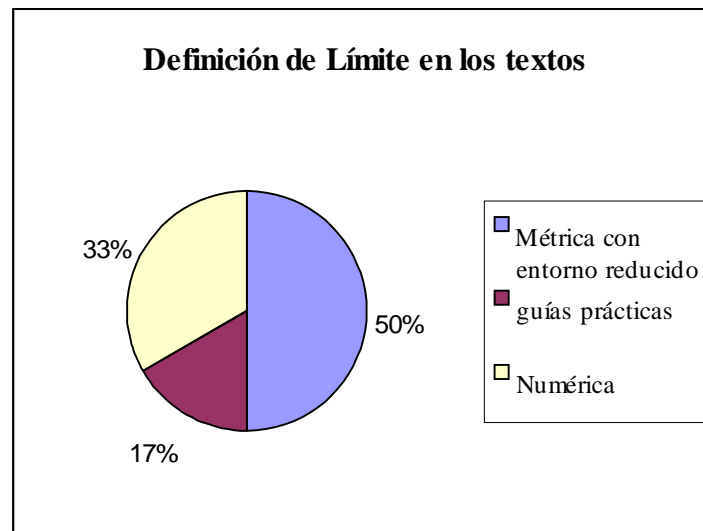
Entre las dificultades observadas en los textos presentados, aparece en todos la número 4, correspondiente a la utilización del módulo sin revisión previa. La 13, que tiene que ver con la ejercitación previa del tema valor absoluto y la 15 ,que indica que no se respeta un grado de dificultad creciente, comparten el segundo lugar (33,3%).

A través de los distintos textos, vemos que el concepto de límite:

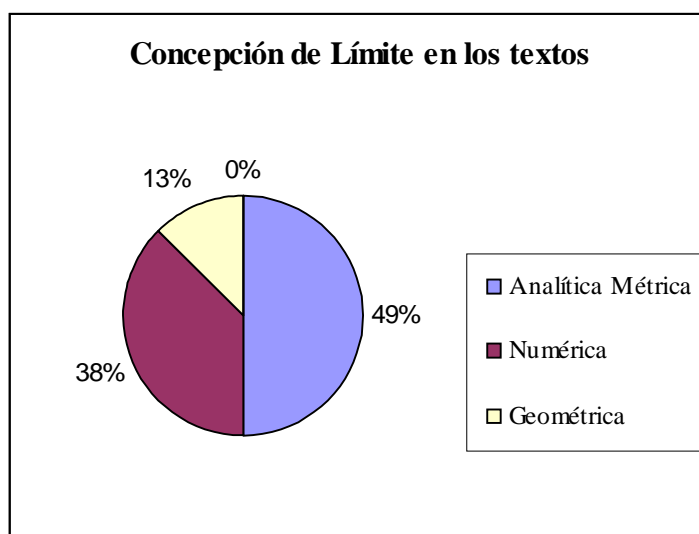
- Presenta múltiples problemas relacionados con las diversas concepciones (geométrica, numérica, métrica o analítica, topológica) del límite de una función en un punto.
- Ocasiona obstáculos cognitivos, en los alumnos que se enfrentan con el mismo y se encuentran con problemas al pretender adquirir o mejorar sus conocimientos a través de los textos, detectándose dificultades y obstáculos por medio de sus errores.
- Presenta problemas en la construcción del concepto por parte de los alumnos si se realiza una transposición didáctica no adecuada, a través de los textos.
- Se introduce mediante ejemplos. Hay una tendencia a utilizar ejemplos de la vida real y relacionarlo con otras materias, como física y biología.
- La revisión del concepto de sucesión o la presentación del mismo como capítulo en cada manual, varía según los autores. En los más recientes hay un

desarrollo mucho más profundo del tema.

- La definición de límite de una función que aparece con mayor frecuencia, es la métrica con entorno reducido (50%) y en menor proporción, la numérica (33%) y métrica sin mencionar entorno reducido (17%). La definición topológica, no está tratada por este grupo de autores.



- La introducción y presentación del tema se realiza, en general, a través de ejemplos gráficos y aproximaciones numéricas, utilizando límites laterales, por analogía con el concepto de límite de una sucesión o utilizando la definición de entornos.
- Con respecto a las concepciones, no se presenta la concepción topológica. La concepción más frecuente es la analítica métrica (49%), luego la numérica (38%) y sólo Guzmán y su equipo dan una idea de la concepción geométrica.



- Los obstáculos detectados según la clasificación de Sierpinski son:
  - Con mayor frecuencia los referidos a
    - Creer que la existencia de límite de una función en un punto significa que los valores de la variable dependiente se acercan a algo.
    - Creer que existe el límite de una función en un punto cuando el número de valores de la variable dependiente que se acercan a él es infinito (o muy grande) y no casi todos ellos.
    - Creer que las variables independiente o dependiente toman el valor de  $\infty$ , que ha sido detectado en los manuales analizados, no logrando ser superados con los desarrollos posteriores.
  - Con menor frecuencia se encuentran los referidos
    - Creer que el entorno es siempre simétrico.
    - Creer que el límite de una función en un punto es el valor de la función en ese punto. Este obstáculo es superado a través de la ejercitación.

Existen manuales con actividades a realizar por el alumno, antes o después de la definición presentada en forma coloquial o simbólica, con ejemplos de la vida real o ejemplos de desarrollo operatorio o algebraico o ambos, pero todos ellos presentan obstáculos y dificultades de algún tipo.

También nos encontramos con textos en los que observamos excesivo formalismo en la presentación y tratamiento del tema, según Sánchez y Contreras, y otros que plantean problemas de la vida real, reflejado en ambas muestras, con diferentes concepciones o las mismas, presentes obstáculos y dificultades en ambos casos.

Se considera necesario que el concepto de límite de una función se presente de modo que incluya un abanico de situaciones didácticas, que favorezcan en el alumno los actos de comprensión que le permitan superar el mayor número de obstáculos posibles, con lo cual la comprensión del concepto se facilitaría y se vería enriquecida mediante ejemplos.

**2.3.** Por otra parte se considera que las tecnologías de la información y de la comunicación permiten imaginar nuevos modos de enseñar y aprender y apuntan a alentar estrategias que impulsan la introducción de Internet y sus servicios al quehacer educativo. Se han analizado distintos aspectos, los que nos han llevado a considerar que este proyecto se desarrolle a través de entornos virtuales. Entre ellos podemos citar: la reducción de costos, brinda acceso a la información

a mayor número de personas y propicia el compromiso activo, de los participantes en el proceso educativo. Internet y las herramientas de la Web 2.0 son instrumentos que llevan tanto al profesor como a los alumnos a una fuente inagotable de información y recursos. Además al alumno:

- Le brinda la vivencia de una experiencia social y de aprendizaje a partir de las comunicaciones con su profesor, las discusiones con sus pares o el estudio individual de contenidos a su propio ritmo.
- Le permite compartir sus experiencias reforzando el sentido de colaboración y de comunidad.
- Le brinda flexibilidad desde el control de su tiempo de estudio, ya que le permite acceder al seminario desde cualquier lugar y a cualquier hora. Esto es una ventaja para quienes por exigencias laborales, y/o familiares, de horarios y cuestiones geográficas, hacen muy difícil la asistencia regular a centros educativos.

En cuanto al profesor le proporciona un seguimiento detallado del progreso del alumno, muchas veces mayor que en los cursos presenciales

**2.4.** Proponemos que este proyecto de capacitación docente, se desarrolle mediante la realización de un seminario, ya que busca un alto grado de compromiso de los participantes y voluntad de mejorar la práctica docente, trabajando en equipos, analizando los contenidos propuestos y proponiendo iniciativas para profundizar el estudio de determinados temas. Se busca el intercambio de experiencias y el debate interno. Por ello la modalidad formativa elegida es el e-learning, ampliamente usada en los ámbitos académicos para atender la necesidad de educación continua o permanente. El e-learning es un medio electrónico para el aprendizaje a distancia o virtual, en el que se integra el uso de las tecnologías de la información y otros elementos pedagógicos para la formación, capacitación y enseñanza de los estudiantes en línea. Es una modalidad de aprendizaje dentro de la educación a distancia que incentiva el uso intensivo de las TICS. Tal como lo menciona Manuel Castells en su ensayo "La Galaxia Internet. Reflexiones sobre Internet, empresa y sociedad", podemos decir que *"... e-learning es la respuesta que el mundo de la educación y el de la tecnología han desarrollado un conjunto para adaptar a las organizaciones sociales a las reales necesidades que requieren los actores del mundo globalizado basado en el conocimiento y en el capital humano"*.

Entre las ventajas podemos citar:

- Pone a disposición de los alumnos un amplio volumen de información, facilitando la actualización de la misma y de contenidos.
- Ofrece diferentes herramientas de comunicación sincrónica y asincrónica para estudiantes y profesores. Al proponer el uso de correos, foros de discusión, etc.,...y permite que todos los actores que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje, que en esta modalidad se encuentran en espacios distintos, se comuniquen en momentos diferentes; esta asincronía hace que el estudio sea más flexible, permitiendo al estudiante planificar su cursada adaptando su estudio a su horarios, a sus obligaciones familiares y personales, en definitiva permite al alumno tener su propio ritmo de aprendizaje, facilitando su autonomía.
- Permite que el alumno sea el protagonista de su propio aprendizaje permitiendo la construcción del conocimiento y asumiendo el docente el rol de guía, planteando situaciones de discusión, argumentación, propuesta de pruebas, contrapruebas, etc.; estaríamos en presencia del "andamiaje" propuesto por Brunner, brindando *"una estructura sobre la cual el alumno se apoya para su propia construcción"*<sup>4</sup>.
- Porque consideramos que el aprendizaje planteado con esta modalidad es interactivo, ya que el profesor a cargo o tutor tiene la oportunidad de retroalimentar el conocimiento de una manera eficiente a través de los foros, invitando al alumno a pensar, brindándole las herramientas para hacerlo.
- La participación en foros permite además la interacción con otros alumnos, en la solución de situaciones problemáticas planteadas, lo que impulsa el desarrollo del pensamiento crítico, pues deberá intercambiar ideas, fundamentando sus dichos, generando un espacio propicio para el debate. Los foros son espacios virtuales de socialización.
- Facilita una formación grupal y colaborativa, mediante la integración de grupos de trabajos lo que promueve la construcción de nuevos conocimientos.
- En los servidores puede quedar registrada la actividad realizada por los alumnos.



- Ahorra costos y desplazamientos.

Por lo expuesto vemos que esta modalidad nos conduce a un aprendizaje centrado en el estudiante (docentes que encuentran en la capacitación).

### **3. ASPECTOS TECNOLÓGICOS Y ENTORNO DE DESARROLLO:**

**3.1.** Se trabajará con la plataforma Moodle. La misma es motivadora para el alumno y el profesor. Facilita la comunicación a distancia y es compatible con otros formatos. Promueve una pedagogía constructivista social. Su arquitectura y herramientas son adecuadas para clases en línea. Tiene una interfaz de navegador de tecnología sencilla, ligera y compatible. Los módulos principales en Moodle son: Módulo de Tareas, de consulta, foro, diario, cuestionario, recurso, encuesta, wiki.

Al profesor le permite planificar actividades de:

- Formación las que pueden ser individuales a través de las lecciones, tareas, documentos, enlaces con Webs propuestos o colaborativas mediante foros, wikis, glosarios, base de datos, etc.
- Evaluación con el planteo de cuestionarios, autoevaluaciones
- Comunicación a través de foros, Chat, mensajería interna, consultas, encuestas, calendario.

Además le permite al docente o docentes a cargo de los cursos organizar el formato de los temas como un libro de texto, elegir el número de temas, y las actividades. Esta plataforma contempla un formato social; es apropiado para grupos de trabajo. Está basado en un foro central, y puede contener foros sobre distintos temas. Entre las ventajas que presenta para el profesor son:

- Absoluto control sobre los contenidos del curso
- Posibilidad de elegir entre varios formatos del curso tales como semanal, por temas o por el formato social basado en debates.
- Completa información del trabajo realizado por el alumno.
- Reutilización de los cursos. Posibilidad de compartir cursos y/o recursos
- Posibilidad de crear cursos conjuntamente con otros compañeros profesores

del mismo o diferente centro.

- Facilidad de comunicación con sus alumnos y coordinación con el resto del curso.

Entre las ventajas que presenta para los alumnos podemos mencionar:

- Fuente de motivación
- Contenidos variados.
- Pueden subir sus tareas al servidor en cualquier formato
- Horario flexible y disponibilidad permanente de contenidos.
- Feedback inmediato en muchas de las actividades.
- Trabajos en grupo desde su casa.
- Facilidad de comunicación con el docente y con sus compañeros.

**3.2.** Para poder realizar este seminario, los participantes deberán poseer conocimientos básicos de operación de PC, navegación en la WWW y empleo del procesador de textos Word y planilla de cálculo Excel del paquete Ofimática Microsoft Office.

Asimismo deberán contar con una PC, con conexión de banda ancha a Internet y cuyos requerimientos de hardware y software mínimos se encuentran en el siguiente cuadro:

HARDWARE	SOFTWARE
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Procesador: AMD Sempron o INTEL Celerón de 1.6 Ghz.</li><li>▪ Memoria RAM 512 Mb.</li><li>▪ Tarjeta de Video SVGA con una resolución 800 x 600 de 16 bits.</li><li>▪ Tarjeta de sonido y parlantes externos.</li><li>▪ Lecto-grabadora de CD de 32x de velocidad.</li><li>▪ Monitor color</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Windows XP en castellano.</li><li>▪ Navegador de Internet (Internet Explorer o FireFox).</li><li>▪ Paquete Ofimático Microsoft Office en castellano (Word, Excell y Power Point).</li></ul>

## 4. PROPUESTA DIDÁCTICA

### 4.1. BASE DE LA PROPUESTA

La tradición en la práctica docente nos muestra que el concepto previo que se necesita para arribar a la idea de derivada es el de “límite de una función en un punto” y la derivada surge como el límite de una “función de cocientes incrementales” cuando el incremento de la variable independiente tiende a cero, es decir el esquema de secuencia didáctica es:

1º- Conocimiento previo: Límite funcional.

2º- Conocimiento adquirido: Derivada.

Pero este esquema se contrapone a la visión constructivista del aprendizaje pues presenta una secuencia lógico –deductiva donde lo más importante es la ordenación, el rigor formal y la coherencia del saber matemático y adquirido.

A su vez las conclusiones surgidas de distintas investigaciones, muestran que el concepto de límite funcional, guarda una gran complejidad y es en la derivada donde surge con todo su significado.

Es por ello que la propuesta didáctica de este proyecto se basa en la dificultad que presupone el paso al límite. La idea es presentar el concepto de límite mediante el concepto de “**pendiente de una curva en un punto**”, trabajando en primer término la idea intuitiva de “pendiente de una curva”, seguir con “pendiente de una curva entre dos puntos” (pendiente de la recta secante) para llegar a “pendiente de una curva en un punto” (pendiente de la recta tangente). Para ello es necesario:

- El trabajo previo con los conceptos de precálculo.
- El uso de instrumentos informáticos de cálculo y representación gráfica.

Por lo tanto el primer requisito para encarar esta idea, es que los alumnos ya hayan trabajado contenidos básicos de precálculo tales como funciones y sus diversas formas de representación, la pendiente de una recta y otros conceptos vinculados como pueden ser los de incremento, tasa media de variación y la velocidad media. Luego se puede introducir la pendiente de una curva en un punto (o derivada) a partir de los conceptos previos siguiendo un proceso didáctico que tenga en cuenta el conflicto que trae el concepto de límite, empleando recursos numéricos y geométricos, sin olvidar el empleo de calculadoras y ordenadores, que soslayan la dificultad que plantean los cálculos algebraicos, convirtiéndose los mismos en un obstáculo para el aprendizaje. Se considera entonces que *“no tiene sentido avanzar en el concepto de derivada efectuando el paso al límite sin que hayan consolidado las ideas y habilidades de precálculo. La mejor inversión para un buen aprendizaje del Cálculo es un buen trabajo sobre estos contenidos. Y no sólo con una finalidad propedéutica, sino para dotar a los alumnos de unos conocimientos que tiene importancia y utilidad por sí mismos, aunque en el futuro no los profundicen en el Cálculo. Cuántos alumnos conocen las derivadas*

de las funciones complicadas y en cambio no dominan, no ya el concepto de derivada, sino los conceptos de tasa media de variación o de pendiente de una recta y su significado. Hay que tener presente lo que es propio de la estructura profunda y lo que es propio de la estructura superficial del Cálculo.... Son precisamente los conceptos ligados a la velocidad media y a la tasa media de variación, junto con el paso al límite, los que constituyen esta estructura profunda o esencial del Cálculo frente de la habilidades en el manejo de expresiones algebraicas y simbólicas en general que tienen su importancia, siempre y cuando quien las maneje conozca su significado y sepa de su pertinencia en sus aplicaciones en los contextos apropiados.<sup>5</sup>

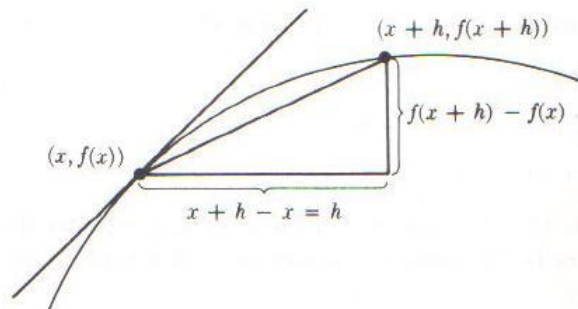
Se presentará la idea de la pendiente de una curva de la siguiente forma, la misma fue descubierta por Newton y Leibnitz en el siglo XVII.

Dada una curva  $y = f(x)$  y un punto  $P$  sobre la misma, **la pendiente de la curva en  $P$**  es el límite de las pendientes de las rectas que pasan por  $P$  y otro punto  $Q$  sobre la curva, cuando  $Q$  tiende a  $P$

La figura ilustra la definición:

$$P(x; f(x))$$

$$Q(x+h; f(x+h))$$



Dada una función  $f(x)$ , su cociente de Newton es

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{x+h-x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

El cociente presentado es la pendiente de la recta PQ. Si este cociente tiende a un límite cuando  $h$  tiende a cero, entonces definimos a “la pendiente de una curva en un punto”(o la derivada) como este límite, es decir:

$$\text{Derivada de } f(x) \text{ en “} x \text{”} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

Aquí aparece entonces el concepto de límite en forma intuitiva. Surge de modo natural la necesidad de establecer con precisión la función pendiente de una función según un incremento “ $h$ ”.

Luego se hará un listado de las propiedades de límites que sean empleadas. De todos modos es conveniente evitar el trabajo con expresiones algebraicas, que aunque sean simples, desvíen a los alumnos del eje fundamental del trabajo, es decir la obtención de la pendiente de una curva en un punto.

#### 4.2. MODALIDAD DE TRABAJO

Esta capacitación tendrá una duración de 40 horas distribuidas durante 10 semanas. En las páginas 24, 25 y 26 se presenta el cronograma del seminario.

Se propone la formación de aulas virtuales de 25 alumnos, teniendo cada una de ellas un docente a cargo quien propiciará un sistema de tutoría y acompañamiento permanente.

El eje sobre el cual se estructurará el curso es la deconstrucción y reconstrucción de la práctica docente, para la incorporación de nuevos enfoques en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo.

Se llevarán a cabo las siguientes actividades:

- Lectura de los Módulos preparados especialmente para este seminario.
- Observación, análisis y reflexión del material hipertextual e hipermedial correspondiente. (videos, artículos académicos, archivos de audio artículos periodísticos, etc.)
- Lecturas obligatorias y complementarias a través del Campus Virtual.

- Puesta en debate, intercambio y análisis de lecturas y propuestas en foros.
- Resolución de actividades y ejercitaciones individuales y grupales.
- Realización de un trabajo práctico individual.

El profesor a cargo del curso, comenzará la comunicación con los alumnos aproximadamente una semana antes del inicio del seminario. La misma se realizará mediante un correo electrónico en el que se le dará la bienvenida y se le explicará el funcionamiento del seminario.

Se le adjuntarán documentos, en una **Guía de Ayuda al Estudiante** en la que se encontrarán las indicaciones académicas y administrativas necesarias para poder optimizar el aprendizaje y en la que encontrará: requisitos de la plataforma y consideraciones para la navegación en la Web, cómo acceder a la misma, cómo ingresar al curso, cuáles son las áreas de trabajo dentro del curso, cómo acceder a los foros, significado de los íconos que aparecerán en los materiales, el plan de trabajo del mismo, la metodología de las clases, métodos de evaluación, etc. Se habilitarán distintos foros, en los que los alumnos pueden intercambiar opiniones y debatir sobre distintos aspectos propuestos por los profesores. Además está previsto realizar tutorías en determinados días y horas mediante un Chat al que los alumnos puedan adherirse en tiempo real entre sí y con el profesor a cargo.

Se presenta a continuación en las siguientes páginas dos esquemas que representan el diseño pensado para las aulas virtuales. Los ejemplos corresponden a “Áreas de Trabajo” y “Contenidos”

## AREA DE TRABAJO







Se trabajará con material especialmente elaborado para este proyecto. Se considerarán aspectos como el soporte y el formato. Los alumnos obtendrán el material de estudio de la plataforma digital y su estructura se adaptará a las potencialidades de la red (interactividad, hipertextualidad, multimedia, etc.). Algunos textos tales como lo son las bibliografías obligatorias y ampliatorias se entregarán en PDF para garantizar la seguridad del material entregado. El material de cada clase conformará la **Carpeta de Trabajo** y tendrá el siguiente diseño:

- Breve introducción a los temas.
- Objetivos de la clase.
- Desarrollo del tema y en algunos casos, se presentarán distintas perspectivas.
- Mapas conceptuales.
- Y cuando se crea necesario o conveniente: presentaciones en PowerPoint, material audiovisual (para ganar expresividad e interactividad con los alumnos). Enlaces a páginas Web.

Esta **Carpeta de Trabajo**, será en soporte digital, con Materiales Didácticos Multimedia (MDM) expositivos. Tal como lo plantean varios autores *“todos los tipos de MDM informativos se asocian a un diseño constructivista, en el que el estudiante accede a la información para la construcción de su propio conocimiento”*<sup>6</sup>. La exposición dada debe ser comprensible y actuar como guía a partir de las pistas brindadas por el docente para que el alumno interprete qué es lo que debe ser comprendido.

En el momento de diseñar el material deberá tenerse en cuenta algunas cuestiones tales como:

- La presentación de los conceptos en forma clara.
- Reforzar la comprensión mediante:
  - El empleo de un estilo coloquial. Las estrategias dialoguistas contribuyen a construir el conocimiento. El tipo de pregunta que propicia la apertura al diálogo es aquella que plantea un problema, un desafío o una crítica y

que puede llevar al planteo de más preguntas las que llevan a construir un aprendizaje que resulte significativo.

- La presentación de ejemplos y experiencias.
- La presentación de recursos paratextuales (verbales o visuales) visuales y audiovisuales.

Esta Carpeta de Trabajo contará con el material elaborado para este seminario, y responderá a uno de los tipos más relevantes de los MDM expositivos: **el hipermedia**.

Como se ha planteado, el texto, "*herramienta fundamental del razonamiento, conocimiento y abstracción*"<sup>7</sup> que brinda la información, estará acompañado por otros recursos:

1. Ilustraciones, que ayudarán a percibir y asimilar el desarrollo de algunos temas. La imagen juega un papel fundamental en la construcción del conocimiento
2. Esquemas, gráficos, diagramas.
3. Iconos que ayudarán a la lectura y reflexión
4. Otro de los recursos es el video, ya que permite exponer contenido de difícil descripción; "*enfatisa, facilita la comprensión y retención de la información*"<sup>8</sup>
5. Para complementar se ha considerado también la posibilidad de la incorporación de MDM procedimentales, como son los tutoriales de, Graphmatica, Geogebra, y en particular el que permite explicar el uso del programa "MATHEMATICA", para docentes de nivel terciario.

El profesor a cargo del curso (profesionales del área educativa y especialistas en Educación a Distancia) será el guía que brinde el apoyo y el soporte para que el alumno logre construir los nuevos conocimientos. Algunas de las tareas que tendrá a cargo serán <sup>9</sup> :

- Organizar el plan de trabajo.
- Diseñar las actividades de aprendizaje, la propuesta general y los instrumentos de evaluación de los aprendizajes.
- Estimular la interacción entre pares y la construcción del aprendizaje de los alumnos.
- Mantener una comunicación periódica con los participantes del seminario.
- Realizar un seguimiento académico de los alumnos, guiando al alumno en el

proceso de construcción de sus aprendizajes atendiendo dudas o dificultades.

- Motivar y promover el interés de los participantes, proponiendo intercambios a través de los foros u otras herramientas de comunicación.
- Hacer una evaluación continua del proceso de aprendizaje.
- Derivar observaciones, demandas e inquietudes de los estudiantes que surjan a lo largo del seminario hacia las áreas de gestión institucional a las que correspondan dichas inquietudes.
- Intervenir en reuniones con profesores que tengan a cargo otros grupos para lograr una coordinación general.
- Corregir evaluaciones y actividades y comunicar a los participantes de sugerencia y resultados en tiempo y forma

#### **4.3. PAUTAS DE ACREDITACIÓN Y EVALUACIÓN**

A la hora de seleccionar el programa de evaluación o los instrumentos de evaluación del seminario, se tendrán en cuenta la validez, la confiabilidad y practicidad de los mismos.

En el primer encuentro virtual se promoverá la instancia de evaluación diagnóstica. La misma consistirá en una intervención en el foro habilitado para tal efecto, en la que cada participante deberá además de hacer su presentación en el grupo, describir brevemente su experiencia docente acerca de la enseñanza de la temática del seminario.

La evaluación de los aprendizajes de cada alumno será constante para obtener la necesaria y suficiente información de cada una de las etapas del itinerario formativo. El objetivo de esta recopilación de datos es la de prestar orientación a lo largo del proceso de la construcción del conocimiento y ayudar a superar las dificultades que se pudieran presentar durante el desarrollo del mismo. De esta forma se produce la retroalimentación y evaluación formativa constante.

Los instrumentos a emplear en este curso considerarán por un lado la evaluación de los procesos, y para ello se instrumentará la evaluación por "portfolio"; por otro parte como instancia de evaluación de producto deberán los participantes, en grupo de a dos a tres integrantes, presentar dos trabajos grupales y un Trabajo Final Individual. El mismo consistirá en la presentación de un proyecto, el que una vez que sea aprobado, el alumno deberá ponerlo en práctica en su aula. En caso de ser devuelto con observaciones para su modificación, el participante deberá presentarlo nuevamente, con un plazo establecido, para su reevaluación.

Se contará con rúbricas tanto para el desempeño de los participantes en el aula virtual, y para el trabajo grupal como para el individual. Se tendrá en cuenta:

- La participación y la pertinencia de las respuestas de las intervenciones de cada estudiante en los foros.
- La resolución de ejercicios de autoevaluación propuesta
- Cumplimiento en tiempo y forma de los trabajos que sean solicitados.
- Los aportes pertinentes al trabajo grupal
- Apertura para incorporar sugerencias de pares o tutor.
- Actitud positiva frente a la posibilidad de aprender para mejorar la práctica docente.
- Respeto por la normas de citación de los diversos recurso. (textos, webs, etc....)
- Comunica con claridad las propuestas.
- Evidencia habilidad para usar los recursos elegidos.
- Reflexiona y plantea temas de discusión.
- Grado de transferencia del trabajo final al aula.

#### **4.4. CONTENIDOS DEL SEMINARIO:**

##### **I. Introducción**

- La enseñanza del cálculo diferencial, un viejo reto.
- Resultados de la investigación en Didáctica del cálculo diferencial..
  - Concepciones de los alumnos acerca del concepto de límite.
  - Concepciones de los alumnos acerca del concepto de derivada.
- La propuesta didáctica: combinar lo gráfico, lo numérico y lo algebraico.

##### **II. El concepto de derivada**

- Análisis de dificultades en la enseñanza y aprendizaje del concepto de derivada.
  - La derivada :cuándo y cómo
  - Conceptos y procedimientos previos.
  - Uso de la calculadora y el ordenador.
- Los conceptos del precálculo.
  - La velocidad media.
  - La pendiente de una recta.
  - La tasa media de variación.
  - Aspectos globales del gráfico de una función.
- La pendiente de una curva: función derivada.

- Pendiente de una curva según un incremento fijo.
- Curvas localmente recta. La recta tangente.
- La gráfica de una función y la gráfica de su derivada.
- La notación y el lenguaje.
- El cálculo de la derivada.
  - Cálculo de la derivada por aproximación numérica.
  - Cálculo algebraico de la derivada en un punto y de la función derivada.

### **III. El cálculo de derivadas y sus aplicaciones**

- Los conceptos y procedimientos previos.
- Errores y dificultades en el uso de las reglas de derivación y en sus aplicaciones.
- El cálculo de derivadas: propuestas para preparar situaciones didácticas que ayuden a los estudiantes a superar las dificultades que conlleva su aprendizaje.
  - Derivada de la función suma de dos funciones y de la función producto de una constante por una función.
  - Derivada de la función producto de dos funciones.
  - Derivada de la función compuesta de dos funciones: la regla de la cadena.
  - Derivada del cociente de dos funciones.
  - Derivada de la función inversa.
- Aplicaciones del cálculo diferencial: propuestas didácticas que conllevan dichas aplicaciones.
- Estudio de una función y su representación gráfica (Funciones polinómicas, funciones racionales)
- Problemas de optimización

#### **4.5. CRONOGRAMA**

En las siguientes páginas se encuentra el cronograma del seminario.

CLASE Nº	CONTENIDOS DE LA CLASE	BIBLIOGRAFÍA
1.	<p>La enseñanza del Cálculo diferencial, un viejo resto Algunos resultados de la investigación en Didáctica del Cálculo Diferencial e Integral:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepciones de los alumnos acerca del concepto de límite.</li> <li>• Concepciones de los alumnos acerca del concepto de límite.</li> </ul> <p>Combinar lo gráfico, lo numérico y lo algebraico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MDM de la Unidad I.</li> <li>• Artiguè, M. “<i>Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué nos enseñan las investigaciones didácticas y los cambios curriculares?</i>” En “<i>El futuro del Cálculo Infinitesimal</i>” ICME – 8. Sevilla España. 1996. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V .México 2000.</li> <li>• Espinosa L. “<i>La problemática del profesor de matemática en las instituciones de enseñanza actuales</i>” en “<i>El futuro del Cálculo Infinitesimal</i>” ICME – 8. Sevilla España. 1996. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V .México 2000.</li> <li>• Sierra Vázquez, M. “<i>Evolución de la enseñanza del Análisis Matemático durante la segunda mitad del siglo XX en España a través de los manuales de enseñanza secundaria</i>” en “<i>Investigaciones sobre enseñanza y Aprendizaje de la Matemáticas</i>” Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, AC. (Clame) 2008</li> </ul>
2.	<p>Análisis de dificultades en la enseñanza y aprendizaje del concepto de derivada. La derivada :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuándo y cómo</li> <li>• Conceptos y procedimientos previos: La velocidad media y pendiente de una recta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MDM de la Unidad 2</li> <li>• Blazques, S. Ortega T. “<i>El concepto de límite en la educación Secundaria</i>”.en “<i>El futuro del Cálculo Infinitesimal</i>” ICME – 8. Sevilla España. 1996. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V .México 2000.</li> <li>• Sánchez Gómez C, Contreras de la Fuente A. “<i>Un estudio sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la noción de límite de una función en diplomaturas de escuelas técnicas</i>” en “<i>El futuro del Cálculo Infinitesimal</i>” ICME – 8. Sevilla España. 1996. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V .México 2000.</li> <li>• Arcos Quesada “<i>Un curso del cálculo infinitesimal para Bachillerato</i>” en Cantoral Uriza, R. Chávez O, Farfán Márquez,R.M., Lezama Andalón J., Romo Vázquez A. “<i>Investigaciones sobre enseñanza y Aprendizaje de la Matemáticas</i>” Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, AC. (Clame) 2008</li> </ul>

CLASE Nº	CONTENIDOS DE LA CLASE	BIBLIOGRAFÍA
3.	Uso de la calculadora y el ordenador. Presentación de algunos Software: Graphmatica. Geogebra. Mathematica.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tutoriales de distintos software.</li> <li>• Osorio, F. <i>“El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socio epistemológica”</i> en Cantoral Uriza, R. Chávez O, Farfán Márquez,R.M., Lezama Andalón J., Romo Vázquez A. <i>“ Investigaciones sobre enseñanza y Aprendizaje de la Matemáticas”</i> Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, AC. (Clame) 2008</li> </ul>
4.	La tasa media de Variación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MDM de la Unidad II.</li> <li>• Alanis Rodríguez, J.A.. <i>“Una predicción: un hilo conductor para el desarrollo de un curso de Calculo”</i> en <i>“El futuro del Cálculo Infinitesimal”</i> ICME – 8. Sevilla España. 1996. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V .México 2000.</li> </ul>
5.	La pendiente de una curva: función derivada. Pendiente de una curva según un incremento fijo. Curvas localmente recta. La recta tangente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MDM de la Unidad II.</li> <li>• Flores, C.D. <i>“Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada”</i> en <i>“El futuro del Cálculo Infinitesimal”</i> ICME – 8. Sevilla España. 1996. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V .México 2000.</li> </ul>
6.	La gráfica de una función y la gráfica de su derivada. El cálculo de la derivada en un punto y de la función derivada.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MDM de la Unidad II</li> <li>• Flores C.D., Medina Castillo, M. <i>“Argumentaciones de los estudiantes en el análisis de funciones”</i>, en <i>“Investigaciones sobre enseñanza y Aprendizaje de la Matemáticas”</i> Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, AC. (Clame) 2008</li> </ul>

CLASE Nº	CONTENDIOS DE LA CLASE	BIBLIOGRAFÍA
7.	Cálculo de límites indeterminados	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MDM de la Unidad II</li> <li>• Quesada, A.R. “Sobre la enseñanza de límites” en “Investigaciones sobre enseñanza y Aprendizaje de la Matemáticas” Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, AC. (Clame) 2008</li> </ul>
8.	<p>Cálculo de derivadas.            Errores y dificultades en el uso de las reglas de derivación y en sus aplicaciones.            Aplicaciones del cálculo diferencial: propuestas didácticas que conllevan dichas aplicaciones</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MDM de la Unidad III</li> </ul>
9.	<p>Estudio de una función y su representación gráfica            ( Funciones polinómicas, funciones racionales)            Problemas de optimización</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• MDM de la Unidad III</li> </ul>
10.	Consignas de la Evaluación Final	



#### 4.6. BIBLIOGRAFIA DEL SEMINARISTA:

- MD.M., elaborado para este seminario.
- Azcárate, C., Casadevall, M., Casellas, E., Bosch, D. “*Cálculo Diferencial e Integral*”. Editorial Síntesis. España, 1996. Año (Capítulos 1, 2 y 3)
- Lang, Serge. “Cálculo” Editorial Adisson-Wesley Iberoamericana S.A. Wilmington, Delaware. EAU 1990.
- Cantoral Uriza, R. Chávez O, Farfán Márquez,R.M., Lezama Andalón J., Romo Vázquez A. “*Investigaciones sobre enseñanza y Aprendizaje de la Matemáticas*” Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, AC. (Clame) 2008
- Cantoral Uriza, R. “*El futuro del Cálculo Infinitesimal*” ICME – 8. Sevilla España. 1996. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V .México 2000.

#### 5. ETAPAS DE LA ELABORACION DEL PROYECTO:

##### 5.1. ETAPA DE PREPRODUCCIÓN:

- Elaboración de un esquema donde se fijan tiempos para cada una de las etapas.
- Análisis de las necesidades de los estudiantes.
- Discusión de la asignatura por la que se comenzará el proyecto.
- Análisis de los contenidos mínimos y expectativas de logro.
- Análisis de la CV de los autores del material y selección de los mismos.
- Elección del formato del material.
- Análisis del material de la Cátedra de Álgebra y Geometría II no diseñado para esta modalidad, para cuidar la adecuación del nuevo material a los planes de estudio y al nivel de la modalidad presencial.
- Análisis de las dimensiones técnicas, didáctica, estética, interactiva, ideológica de los medios educativos complementarios a usar.
- Analizar la disponibilidad institucional de los recursos adecuados para el soporte de los contenidos y posterior comunicación a los estudiantes.
- Análisis y estimación de los costes del proyecto y financiación del mismo

##### 5.2. ETAPA DE ELABORACIÓN:

- Elaboración de un esquema de contenidos.

- Acuerdo de la cantidad de clases en las que se desarrollará el curso.
- Elaboración de un primer borrador del material.
- Lectura y corrección del mencionado material.
- Devolución del material a los autores para que se proceda a la organización final del material incorporando los recursos que serán complementarios al texto.
- Paso del material a la Web. (Se acordarán plazos para la corrección de diferentes pruebas).
- Elaboración de la guía de Ayuda a los Estudiantes.
- Elaboración del Manual de Ayuda al Docente (para facilitar su trabajo en la Web).
- Tramitación del reconocimiento oficial y validez provincial y nacional del título.
- Tramitación de la propiedad intelectual
- Difusión de la nueva modalidad por distintos medios

### **5.3. ETAPA DE POSPRODUCCIÓN:**

Es la etapa de la evaluación del proyecto.

Tal como lo propone Lorenzo García Aretio *“los materiales para la enseñanza a distancia deberían estar sometidos a un permanente proceso de evaluación formativa”*<sup>10</sup>. Para ello se propone documentar todos aquellos análisis, observaciones, entrevistas, cuestionarios, para contar con instrumentos que permitan justificar todos aquellos ajustes y mejoras que se consideren necesarias realizar, a los efectos de optimizar los resultados. Así por ejemplo:

- Se solicitará a los alumnos completar el cuestionario que se encontrará al final de cada unidad; del mismo modo se hará con los docentes a cargo del curso.
- Se analizarán las intervenciones en los foros de discusión, como las preguntas hechas por los alumnos.
- Se analizarán los resultados obtenidos por los alumnos en las autoevaluaciones

- Se analizarán las posibles dificultades planteadas por el soporte técnico.
- Se solicitará a los participantes del seminario que completen encuestas electrónicas referidas a:
  - Valoración del sitio Web, diseño, funcionalidad y organización.
  - Calidad de los materiales docentes.
  - Contenidos no comprendidos.
  - Calidad de la comunicación.
  - Otros comentarios
- Se evaluará la transferencia de conocimientos mediante el seguimiento de la aplicación de los proyectos presentados por los alumnos como trabajo final.
- Análisis de las tasas de abandono y las causas del mismo.
- Con la información recopilada se procederá a someter a la revisión y actualización del Seminario, y de ser posible, la de complementar el mismo con otro seminario que tome la parte de correspondiente al concepto de integral, y al análisis de las dificultades de su enseñanza y aprendizaje

Algunos de los puntos planteados en la etapa de Preproducción ya se han trabajado para la redacción del presente proyecto.

#### **5.4. TIEMPO ESTIMADO DE ELABORACIÓN :**

Se considera que la etapa de Preproducción ocupará aproximadamente tres meses, mientras que la etapa de Elaboración se estima en seis meses. En cuanto al tiempo requerido para el período de Posproducción, el mismo no está delimitado, pues algunas de las acciones de esta etapa se superponen con las de la etapa anterior. Sí tenemos en claro que el informe de la evaluación final deberá tener una fecha límite, para llevar a cabo todas las modificaciones necesarias, aproximadamente tres meses antes del comienzo del nuevo curso.

Una vez constituido el equipo que llevará a cabo el proyecto, el mismo deberá elaborar un cronograma detallado de sus actividades, tal como se ha manifestado en la etapa de Preproducción.

#### **5.5. EQUIPO A CARGO DEL PROYECTO:**

Consideramos que el equipo a cargo de este proyecto, tanto en la elaboración del material como en la ejecución del mismo, debería estar integrado por un grupo multidisciplinario:

- Coordinador Académico de Materiales Didácticos.
- Autores del material.
- Evaluadores del material.(Docentes del área y especialistas en Didáctica de la Matemática)
- Diseñador de multimedia.
- Programador de multimedia
- Docentes a cargo del curso.
- Secretario Administrativo

Aclaremos que una misma persona podrá desempeñar distintos roles.

## Notas

- <sup>1</sup> Lang, Serge. "Cálculo". Prefacio. Editorial Adisson-Wesley Iberoamericana S.A. Wilmington, Delaware. EAU 1990.
- <sup>2</sup> Ibidem.
- <sup>3</sup> ARTIGUE, MICHÉL, El futuro del Cálculo Infinitesimal. ICME 8. Sevilla España. Grupo Editorial Iberoamérica.S.A. de C.V – 2000.
- <sup>4</sup> MDM *del Seminario Fundamentos de enseñanza y aprendizaje en entornos virtuales*, Clase 3.
- <sup>5</sup> "Cálculo diferencial e Integral" de C. Azcarate, M. Casadevall, E. Casellas y D. Bosch de Editorial Síntesis. España. 1996 pp.24
- <sup>6</sup> MDM. *Principios de Diseño y Evaluación de Materiales Didácticos*. Clase 3. 6.3
- <sup>7</sup> MDM .*Principios de diseño y Evaluación de Materiales Didácticos*. Clase 6.5.1
- <sup>8</sup> MDM. *Principios de Diseño y Evaluación de Materiales Didácticos*. Clase 6. 5.5
- <sup>9</sup> SCHNEIDER, D. LOPEZ, S. CAMPI, M. *MDM de "La formación en entornos virtuales"* .Clase 7. UNQ. 2009.
- <sup>10</sup> GARCIA ARETIO. "La educación a distancia. De la teoría a la práctica" Pág. 213. Editorial Ariel. España. 2006

## 6. BIBLIOGRAFÍA DEL PROYECTO

- ABDALA, C., GARAVENTA, L., REAL, M. – Carpeta de Matemática 2, Aique, Buenos Aires, 2000.
- ACEITUNO, M. *MDM del Seminario de "Producción multimedia"* Carrera de Especialización en Docencia en Entornos Virtuales, Universidad Virtual
- ALTMAN, S., COMPARATORE, C., KURZROK, L. – *Matemática – Libro 5- Análisis I*, Longseller, Buenos Aires, 2005.
- ARTIGUE, M. "La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos " en Artigue, M,; Moreno, L; Gómez, "Ingeniería didáctica en

*educación matemática*". México. Grupo editorial Iberoamericano

- AZCARATE, C., CASADEVALL, M, CASELLAS E., BOSCH, D. "*Cálculo diferencial e Integral*". Editorial Síntesis. España 1996.
- BARBERA , E. (2004). "*Educación con aulas virtuales. Orientaciones para la innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje*". Madrid: A. Machado Libros S.A.
- BARBERA, E.(1997) "*Carpetas para evaluar matemáticas*" en "UNO", revista de Didáctica de la Matemáticas N° 11
- BARBERÀ Gregori, Elena (2007), Conferencia "*Evaluación por Portafolios en la Universidad*", Universidad de Barcelona, España
- BARBERÀ, E. (2006, Julio), "*Aportaciones de la tecnología a la e-Evaluación*", en: RED. Revista de Educación a Distancia, número 6.
- BUCARI, N; BERTERO, M. F.; TRÍPOLI, M de M. "*Distintos enfoques para la enseñanza de la noción de límite en un primer curso de cálculo*" GIDIE. Facultad de Ingeniería de UNLP
- BURBULES, N., CALLISTER, T. (2001). "*Educación: Riesgos y promesas de las nuevas tecnologías de la información*". España: Ed. Granica.
- BUSCHIAZZO, N., FONGI, E., GONZALEZ, M., LAGRECA, L. – Matemática II, Santillana, Buenos Aires, 2000.
- CABERO, J. "*Bases pedagógicas del e-learning.*" Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento- Vol.3 N° 1 Abril de 2006
- CAMILLONI, A. "*La calidad de los programas de evaluación y de los instrumentos que los integran*" en "*La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*". 1998.
- CANTORAL URIZA, R., FARFÁN MÁRQUEZ, R. M., "*Desarrollo del concepto de cálculo*" Editorial Thomson. México 2004.
- CANTORAL, R. *El futuro del cálculo infinitesimal*. ICME – 8 Sevilla – España. Grupo Editorial Iberoamérica. 2000
- CASTELLS, MANUEL "*La Galaxia Internet. Reflexiones sobre Internet, empresa y sociedad*"
- DE SIMONE, N., TURNER, M. – Matemática 5. Guías teórico prácticas, AZ, Colombia, 1997.
- FEENEY S., CAPELLETTI, G. MDM , "*Fundamentos de enseñanza y aprendizaje en entornos virtuales*". UNQ
- FENNEY, S. CAPELLETTI, G. *MDM del Seminario Fundamentos de enseñanza y aprendizaje en entornos virtuales. Buenos Aires, Carrera de Especialización en Docencia en Entornos Virtuales, Universidad Virtual de Quilmes. (2009)*

- GARCIA ARETIO L. "El cambio de rol y la formación del profesorado". Editorial del BENED. 2005.
- GARCIA ARETIO, L. "La educación a distancia. De la Teoría a la práctica" Editorial Ariel. España 2006.
- GARCIA ARETIO, L. "Profesores a distancia. Compromisos y tareas". Editorial del BENED. 2003.
- GÓMEZ, P., MESA, V. M. "Situaciones problemáticas de precálculo" .Grupo Editorial Iberoamérica. México. 1996.
- *Guía para la Elaboración de la Carpeta de Trabajo*. UVQ.
- GUTIERREZ, M. "Evaluación de la comunicación en las aplicaciones multimedia educativas". UNED. 2000
- GUZMÁN, M de, CÓLERA, J., SALVADOR, A. – Matemáticas. Bachillerato 2, Anaya, Madrid, 1993.
- IMPERATORE, A.; SCHNEIDER, D.; GGERGICH, M.; LÓPEZ, S.; LANDAU, M.; ACEITUNO, M. "Principios de Diseño y Evaluación de Materiales Didácticos". Buenos Aires, Carrera de Especialización en Docencia en Entornos Virtuales, Universidad Virtual de Quilmes. (2009)
- LANDAU, M. "Herramientas para el análisis de los materiales didácticos desde el diseño de la información"
- LANG, SERGE. *Cálculo*. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana. USA 1996.
- PLANAS, N., ALSINA, A "Educación matemática y buenas prácticas" Editorial Grao. España. 2009.
- PROYECTO DE MEJORA PARA LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES PARA NIVEL SECUNDARIO. Ministerio de Educación de la Nación.
- Resolución N° 1717/04 del Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la República Argentina
- ROJO, A., SÁNCHEZ, S., GRECO, M. – *Matemática 5*, El Ateneo, Buenos Aires, 1993
- SCHENIDER, D. LÓPEZ, S. CAMPI, M. MDM de "La formación en entornos virtuales" .UNQ. 2009.
- SILVIO, J. "La virtualización en la Universidad". Caracas. 2000.

**Para citar este documento**

Bañi, Irma. (2015) De la derivada al límite. (Una propuesta didáctica en la enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio). (Trabajo final integrador). Universidad Nacional de Quilmes, Bernal, Argentina: Repositorio Institucional Digital de Acceso Abierto. Disponible en: <http://ridaa.demo.unq.edu.ar>

